



**UNIVERSIDAD
DEL AZUAY**

Departamento de postgrados
**Maestría en Educación con mención en Gestión del
Aprendizaje Mediado por TIC**

**Guía instructiva para el uso de RDD enfocados a la
enseñanza de funciones cuadráticas**

Trabajo de titulación previo a la obtención del título de Magister en
Educación, mención en Gestión del Aprendizaje Mediado por TIC.

Autora:

Sonia Liliana Ortiz Molina

Tutora:

Mgst. Fernanda Guamán

Cuenca-Ecuador

2023

DEDICATORIA

Dedico este trabajo de titulación a mi esposo Javier, quien siempre me ha brindado palabras de motivación y apoyo incondicional; a mis amados hijos Matías Xavier y Emilia Alejandra, quienes me han tenido paciencia, me han demostrado su comprensión y sobre todo por su gran cariño brindado, acciones que me han motivado a seguir adelante durante todo este trayecto.

A mis padres, quienes inquebrantablemente me tendieron su mano y guiado mi camino.

Sonia

AGRADECIMIENTOS

El presente trabajo va dirigido con mucho afecto y respeto a los docentes de Postgrados de la Universidad del Azuay, que con gran pasión nos compartieron sus conocimientos y grandes experiencias en el desarrollo de la Maestría en Educación, Mención Gestión de los Aprendizajes mediados por TIC; especialmente, a la Magíster Fernanda Guamán quién me ha acompañado en esta larga trayectoria.

Agradezco también a mis compañeros, amigos y querida familia, quienes me han apoyado de manera incondicional durante todo este tiempo.

RESUMEN

Las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) han tenido un avance colosal en todos los ámbitos, más aún, en el contexto educativo. En este sentido, el presente trabajo de investigación se ha enfocado en conocer los principales recursos didácticos digitales (RDD) y sus características para la enseñanza de funciones cuadráticas en primero de bachillerato con el objetivo de describir las principales características y elaborar guías de aplicación de RDD para la enseñanza de funciones cuadráticas. De la revisión de la literatura se ha obtenido como resultados que los RDD con mayor uso son GeoGebra, Photomath y Symbolab, para los cuales se ha propuesto una guía instructiva del uso de cada uno de estos recursos, planteadas de forma paralela, actividades que permitan comprender éste importante tema. La elaboración de estas guías está apoyada en la herramienta digital creadora de contenido, denominada *exelarning*.

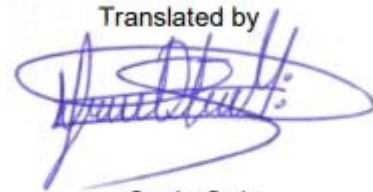
Palabras clave: Recursos Digitales Didácticos (RDD), guías instructivas, funciones cuadráticas, matemática.

ABSTRACT

Information and Communication Technologies (ICT) have had a colossal advance in all areas, even more so, in the educational context. In this sense, the present research work has focused on knowing the main digital teaching resources (DTR) and their characteristics for teaching quadratic functions in the first year of high school with the aim of describing the main characteristics and developing DTR application guides. for teaching quadratic functions. From the review of the literature, it has been obtained as results that the DTR with the greatest use are GeoGebra, Photomath and Symbolab, for which an instructive guide on the use of each of these resources has been proposed, proposed in parallel, activities that allow understand this important topic. The preparation of these guides is supported by the digital content creator tool called exelearning.

Keywords: Digital Teaching Resources (DTR), instructional guides, quadratic functions, mathematics.

Translated by



Sonia Ortiz



ÍNDICE DE CONTENIDOS

DEDICATORIA.....	ii
AGRADECIMIENTOS.....	iii
RESUMEN.....	iv
ABSTRACT.....	v
ÍNDICE DE CONTENIDOS.....	vi
ÍNDICE DE ANEXOS.....	viii
INTRODUCCIÓN.....	1
CAPÍTULO 1.....	3
MARCO TEÓRICO Y ESTADO DEL ARTE.....	3
1.1. La educación.....	3
1.1.1. Educación formal.....	3
1.1.2. Educación no formal.....	3
1.1.3. Educación informal.....	4
1.2. Las TIC y su vinculación con el proceso educativo.....	5
1.2.1. Características de las TIC.....	5
1.2.2. Importancia de las TIC en la educación.....	5
1.3. La escuela y la era digital.....	6
1.4. Recursos Didácticos Digitales (RDD).....	7
1.4.1. Definición.....	7
1.4.2. Los RDD al servicio de la labor docente.....	7
1.4.3. Condiciones para la selección y uso en la docencia.....	8
1.5. Los RDD para la enseñanza aprendizaje de matemática en BGU.....	9
1.5.1. La matemática y su importancia en el currículum ecuatoriano.....	9
1.6. La enseñanza de funciones cuadráticas.....	10
1.6.1. Funciones cuadráticas.....	11
1.6.2. Los RDD para la enseñanza de funciones cuadráticas.....	11
1.6.3. Dificultades en la enseñanza de funciones cuadráticas y cambios metodológicos para su enseñanza.....	13
1.6.4. Uso de las TIC como recursos didácticos para la enseñanza de funciones cuadráticas.....	13
1.7. Estado del arte.....	14
CAPÍTULO 2.....	16
MARCO METODOLÓGICO.....	16
2.1. Técnica.....	16
2.2. Proceso metodológico realizado.....	16
CAPÍTULO 3.....	21
RESULTADOS Y DISCUSIÓN.....	21
3.1. Resultados.....	21
3.2. Discusión.....	22

CAPÍTULO 4	24
GUÍA INSTRUCTIVA	24
CONCLUSIONES	63
REFERENCIAS.....	64
ANEXOS	72

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Características de los RDD.....	8
Tabla 2. Documentos encontrados	17
Tabla 3. Identificación de RDD	18
Tabla 4. Fases Design Thinking	24
Tabla 5. Ficha instruccional	30
Tabla 6. Características de Geogebra	33

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Tipos de recursos didácticos digitales	7
Figura 2. Fases revisión de la literatura	16
Figura 3. Mapa de actores	25
Figura 4. Perfil del usuario, docente.	29
Figura 5. Perfil del usuario, estudiante.	30
Figura 6. Interfaz de Geogebra	33
Figura 7. Parábola.....	35
Figura 8. Parábola.....	35
Figura 9. Funciones cuadráticas.....	35
Figura 10. Parábola en el agua.....	36
Figura 11. La circunferencia.....	36
Figura 12. Función cóncava.....	37
Figura 13. La elipse.....	37
Figura 14. Función cuadrática y deslizadores.	38
Figura 15. Gráfica de la función cuadrática	39
Figura 16. Variación del deslizador a.....	39
Figura 17. Deslizador a cambia de 1 a 3	40
Figura 18. Deslizador a cambia de 3 a -3.....	40
Figura 19. Deslizador b	41
Figura 20. Deslizador b cambia de 1 a 4	41
Figura 21. Deslizador b cambia de 4 a -5.....	41
Figura 22. Deslizador c	42
Figura 23. Deslizador c cambia de 1 a 4	42
Figura 24. Deslizador c cambia de 4 a -2	43

Figura 25. Zona de entradas.....	44
Figura 26. Deslizadores a, b y c.	44
Figura 27. Corte con el eje y.....	45
Figura 28. Cortes con el eje x.....	46
Figura 29. Eje de simetría.....	47
Figura 30. Punto máximo.....	48
Figura 31. Vértice.....	49
Figura 32. Elementos de la parábola.....	50
Figura 33. Interfaz de Photomath.....	52
Figura 34. Ícono de Photomath.....	54
Figura 35. Escaneo del ejercicio.....	54
Figura 36. Lectura del ejercicio.....	55
Figura 37. Elementos de la función 1.	55
Figura 38. Elementos de la función 2.....	56
Figura 39. Gráfica de la función.....	56
Figura 40. Ícono de Symbolab.....	57
Figura 41. Interfaz de Symbolab.....	57
Figura 42. Zona de entradas.....	59
Figura 43. Dominio de la función de la función.....	59
Figura 44. Vértice de función de la función.....	60
Figura 45. Puntos de intersección.....	60
Figura 46. Elementos de la parábola.....	61
Figura 47. Gráfica de la función.....	62

ÍNDICE DE ANEXOS

Anexo 1. Dirección url de la guía interactiva.....	72
Anexo 2. Validación de la guía instructiva.....	73

INTRODUCCIÓN

A lo largo de la historia, el ser humano ha sido testigo de los grandes avances en materia de tecnología, pues, han cambiado drásticamente la calidad de vida de las personas. La sociedad actual se encuentra en un proceso de cambio, donde se fusionan la tecnología con los procesos de comunicación e intercambio de información, rompiendo con barreras de tipo espacial, temporal, cultural y social (Carvajal et al., 2018).

Estas tecnologías se han insertado en ámbitos tanto culturales, económicos y educativos. Al tener la presencia permanente de las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC) en la mayoría de las actividades de la vida diaria, significa que la sociedad debe estar debidamente preparada para hacerle frente, de modo que cuente con las competencias digitales necesarias para el desarrollo y cumplimiento de estas actividades, tanto sociales como profesionales.

La educación no debe mostrarse ajena frente a estas herramientas y dispositivos tecnológicos existentes, pues son recursos que han originado un efecto positivo en el proceso de enseñanza, mejora el grado de interés y activa la motivación en los estudiantes (Amores y De Casas, 2019). Se debe tomar en cuenta que, la implementación de las TIC al ámbito educativo depende de algunos factores como los recursos tecnológicos con los cuales cuenta las instituciones educativas, así como de las facilidades de acceso para implantarlas a la práctica educativa (Revelo y Carrillo, 2018). No obstante, corresponde también al docente buscar opciones de mejora y desarrollo (Acevedo, 2018), donde puedan diseñar y proponer espacios para solventar todas las necesidades e intereses de los estudiantes, tomando como eje de formación y apoyo los recursos digitales didácticos (RDD) (Area, 2019).

Las TIC como recursos al servicio de la educación se las puede implementar en cualquier asignatura, y en cualquier ámbito de la educación sirviéndonos de entrenamiento para el posterior uso laboral o socioeconómico-laboral (Lanuzza et al., 2018). En definitiva, apoyando la formación integral de la persona. En este contexto es conocido que la enseñanza – aprendizaje de la matemática no es un proceso simple y en los distintos contextos de formación se requiere actualizar los métodos de enseñanza, incorporar nuevas estrategias y tecnologías con el fin de generar principalmente motivación por parte de los estudiantes, llevándolos de paso a indagar y descubrir la gran importancia que tiene la matemática en una variedad de situaciones de su vida cotidiana (Grisales, 2018).

Dentro de estos antecedentes presentados, surge la pregunta de investigación ¿Cómo se aplican los RDD en la enseñanza de funciones cuadráticas?

Es oportuno tomar en consideración la información proporcionada por el Instituto Nacional de Evaluación Educativa (INEVAL, 2019), emitida en los resultados obtenidos en las pruebas PISA para el desarrollo PISA D, aplicadas a estudiantes de 15 años quienes se

encuentran mayoritariamente en primero bachillerato, en el año 2017, los cuales indican que el 50,6 % de estudiantes tienen resultados inferiores al nivel 2, el resultado promedio en matemáticas es de 377 sobre 1000 puntos; de la misma manera, en la prueba ser Bachiller, los resultados revelan que 16,5 % de estudiantes obtienen un nivel de logro insuficiente, el 46,7 % obtienen el nivel elemental, el 32,7 % alcanza el nivel satisfactorio y apenas el 4,1 % obtienen el nivel de excelente.

Frente a esta realidad, la educación requiere un cambio en donde el docente podría tomar como aliadas a las TIC. existen diversos recursos tecnológicos que pueden ser utilizados como herramientas en la enseñanza de la matemática, indistintamente del nivel para el cual se lo requiera (Grisales, 2018).

Sin embargo, el uso de estos recursos no debe darse de manera desarticulada entre lo técnico y lo pedagógico, ya que, se puede caer en un sencillo uso instrumental y dejar de lado el verdadero impacto en la construcción del conocimiento, la atención didáctica y la elaboración del currículo; de este modo, es importante entender que, no cualquier tipo de recurso digital es adecuado para la enseñanza efectiva de algunos conceptos matemáticos, por lo cual es el docente quien selecciona y valora la herramienta previa a su uso (Grisales, 2018).

En el estudio de revisión sistemática de la literatura realizado por Santana (2020), da a conocer que el uso de herramientas digitales en la enseñanza presenta algunos beneficios tanto para estudiantes y docentes, entre ellas se encuentra la mejora del desempeño académico de los estudiantes. Así mismo, los docentes demuestran gran capacidad de adaptarse a las necesidades de los estudiantes, haciéndoles sentir importantes dentro del proceso educativo, motivados y capaces al tener control de su propio aprendizaje; por otro lado, sienten la orientación, el apoyo y retroalimentación constante del docente (Gómez et al., 2019), lo cual, le brinda un rol de vital importancia a lo largo de la educación.

El objetivo general de esta investigación fue establecer los principales RDD para la enseñanza de funciones cuadráticas en primero de BGU, sus características y elaborar una guía instructiva para su uso. Mientras que, sus objetivos específicos fueron: a) Identificar los RDD de mayor uso para la enseñanza de funciones cuadráticas en primero BGU, estudiados en los 5 últimos años; y, b) Determinar las características que tienen los RDD más utilizados para la enseñanza de funciones cuadráticas.

CAPÍTULO 1

MARCO TEÓRICO Y ESTADO DEL ARTE

1.1. La educación

La educación es una de las acciones humanas más importantes y a la vez básica; se representa como un hecho mancomunado y concatenado con todas las actividades llevadas a cabo dentro de un escenario social, sea este la escuela, el hogar, el trabajo entre otros (Tourinán, 2018). En el devenir histórico se ha podido apreciar que la educación puede manifestarse desde diversas perspectivas, es por ello que a continuación se presenta parte de esta tipología.

De acuerdo con Nava (2020), la educación es un proceso que se ha dado a lo largo de la vida de los seres humanos, un proceso multidireccional que incorpora: conocimientos, habilidades, experiencias, costumbres, actitudes y valores; por lo tanto, hace referencia al conjunto de recursos educativos puestos a disposición de todos los alumnos que, en algunos casos, podrán necesitarlos de forma temporal y en otros, de una forma más continua y permanente. Esta conceptualización lleva necesariamente a plantear una escuela abierta a la diversidad, es así que, la educación es un proceso permanente que puede darse en diferentes contextos o situaciones de manera formal, no formal e informal (Tourinán, 2017).

1.1.1. Educación formal.

La educación formal tiene como particularidad la organización y sistematización de ciertas determinaciones como: la modalidad de estudio, distribución y agrupamiento de los sujetos, determinación de horarios y un grupo de reglas y normas que deben ser puestas en práctica (Criado y Pérez, 2021). De acuerdo con Bonal y González (2021) la educación formal comprende, necesariamente, toda la etapa educacional previa a la inclusión dentro del mercado de trabajo o laboral. A través de esta se tiende a preparar al estudiante a desarrollar actitudes, habilidades, valores que le permitirán un desenvolvimiento de manera permanente.

De manera que la educación formal se refiere a la escolaridad y puede ser desde los primeros años de educación general básica hasta los años de educación superior o universitario.

1.1.2. Educación no formal.

Se considera educación no formal a todas las actividades organizadas y sistematizadas, pero que se realizan fuera del sistema escolar (Santos y Lorenzo, 2019); algunos ejemplos de educación no formal pueden ser talleres, cursos, seminarios, etc. Es el proceso de orientación dirigido a la familia y adulto, impartido en espacios comunitarios, a partir de la mediación docente, permite el desarrollo integral del ser humano, situación que

asegura la inclusión del niño no escolarizado (Mora, 2020). En este sentido, la educación no formal es la más accesible a toda persona que no pueda ingresar al sistema educativo formal, ya sea por falta de recursos, por carencia de iniciativa o cualquier otra situación por la que atravesase (Santos y Lorenzo, 2019).

1.1.3. Educación informal.

La educación informal es un proceso que se da a lo largo de la vida mediante situaciones que acontecen indiferenciada y subordinadamente a otros procesos sociales, es decir se da mediante la interacción con otros individuos de donde se adquieren actitudes y experiencias (Criado y Pérez, 2021).

La educación informal hace alusión a “una experiencia pedagógica libre y natural que se lleva a cabo en un ambiente cotidiano, en el cual se accede a contenidos, herramientas o recursos de manera espontánea” (Bonafant y González, 2021, p. 46). Esta educación es netamente de la vida cotidiana, vinculadas al ámbito laboral, familiar e incluso actividades recreativas (Criado y Pérez, 2021).

Hoy en día una de las dinámicas sociales más arduas y complejas es la de la educación, debido a la cantidad de información que se maneja, los múltiples factores que intervienen en ella y por la diversidad de paradigmas que se han integrado a lo largo de la historia educativa (Blancas, 2018).

El aprendizaje significativo tiene lugar cuando el sujeto que aprende pone en relación los nuevos contenidos con el cuerpo de conocimientos que ya posee, es decir, cuando establece un vínculo entre el nuevo material de aprendizaje y los conocimientos previos (Garcés et al., 2018). Por lo tanto, es importante citar a Baque y Portilla (2021), quienes consideran que el aprendizaje significativo no es más que la adquisición de nuevos conocimientos con significado, comprensión, criticidad y posibilidades de usar esos conocimientos en explicaciones, argumentaciones y solución de situaciones o problemas, en el que se puede relacionar los conocimientos nuevos con los conocimientos previos del estudiante y esto le permite asignar significado a lo aprendido y poderlo utilizar en otras situaciones de la vida.

El aprendizaje significativo se diferencia del aprendizaje repetitivo, fundamentalmente en que, como dice Jean Piaget (1977), el primero consiste en provocar un estímulo en los alumnos para que modifiquen su conocimiento construyéndolo ellos mismos, mientras que el segundo se limita a la mera acumulación de conocimientos.

La construcción de aprendizajes significativos implica la participación del alumnado en todos los niveles de su formación, por lo que deja de ser un mero receptor pasivo para convertirse en elemento activo y motor de su propio aprendizaje (Garcés et al., 2018). Para que el alumno pueda participar en un aprendizaje autónomo, el profesor debe orientar sus

esfuerzos a impulsar la investigación, la reflexión y la búsqueda o indagación, esta autonomía por parte del estudiante, la consigue, en gran medida, gracias a la inclusión de las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC) en el ejercicio pedagógico (Gómez et al., 2019).

1.2. Las TIC y su vinculación con el proceso educativo

1.2.1. Características de las TIC.

De acuerdo con Rodríguez et al. (2020), dentro de las características más generales de las nuevas tecnologías destacan: la inmaterialidad, la interconexión y la interactividad:

La inmaterialidad, en el sentido de que la materia prima en torno a la cual desarrollan su actividad es la información, presentada en diversas formas: visuales, auditivas, audiovisuales, textuales de datos.

La interconexión, pues, aunque las nuevas tecnologías tienden a presentarse de forma independiente, ofrecen grandes posibilidades para poder combinarse y ampliar de esta forma sus posibilidades individuales, como ocurre cuando se unen la televisión vía satélite y la de cable o cuando se incluye en un multimedia una dirección web a la que el ordenador; si está conectado a internet, se desplazará.

La interactividad está permitiendo que el control de la comunicación, que en los medios tradicionales está situado en el emisor, se esté desplazando hacia el receptor; que determinará tanto el tiempo como la modalidad de uso. Con ello el receptor desempeñará un papel importante en la construcción de su mensaje, así como, a su vez, el transmisor de mensajes.

Las TIC son recursos que pueden contribuir como un componente más del plan curricular, como medio de aprendizaje no estandarizado para los estudiantes; no obstante, su aplicación dependerá, en gran medida, de las habilidades y capacidades que tengan los docentes para integrarlas en el proceso de enseñanza-aprendizaje, generando espacios para que los estudiantes interactúen con estos recursos digitales (Rodríguez et al., 2020).

1.2.2. Importancia de las TIC en la educación.

La consideración de las TIC en la práctica pedagógica hoy en día, se ha convertido en una necesidad; ya que, en la actualidad, y desde la perspectiva de la educación como una ciencia de diseño, uno de los asuntos principales con que se enfrentan, tanto profesores como estudiantes, es la identificación y definición de los elementos esenciales del entorno de aprendizaje que deben tomarse en consideración (Ríos y Oyola, 2017). Bien es sabido que, el entorno pedagógico en líneas generales, suele basarse en el enfoque conductista, lo cual genera un ambiente tenso y poco dinámico que indudablemente afecta el proceso pedagógico (Pastora y Fuentes, 2021).

En el marco de este contexto algunos requerimientos para la implementación de las TIC, de acuerdo con Cabero (2017), son las siguientes:

- Los recursos concretos, *hard* y *soft* utilizados en la enseñanza (por ejemplo, aulas de ordenadores con acceso a internet).
- Una serie de servicios y recursos descentralizados ofrecidos a través de la red de información (por ejemplo, páginas web ofreciendo recursos y herramientas de aprendizaje).
- Una metáfora de un lugar de estudio (espacio virtual) creado con ayuda de una metodología innovadora y herramientas tecnológicas, en el que se pretende ofrecer las mismas actividades que en un lugar concreto.

1.3. La escuela y la era digital

Es innegable la importancia que tiene la escuela y la educación en general en el cambio cultural desde todos sus sentidos y perspectivas. En este sentido, Touriñan (2018), señala que, cuando se educa, se transforma, se evoluciona, y se prepara para la vida, así como para las demandas que esta traiga consigo; por lo tanto, toda enseñanza debe ser pragmática y significativa, y debe apuntar hacia la transcendencia del ser humano como agente de cambio social.

Dentro de los beneficios primordiales que la implementación digital en la escuela trae consigo, según Parra (2018), destacan:

- Ampliación de la oferta informativa.
- Creación de entornos más flexibles para el aprendizaje.
- Eliminación de las barreras espacio-temporales entre el profesor y los estudiantes.
- Incremento de las modalidades comunicativas.
- Potenciación de los escenarios y entornos interactivos.
- Favorecer tanto el aprendizaje independiente y el autoaprendizaje como el colaborativo y en grupo.
- Romper los clásicos escenarios formativos, limitados a las instituciones escolares.
- Ofrecer nuevas posibilidades para la orientación y la tutorización de los estudiantes.
- Facilitar una formación permanente.

La comunicación, a través de los medios audiovisuales, ha penetrado en todas las esferas de nuestra sociedad, de tal manera que, la comunicación mediada por los recursos informáticos, es una de las que actualmente mayor impulso está teniendo en cualquier campo,

sobre todo en su integración con lo audiovisual; o, dicho de otra manera, integrando lo audiovisual en la comunicación digital, y con los nuevos canales de comunicación con los medios telemáticos (González, 2020).

Con la llegada del internet han surgido grandes cambios en la sociedad, pues sabemos que hoy en día es indispensable para empresas, el comercio, las comunicaciones, etc. debido a sus bondades, que principalmente facilitan la comunicación ya sea de manera sincrónica o asincrónica con cualquier tipo de personas y desde cualquier lugar (Partida, 2018).

En este sentido, dentro del ámbito educativo es muy provechoso, por cuanto propicia un entorno de aprendizaje cooperativo ya sea entre estudiantes, entre docentes o estudiantes - docentes. Además, facilita el diseño y desarrollo de materiales didácticos, por el fácil acceso a gran cantidad de información multimedia de todo tipo y, al mismo tiempo, permite difundir las creaciones realizadas (Real, 2019).

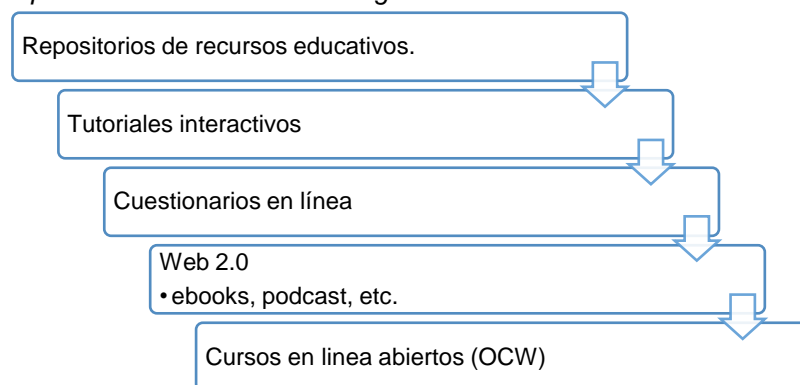
1.4. Recursos Didácticos Digitales (RDD)

1.4.1. Definición.

Los recursos didácticos digitales (RDD) son aquellos objetos o documentos didácticos elaborados de manera digital, a través de los cuales se aborda y desarrolla diversidad de temas mediante la configuración de estructuras didácticas y principalmente, mediante el empleo de contenidos multimedia que involucren, naturalmente, las tecnologías de información y comunicación (Hernández et al., 2020). Según Álvarez (2021), estos objetos podrían ser de diversos tipos, como se muestra en la Figura 1:

Figura 1

Tipos de recursos didácticos digitales



Fuente: Álvarez, 2021

1.4.2. Los RDD al servicio de la labor docente.

Algunos autores aluden a una reconceptualización de la educación a partir de la era digital; de hecho, varios plantean lo siguiente; y es que educar es la praxis actual de la cultura

de los medios, de la participación, también llamada de la información y hasta del conocimiento (Vivas, 2020).

El concepto está teniendo transformaciones importantes, pues fenómenos como la ubicuidad, el aprendizaje horizontal, la posibilidad de publicar contenidos y de evaluarlos, el aprendizaje a lo largo de la vida, el aumento de capacidad crítica, que hoy se vive en el aprendizaje, hace que en términos educativos surjan nuevas dinámicas e investigaciones que buscan explicar estos fenómenos emergentes y también impulsar a que las instituciones educativas adopten nuevos esquemas de gestión del conocimiento (Hernández et al., 2020).

La utilización de los RDD en la labor docente, permite acercar el conocimiento a la mayoría de personas ya que dinamizan el proceso de enseñanza aprendizaje al ser materiales que están a la disponibilidad del usuario, ya sea en línea o en cualquier medio digital (Ibarra et al., 2017). En este sentido, dar paso al uso de los RDD también contribuye a atender las diferentes necesidades que presenta el estudiantado, para lo cual el docente deberá seleccionar cuidadosamente los materiales didácticos innovadores y que se verán plasmados en sus planificaciones (Hernández et al., 2020).

1.4.3. Condiciones para la selección y uso en la docencia.

Los RDD dentro del proceso educativo cumplen un rol de gran importancia por lo cual, deben reunir algunos requisitos para la selección y uso en el proceso de enseñanza aprendizaje y de acuerdo a un análisis profundo realizado por Area, 2019; Grande et al., 2016; y, Noceti, 2019, estos requisitos se presentan en la Tabla 1:

Tabla 1

Características de los RDD

Características de los RDD	Autores
<ul style="list-style-type: none"> - Interactivas - Motivadoras - Interdisciplinarias - Atractivas - Amigables - Fácil acceso. 	(Noceti, 2019) Funciones cuadráticas
<ul style="list-style-type: none"> - Accesibles en cualquier momento y desde cualquier lugar. - Facilitan en el alumnado tareas de búsqueda y exploración de la información. - Realizar representaciones virtuales tanto en escenarios figurativos como tridimensionales. - Proporcionan entornos de gran capacidad de motivación a través de planteamientos gamificados o de aprendizajes lúdicos. - Hacen posible que el alumnado genere o construya conocimiento de forma fácil en distintos formatos o lenguajes. - Son interactivos, permiten la comunicación interpersonal y, en consecuencia, el trabajo colaborativo en la red. 	(Area, 2019) Guía para la producción y uso de materiales didácticos digitales

- Inteligentes en el sentido de que registran y almacenan datos de los usuarios para poder automatizar respuestas e interfaces personalizadas, entre otros.

<ul style="list-style-type: none"> - Instantaneidad - Interactividad - interconexión - diversidad 	(Grande et al., 2016) Tecnologías de la Información y la Comunicación: evolución del concepto y características
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

<ul style="list-style-type: none"> - Inmaterialidad - Instantaneidad - Innovación - Elevados parámetros de calidad de imagen y sonido - Digitalización - Influencia de procesos sobre productos - Interconexión - Diversidad 	(Cabero, 2006) Nuevas Tecnologías, Comunicación y Educación
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------

Nota: Síntesis elaborada a partir de los estudios de Area, 2019; Grande et al., 2016; Noceti, 2019.

1.5. Los RDD para la enseñanza aprendizaje de matemática en Bachillerato General Unificado (BGU)

Los RDD dentro de la enseñanza de las matemáticas son sumamente relevantes, de hecho, muchos de los contenidos impartidos pertenecientes a esta asignatura y en este nivel (BGU), se apoyan en los RDD y principalmente en las Tecnologías de Información y Comunicación (TIC), para complementar la dinámica pedagógica, y más aún en estos tiempos en los cuales impera la era digital.

1.5.1. La matemática y su importancia en el currículum ecuatoriano.

El Currículo oficial, publicado por el Ministerio de Educación (2016), sostiene que el objeto de enseñar matemática a los jóvenes ecuatorianos es principalmente, desarrollar el pensamiento lógico matemático, razonar, valorar las ideas y problemáticas porque desarrollan capacidades para analizar datos procesados en mapas, gráficas, diagramas, que se encuentran en artículos científicos y que el alumnado en algún momento accede para formarse así como seres humanos creativos, autónomos y capaces de generar nuevas ideas, por lo tanto, esta asignatura, es una de las más importantes y obligatorias que todos los estudiantes deben cursar en todos los niveles educativos y se estructura en tres bloques curriculares: álgebra y funciones, geometría y medida y estadística y probabilidad.

El tema de investigación se enmarca dentro de este currículo en el bloque de álgebra y funciones ya que, establece una metodología que facilita el estudio de los diferentes conjuntos numéricos, de las funciones, de los vectores y de las matrices, dentro de este contexto, se aplica los siguientes elementos establecidos por el Ministerio de Educación (2016):

Objetivo general del área: OG.M.4. Valorar el empleo de las TIC para realizar cálculos y resolver, de manera razonada y crítica, problemas de la realidad nacional, argumentando la pertinencia de los métodos utilizados y juzgando la validez de los resultados.

Destreza con criterio de desempeño: M.5.1.31. Resolver (con o sin el uso de la tecnología) problemas o situaciones, reales o hipotéticas, que pueden ser modelizados con funciones cuadráticas, identificando las variables significativas presentes y las relaciones entre ellas; juzgar la pertinencia y validez de los resultados obtenidos.

Criterio de evaluación: CE.M.5.3. Opera y emplea funciones reales, lineales, cuadráticas, polinomiales, exponenciales, logarítmicas y trigonométricas para plantear situaciones hipotéticas y cotidianas que puedan resolverse mediante modelos matemáticos; comenta la validez y limitaciones de los procedimientos empleados y verifica sus resultados mediante el uso de las TIC.

Indicador para la evaluación del criterio: I.M.5.3.2. Representa gráficamente funciones cuadráticas; halla las intersecciones con los ejes, el dominio, rango, vértice y monotonía; emplea sistemas de ecuaciones para calcular la intersección entre una recta y una parábola o dos parábolas; emplea modelos cuadráticos para resolver problemas, de manera intuitiva halla un límite y la derivada; optimiza procesos empleando las TIC.

Orientaciones metodológicas para la evaluación del criterio: En cuanto a las orientaciones metodológicas, es necesario que se compruebe el desarrollo de las habilidades necesarias para reconocer, interpretar, graficar, analizar las características y operar con funciones de variable real (lineal, cuadrática, exponencial, logarítmica, trigonométrica, polinomiales y racionales). Asimismo, que el estudiante analice el dominio, el recorrido, la monotonía, los ceros, máximos y mínimos, paridad y composición de las diferentes funciones. También se incluyen las propiedades de inyectividad, sobreyectividad y biyectividad. Apoyándose con las TIC, debe poder graficar, interpretar y encontrar las intersecciones con los ejes, y la intersección de las gráficas de funciones; además de hallar la solución de ecuaciones de manera gráfica; interpretar geoméricamente la derivada de una función cuadrática y sus aplicaciones; y comprender la noción de límite y su aplicación, así como la modelización de situaciones reales a través de las funciones (Ministerio de Educación, 2016).

1.6. La enseñanza de funciones cuadráticas

El proceso de enseñanza aprendizaje es fundamental y se basa en los criterios que el docente considera a la hora de planificar, dentro de los cuales, están las habilidades profesionales desarrolladas en la formación y experticia del docente, que se plasmarán en la metodología utilizada en cada momento de la planificación (Carriazo et al., 2020). En este sentido, es importante abordar el tema de manera procedimental, considerando las diferentes directrices del currículo, las necesidades individuales y colectivas de los estudiantes, sobre

todo enfocándose siempre en el protagonismo del discente que le permita ser un ser independiente, reflexivo, crítico (Barrazueta et al., 2018), y de este modo alcance el perfil de salida.

1.6.1. Funciones cuadráticas.

Una función cuadrática es un polinomio cuadrático o de grado 2 y está definida como: $f(x) = ax^2 + bx + c$; en donde a, b y c son números reales cualesquiera y $a \neq 0$, condición de existencia (Labarrere, 2018).

Las funciones cuadráticas pueden ser usadas en diferentes ámbitos de la vida cotidiana entre ellos tenemos: dentro del campo de la física en el que se utiliza para describir trayectorias de proyectiles, movimientos con aceleración constante entre otros; dentro de la economía para determinar costos y ganancias de empresas (Labarrere, 2018).

1.6.2. Los RDD para la enseñanza de funciones cuadráticas.

Las funciones cuadráticas representan uno de los temas del área de matemática más importantes, no solo por su trascendencia, sino también por la aplicabilidad que puede tener en situaciones reales de la vida cotidiana de todos (Camacho, 2019); de hecho uno de los propósitos del currículo sustenta que el estudiante debe estar en la capacidad de resolver (con o sin el uso de la tecnología) problemas o situaciones, reales o hipotéticas, que pueden ser modelizados con funciones cuadráticas, identificando las variables significativas presentes y las relaciones entre ellas; juzgar la pertinencia y validez de los resultados obtenidos; así como también llevar a cabo cálculos de manera intuitiva la derivada de funciones cuadráticas, a partir del cociente incremental, además de interpretar de manera geométrica (pendiente de la secante) y física el cociente incremental (velocidad media) de funciones cuadráticas, con apoyo de las TIC (Ministerio de Educación del Ecuador, 2016).

Como puede notarse, las TIC siempre están presentes y conforman, juntos a los RDD unos recursos imprescindibles al momento de enseñar y aprender este tipo de contenidos. De acuerdo con Moreno (2018), estas son algunas de las funciones educativas de estas herramientas:

Sobre la funcionalidad:

- a. Los sistemas tecnológicos cubren las necesidades del centro.
- b. Su incorporación contribuye a mejorar la organización pedagógica y administrativa del centro.
- c. Suponen un ahorro de recursos (personales, tiempo, espacio).
- d. Son viables en términos coste/beneficios.

- e. Permiten el control por parte de los usuarios (forma de interactuar las personas con las máquinas).
- f. Ubicación y acceso fáciles.
- g. Permiten facilidad para el aprendizaje y sencillez de manejo.
- h. Permiten la flexibilidad de uso.
- i. Garantizan la privacidad de la información.
- j. Facilitan el descubrimiento de nuevos usos.
- k. Son buenos recursos para el aprendizaje y para la enseñanza.

Sobre las posibilidades didácticas:

- a. Responden a la concepción que tenemos sobre educar, enseñar, etc.
- b. Responden a nuestros planteamientos didácticos y metodológicos.
- c. Permiten la manipulación en función de nuestras necesidades.
- d. Ayudan a la realización de proyectos educativos, curriculares, etc.
- e. Permiten adaptar el trabajo a las necesidades educativas y organizativas del centro.
- f. Permiten realizar las distintas secuencias de objetivos, contenidos, actividades, evaluación.
- g. Permiten adaptar las actividades a las necesidades e intereses del alumnado, atendiendo a la diversidad.
- h. Predisponen y motivan para trabajar en equipo, individualmente, tanto al alumnado como al profesorado.
- i. Permiten organizar actividades de motivación, de aplicación, de síntesis, de refuerzo, de ampliación, etc.
- j. Favorecen el aprendizaje significativo, las relaciones interpersonales, el conocimiento de la realidad, la utilización de distintos lenguajes, la colaboración y cooperación, etc.

Sobre los aspectos técnicos:

- a. Adquisición fácil y servicio técnico de posventa.
- b. Económicos.
- c. Sencillez de manejo y manipulación.
- d. Mantenimiento sencillo o de fácil control

- e. Móviles, estáticos.
- f. Permiten la producción de materiales de paso, de software.
- g. Adecuados a nuestras instalaciones y necesidades.
- h. Utilización flexible.
- i. Posibilidad de interacción con otros medios, etc.

1.6.3. Dificultades en la enseñanza de funciones cuadráticas y cambios metodológicos para su enseñanza.

El proceso de estudio de una obra matemática no es homogéneo, sino que se estructura en diferentes momentos. Cada momento del proceso didáctico hace referencia a una dimensión o aspecto de la actividad de estudio, más que a un período cronológico preciso. Por lo tanto, los momentos están distribuidos de una forma dispersa a lo largo del proceso didáctico y no pueden ser vividos de una sola vez (Salinas, 2020).

Podría hacerse una primera descripción muy esquemática de dicho proceso relacionando cada momento con los diferentes elementos que constituyen una obra matemática:

- El momento del primer encuentro hace referencia a los objetos matemáticos (funciones cuadráticas), que constituyen un tipo de problema
- El momento exploratorio relaciona un determinado tipo de problema con la construcción de una técnica adecuada para abordarlos.
- El momento del trabajo de la técnica se refiere al dominio, puesta a punto y creación de técnicas matemáticas.
- El momento tecnológico-teórico hace referencia, como su nombre lo indica, a los dos niveles de justificación de la actividad matemática.
- El momento de la institucionalización. (Nadal, 2020)

1.6.4. Uso de las TIC como recursos didácticos para la enseñanza de funciones cuadráticas.

Desde otro punto de vista las redes sociales, como depósito de información son generadoras de cambios y transformaciones mentales, la informática actúa como catalizador de la realidad a la virtualidad, se torna digital y juega un papel proporcional a su integración en los procesos de comunicación humana; hay representaciones que influyen en nuestra mente con la misma o más fuerza que las entidades que representan. Y hay imágenes sin referente que llegan a controlar nuestra mente (Rodríguez, 2018). De forma tal que la construcción del conocimiento de forma autónoma, así como en sí misma la autonomía, puede desarrollarse enormemente a través de la virtualidad, habilitada por la tecnología digital y las redes sociales (Lima y Fernández, 2017).

1.7. Estado del arte

Es un hecho indiscutible que a lo largo de los años el hombre y la sociedad en general han buscado la manera más práctica y rápida de acoplarse a los cambios que la contemporaneidad demanda, los cuales, en muchos sentidos implican una transformación de paradigmas para enfrentar las nuevas realidades (Villacis y Arroba, 2022). Uno de los escenarios que ha manifestado cambios en este sentido es el educativo, entendiéndolo por ello, que el proceso de enseñanza-aprendizaje se ha dinamizado, apropiándose de estrategias modernas y novedosas que impriman un sello innovador en la práctica pedagógica gracias a las llamadas Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC) (Rodríguez et al., 2020).

Así, Rodríguez et al. (2020) afirman que, en la educación, las TIC representan actualmente una pieza fundamental para el desarrollo de conocimientos, tanto dentro como fuera del aula, dado que, los estudiantes hoy en día tienen acceso a distintos dispositivos digitales y un amplio uso de internet que, han llevado a desarrollar nuevas metodologías para buscar información que complemente la educación que se recibe al interior del aula de clase.

De manera pues, que el alcance de estas TIC si bien se extiende hacia todo el proceso de enseñanza, en un primer momento repercuten en el profesorado, quien, impulsado por todos estos cambios, tiene el deber de ajustar los contenidos a la nueva realidad, modificar el modelo de enseñanza y el modo de organización; es por ello que, no es de extrañar que hoy los medios tecnológicos sean considerados un recurso indispensable dentro de la labor docente. El docente en su ejercicio profesional se enfrenta, entonces, al reto de incorporar las nuevas tecnologías a sus clases, para lo cual, requiere de formación en este campo para que pueda contar con los conocimientos necesarios y poder orientar a los estudiantes a hacer un uso adecuado de los recursos tecnológicos, de tal forma que aporte a enriquecer sus conocimientos (Peña, 2017).

Por lo tanto, la competencia para el manejo de las TIC es indispensable, tanto en profesores como en estudiantes, por lo cual, es importante promover espacios educativos que permitan poner a estudiantes y docentes frente a las TIC, y, aprovechando a la vez, los beneficios que estos recursos brindan para promover el aprendizaje y que, los dos grupos involucrados, desarrollen las competencias necesarias para hacer frente a esta era digitalizada (Linárez, 2020). En este caso, estudios realizados en torno a la enseñanza de las Matemáticas, evidencian la persistente utilización de métodos tradicionalistas, caracterizados por procesos meramente prescriptivos e instrumentalistas que desmotivan a los estudiantes a aprender esta ciencia (Basulto y Hechavarría, 2018; Naranjo y Tinoco, 2018). Ante ello, se propone integrar al aula el uso de softwares interactivos que pueden incidir significativamente en el aprendizaje y el mejoramiento del rendimiento académico de esta asignatura (Holgúin et al., 2020).

En este sentido, algunos estudios han puesto a prueba diferentes propuestas tecnológicas para el aprendizaje de Matemática; por ejemplo, específicamente para la enseñanza de las funciones cuadráticas, el uso de GeoGebra presenta un gran potencial para el tratamiento de la vía de interpretación global, los estudiantes mencionan utilizar alguno de estos recursos porque permiten verificar de manera rápida los resultados, son fáciles de utilizar y porque representan rápidamente las gráficas de las funciones (Gómez et al., 2017). El uso de este software propicia escenarios educativos, para que los nuevos saberes sean apropiados por parte del estudiante, en lo que se refiere a las funciones matemáticas (Fernández et al., 2017). También, con la plataforma Photomath los estudiantes fueron capaces de interactuar con el sistema sin dificultad y su participación en el proceso de aprendizaje aumentó, además, la calidad de los trabajos escolares de los estudiantes mejoró notablemente (Zakariashvili, 2021).

En general, es necesario trasladar al ámbito digital lo que el docente realiza diariamente, tomando en consideración, la producción de los aspectos pedagógicos, informáticos y comunicativos (Fernández et al., 2017). La mayoría de las plataformas diseñadas para la enseñanza de Matemáticas, son capaces de resolver entre otros tantos temas, funciones algebraicas, la confiabilidad de sus resultados hacen evidente sus beneficios para un aprendizaje más significativo (Paredes y Gámez, 2018).

Conclusiones

Es indiscutible que la educación atraviesa grandes cambios a medida que la tecnología avanza, razón por la cual, resulta natural que los intereses de los estudiantes también sean diferentes y la forma de enseñar y aprender requieran transformaciones. Por lo tanto, los docentes necesitan preocuparse por su formación continua para integrar nuevas estrategias metodológicas en el aula.

En tal sentido, los recursos didácticos digitales han demostrado importantes beneficios para promover el aprendizaje significativo, brindan al estudiante la capacidad de resolver problemas o situaciones, reales o hipotéticas con mayor interés y motivación. De ahí que, se consideran útiles para la enseñanza de las funciones cuadráticas, que son objetivo de esta investigación.

CAPÍTULO 2

MARCO METODOLÓGICO

Para este trabajo de investigación se ha realizado una revisión de la literatura por cuanto, permite extraer y recopilar toda la información de importancia y útil para enmarcar el problema de estudio (Hernández y Mendoza, 2020). Esta revisión se ha hecho con el propósito de examinar los recursos didácticos digitales (RDD) existentes para la enseñanza de funciones cuadráticas.

2.1. Técnica

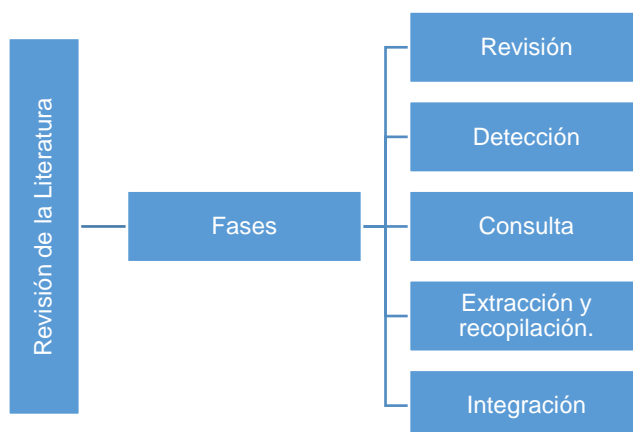
Recolección de información a través de la revisión de la literatura que de acuerdo con Hernández y Mendoza (2020), consiste en averiguar, analizar y enganchar los documentos bibliográficos mismos que nos permitirán a la vez, extraer la información de importancia y útil para enmarcar el problema de estudio que para nuestro caso se enfoca en los recursos didácticos digitales para la enseñanza-aprendizaje de funciones cuadráticas.

2.2. Proceso metodológico realizado

Para este proceso, se ha explorado en internet principalmente en las bases de datos de Redalyc, Dialnet y en el buscador de Google Académico se han considerado las fuentes primarias y se han seguido las siguientes fases expuestas en la Figura 2, basados en lo propuesto por Hernández y Mendoza (2020):

Figura 2

Fases revisión de la literatura



Fuente: Hernández y Mendoza (2020)

Revisión. Para esta primera etapa, la búsqueda se ha hecho en internet en las bases de datos multidisciplinares Google académico, Dialnet y Redalyc; se ha hecho una búsqueda avanzada en donde se especifica el intervalo de 2017 -2022 y cualquier idioma.

Detección. Para la detección de documentos hemos utilizado las palabras clave: RDD, enseñanza matemática, guías de aplicación, funciones cuadráticas y BGU.

Consulta. En esta fase, nos ha interesado solamente los documentos estrechamente relacionados con recursos didácticos digitales utilizadas para la enseñanza aprendizaje de funciones cuadráticas.

Extracción y recopilación. En este apartado se extrae la información relacionada con el autor y año de publicación, título, hallazgos y conclusiones; esta información se recopila en una matriz.

Integración. Una vez extraída la información pertinente, se ordena cronológicamente.

A continuación, en la Tabla 2, se representa el número de documentos encontrados en las diferentes bases de datos.

Tabla 2

Documentos encontrados

Bases de datos	Criterios utilizados	Número de artículos encontrados
Google académico	Recursos didácticos digitales enfocados a la enseñanza de funciones cuadráticas en primero BGU	59
Dialnet	Enseñanza de funciones cuadráticas.	24
Redalyc	Enseñanza de funciones cuadráticas en primero BGU	5
Total		88

Fuente: Elaboración propia

Para la selección apropiada de los documentos, a los 88 documentos arrojados, se aplicaron los criterios de inclusión y exclusión de la siguiente manera:

Criterios de inclusión: Documentos estrechamente relacionados con recursos didácticos digitales enfocadas a la enseñanza de funciones cuadráticas en primero BGU, en los años 2017 a 2022, documentos en español e inglés, cabe mencionar que, debido a la obtención de pocos artículos de interés con estos criterios, se ha tenido que incluir trabajos de fin de máster.

Criterios de exclusión: documentos que no se relacionan con recursos didácticos digitales enfocadas a la enseñanza de funciones cuadráticas, años diferentes a primero de BGU, idioma diferente a español o inglés, año de publicación anterior a 2017 y documentos duplicados.

Para la identificación de los RDD utilizados más utilizados en la enseñanza de funciones cuadráticas se ha realizado la búsqueda de artículos comprendidos entre 2017 a 2022, se han encontrado algunos artículos de investigación realizados mismos que se han sintetizado en la Tabla 3:

Tabla 3

Identificación de RDD

Autor, tema del artículo	RDD utilizado	Resultados
(Gómez et al., 2017) "Propuesta para el tratamiento de interpretación global de la función cuadrática mediante el uso de GeoGebra"	GeoGebra	El uso de GeoGebra presenta un gran potencial para el tratamiento de la vía de interpretación global, pues permite discriminar la congruencia entre las características visuales de la parábola y las semánticas de la expresión algebraica que intervienen para la conversión de tales representaciones (Gómez et al., 2017).
(Scorzo et al., 2017) Estudio sobre habilidades matemáticas y digitales en el aprendizaje de la derivada	Geogebra, Mathematics, Grapher/ Desmos, WolframAlpha, Symbolab, MalMath, Photomath	En los hallazgos de esta investigación, los estudiantes mencionan utilizar alguna de estos recursos porque permiten verificar de manera rápida los resultados, son fáciles de utilizar y porque representan rápidamente las gráficas de las funciones.
(Fernández et al., 2017) Software educativo y las funciones matemáticas. Una estrategia de apropiación.	Funciones cuadráticas K3DSurf Derive Calc 3D Prof FunGraph	Fernández et al. (2017) considera que el uso del software propicia escenarios educativos, para que los nuevos saberes sean apropiados por parte del estudiante, en lo que se refiere a las funciones matemáticas. Por otro lado, manifiesta el software educativo no es una tarea únicamente de ingenieros, ya que, es necesario trasladar al ámbito digital lo que el docente realiza diariamente, tomando en consideración, la producción de los aspectos pedagógicos, informáticos y comunicativos.
(Paredes y Gámez, 2018) M-Learning: Revisión y análisis comparativo de algunas aplicaciones o apps de matemáticas.		Paredes y Gámez (2018) concluyen que existen gran cantidad de aplicaciones en matemática que se pueden acceder de manera gratuita, la mayoría de ellas son capaces de resolver entre otros tantos temas, funciones algebraicas. Por otro lado, en cuanto a la confiabilidad de los resultados mostrados por las apps, los autores manifiestan que no hubo discrepancias entre la solución algebraica o numérica mostrada por las aplicaciones y el obtenido al resolver el ejercicio de manera manual.
(Calderón et al., 2018)	GeoGebra	El uso del software GeoGebra brindó facilidades y una mejor comprensión en el

Logros de aprendizaje en funciones lineales y cuadráticas mediante secuencia didáctica con el apoyo del Geogebra		análisis de las gráficas de funciones lineales y cuadráticas. Así mismo, mejoró la consecución de destrezas de funciones lineales y cuadráticas y fortaleció la construcción del conocimiento, por lo tanto, merece la implementación de la secuencia didáctica con el apoyo de GeoGebra.
(Azzolina et al., 2019) Un posible abordaje para enseñar función cuadrática en un ambiente tecnológico.	GeoGebra	El software fue solamente utilizado como un instrumento, ya que realizaron acciones sobre el artefacto, explorando e identificando posibles procedimientos para graficar la función. El proceso fue repetitivo y limitado a las indicaciones del docente, lo cual desembocó en un cansancio por parte de los estudiantes sobre el uso de la herramienta.
(Noceti, 2019) Funciones cuadráticas	GeoGebra Edpuzzle	La autora propicia la utilización de GeoGebra por cuanto es un programa interactivo simple, amigable y con la ventaja educativa de combinar el tratamiento geométrico y el algebraico en forma simultánea y con la posibilidad de poder incorporar imágenes. Así mismo, recomienda la utilización de edpuzzle ya que permite seleccionar los videos que el docente considere, tiene la posibilidad de editarlos, añadir audio explicativo, texto, ejercicios, preguntas abiertas y cerradas y asignar a cada uno de los alumnos.
(Del Carmen et al., 2020) Plataforma web de recursos didácticos matemáticos.	GeoGebra Matlab Sage Genios	El proyecto surge de la necesidad de contar con una herramienta de consulta y repaso de contenidos matemáticos en un portal web, en el cual se incluyen diferentes recursos didácticos digitales.
(Reyes, 2020) Funciones Matemáticas.	Excel GeoGebra, Photomath Symbolab Kahoot Plickers	El trabajo pretende generar motivación en los estudiantes utilizando la estrategia de relacionar los problemas matemáticos a situaciones de la vida real apoyandose en recursos didácticos digitales que faciliten el aprendizaje.
(Vaillant et al., 2020) Uso de plataformas y herramientas digitales para la Enseñanza de la Matemática.	Derive, GeoGebra, Mathgraph, Dr. Geo, Cabri	El aprovechamiento pedagógico en la clase de Matemática de los recursos, herramientas y plataformas examinadas es de nivel bajo y moderado. Es necesario crear nuevos modelos disruptivos de formación tecno pedagógica del profesorado (Marcelo y Vaillant, 2018). La incorporación del teléfono celular como el dispositivo que más utilizan los profesores en sus clases de Matemática. (Hinostroza et al., 2015; UNESCO, 2016).
(Reyes, 2021)	Kahoot, Quizizz,	Coinciden en los cambios favorables que surgen al incluir el uso de recursos en los

Recursos educativos digitales y el proceso de enseñanza aprendizaje sobre funciones cuadráticas en la unidad educativa ancón, año 2021.	GeoGebra, IDroo.	procesos de enseñanza aprendizaje, sin duda, son recursos agradables, útiles; conjugan el audio, el video, la enseñanza y la tecnología, todo a beneficio de la educación; se adaptan a diferentes contextos educativos sin afectar la economía.
(Juagibioy, 2021) Las Herramientas Digitales, una Ventana Tecnológica que Contribuye al Apoyo Matemático, Transformando y Resignificando las Prácticas Pedagógicas.	GeoGebra, Photomath, Microsoft Math, Calculadora gráfica Math, Smartick, Fórmulas Freeny y Socratic	Juagibioy concluye que la propuesta didáctica basada en un modelo computacional micro matemático donde puedan transformar y resignificar las prácticas pedagógicas que contribuya a su formación personal y profesional dentro de su región alcanzo considerablemente su objetivo además vinculo a sus familiares en el empleo de las herramientas digitales demostrando que no hay límites para la transformación.
(Zakariashvili, 2021) Challenges in Human-Computer Interaction on the Example of Photomath Mobile	Photomath	Los participantes en el proyecto fueron capaces de interactuar con el sistema Photomath sin dificultad, lo que se atribuyó a la usabilidad de la app. Además, gracias a la aplicación Photomath, la participación de los estudiantes en el proceso de aprendizaje aumentó. Al utilizar este programa, los resultados de aprendizaje y la calidad de los trabajos escolares de los estudiantes han mejorado notablemente. Sin embargo, algunos de los inconvenientes es que, el software puede llevarlos a ser perezosos y que pueden utilizar la tecnología para fines no educativos.
(Huerto, 2022) Uso del software GeoGebra bajo el registro de representación semiótico en el aprendizaje de resolución de problemas sobre funciones cuadráticas.	GeoGebra	El autor concluye que el uso del software GeoGebra bajo el registro de representación semiótica ayudó a representar dinámicamente una parábola y facilitó en los estudiantes del grupo experimental la visualización de los cambios que se producen a mover un deslizador y el registro de representación gráfico se convierte en un registro gráfico dinámico. Ello facilitó mejorar en el nivel de aprendizaje de resolución de problemas sobre funciones cuadráticas de los estudiantes de cuarto grado de educación secundaria del grupo experimental.

Nota: Síntesis elaborada a partir de la revisión sistemática de varios estudios

CAPÍTULO 3

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

3.1. Resultados

De acuerdo a los objetivos específicos planteados para esta investigación, los resultados aquí expuestos se enmarcan en dos aspectos: a) los RDD de mayor uso para la enseñanza de funciones cuadráticas en primero BGU; y, las características que tienen estos RDD.

En tal sentido, como se pudo observar en la Tabla 3, el software más utilizado es GeoGebra puesto que 12 de los 14 documentos leídos usan GeoGebra que corresponde a un 85,71%; prosigue Photomath, 5 de los 14 documentos entre otros recursos utilizan Photomath que corresponde a 35,7 % y finalmente Symbolab, 3 de los 14 artículos, utilizan este recurso, representando un porcentaje de 21,43%. Cabe indicar algunos de los documentos utilizan más de una herramienta y los porcentajes están calculados de acuerdo a la totalidad.

Con respecto a las características de los recursos mayormente utilizados, estos han sido evaluados con base a los criterios planteados por algunos autores como: Grande et al., 2016; Noceti, 2019; y, Ruiz, 2018, quienes destacan las siguientes características:

- **Interactivas**, permiten la comunicación interpersonal y, en consecuencia, el trabajo colaborativo en la red.
- **Motivadoras**, proporcionan entornos de gran capacidad de motivación a través de planteamientos gamificados o de aprendizajes lúdicos
- **Atractivas**, permiten realizar representaciones virtuales tanto en escenarios figurativos como tridimensionales.
- **Amigables**, hacen posible que el alumnado genere o construya conocimiento de forma fácil en distintos formatos o lenguajes.
- **Fácil acceso**, con las aplicaciones instaladas en el dispositivo, los usuarios pueden acceder en cualquier momento y desde cualquier lugar sin importar el acceso a internet.

Por otra parte, estos tres RDD encontrados (GeoGebra, Photomath y Symbolab), se caracterizan porque permiten verificar de manera rápida los resultados, son fáciles de utilizar, representan rápidamente las gráficas de las funciones algebraicas, son de acceso gratuito por lo que se adaptan a diferentes contextos educativos sin afectar la economía, tienen un alto índice de confiabilidad de los resultados que proveen en la solución algebraica o numérica, son programas interactivos simples que ofrecen la ventaja educativa de combinar el tratamiento geométrico y el algebraico en forma simultánea y la posibilidad de poder incorporar imágenes, a la vez que conjugan audio y video, sus interfaces permiten una mejor

comprensión en el análisis de las gráficas de funciones lineales y cuadráticas, lo cual, fortalece la construcción del conocimiento (Fernández et al., 2017; Huerto, 2022; Noceti, 2019; Paredes y Gámez, 2018; Reyes, 2021; Vaillant et al., 2020).

3.2. Discusión

La enseñanza de la matemática tradicionalmente se ha enfocado en transferir información o conocimientos al estudiante, mediante actividades como: la presentación del tema, el desarrollo individual de ejercicios usando la pizarra y el marcador, despejar dudas por parte del profesor y proponer ejercicios del tema tratado procesos meramente prescriptivos e instrumentalistas que desmotivan a los estudiantes a aprender esta ciencia (Basulto y Hechavarría, 2018; Naranjo y Tinoco, 2018). Es decir, el protagonista en todo este proceso es el docente, pues es quién determina que es lo correcto o lo incorrecto, una acción en la cual se enfatiza en el error o acierto de una respuesta, donde se involucra únicamente el conocimiento del docente respecto a las matemáticas (Basulto y Hechavarría, 2018).

Es necesario preparar a los docentes en el uso pedagógico de herramientas digitales para el aprovechamiento de las bondades que estos nos ofrecen; se conoce que muchos profesores se niegan a utilizar la tecnología como un medio de apoyo para alcanzar los objetivos de aprendizaje. Sin embargo, corresponde su labor buscar opciones de mejora y desarrollo (Acevedo, 2018), donde puedan diseñar y proponer espacios para solventar todas las necesidades e intereses de los estudiantes.

El efecto de la inclusión de la tecnología en el ámbito educativo ha tenido gran importancia, principalmente su utilización para mediar el aprendizaje de la matemática. De la revisión de la literatura, algunos autores concuerdan en la idea de que el uso de la tecnología tiene gran influencia en el contexto educativo, puesto que los estudiantes incrementan su motivación, por lo tanto, mejoran el desempeño académico, tanto en la elaboración de tareas como en la comprensión de conceptos; se sienten capaces y motivados para construir su propio aprendizaje (Holguín et al., 2020; Santana, 2020).

Así mismo, Vaillant et al. (2020) dan a conocer que los instrumentos digitales para la enseñanza de matemática son de gran influencia en la sociedad, de manera especial en el contexto educativo; estos investigadores concluyen que los estudiantes incrementan su motivación si trabajan con las TIC.

En el estudio de revisión sistemática de la literatura realizado por Santana (2020), da a conocer que el uso de herramientas digitales en la enseñanza presenta algunos beneficios tanto para estudiantes y docentes, entre ellas se encuentra la mejora del desempeño académico de los estudiantes. Así, la incorporación de la tecnología en la enseñanza de funciones cuadráticas, facilita la comprensión de los conceptos de cada uno de sus elementos y más aún cuando es el estudiante quien construye su propio aprendizaje sin desmerecer la

labor de docente, pues es quien le encamina, guía y proporciona los elementos necesarios para que se dé el aprendizaje de manera efectiva.

En cuanto a la elaboración de guías instructivas, varios autores concuerdan que, el uso de recursos digitales como graficadores didácticos es de gran apoyo para la comprensión de conceptos de funciones y sus elementos (Calderón et al., 2018; Juagibioy, 2021). En este sentido, este trabajo investigativo contribuye en el ámbito pedagógico del aprendizaje constructivo de matemáticas.

CAPÍTULO 4

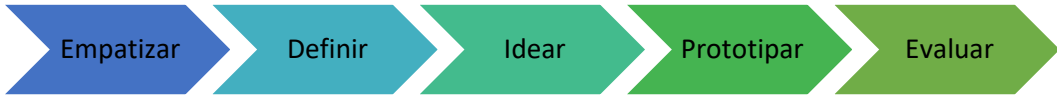
GUÍA INSTRUCTIVA

En este cuarto capítulo se da cumplimiento al tercer objetivo de este trabajo de investigación, correspondiente a elaborar una guía instructiva para el uso de los tres RDD identificados en el capítulo anterior (GeoGebra, Photomath y Symbolab), los cuales fueron seleccionados por sus características que benefician a la enseñanza-aprendizaje de las funciones cuadráticas.

Para la elaboración de la guía instructiva se utilizará el método del *Design Thinking*, el cual permite entender y buscar solución a las necesidades de los usuarios. Este método comprende 5 fases relevantes presentadas en la Tabla 4:

Tabla 4

Fases Design Thinking



EMPATIZAR	DEFINIR	IDEAR	PROTOTIPAR	EVALUAR
Observar a los usuarios y sus comportamientos para conocer sus necesidades.	Se plantea el proyecto a desarrollar considerando las necesidades de los usuarios y su contexto.	Se generan diversas ideas las cuales dan inicio al diseño, para ello se generan tanto los conceptos como los recursos con los cuales se inicia el prototipo.	Se generan los recursos con los cuales los usuarios puedan interactuar. Esta etapa es de importancia por cuanto el prototipo va mostrando las características del producto final.	Esta fase permite obtener retroalimentación de los mismos usuarios y colegas de asignatura.

Nota: Tabla elaborada con base al modelo de Doorley et al. (2018)

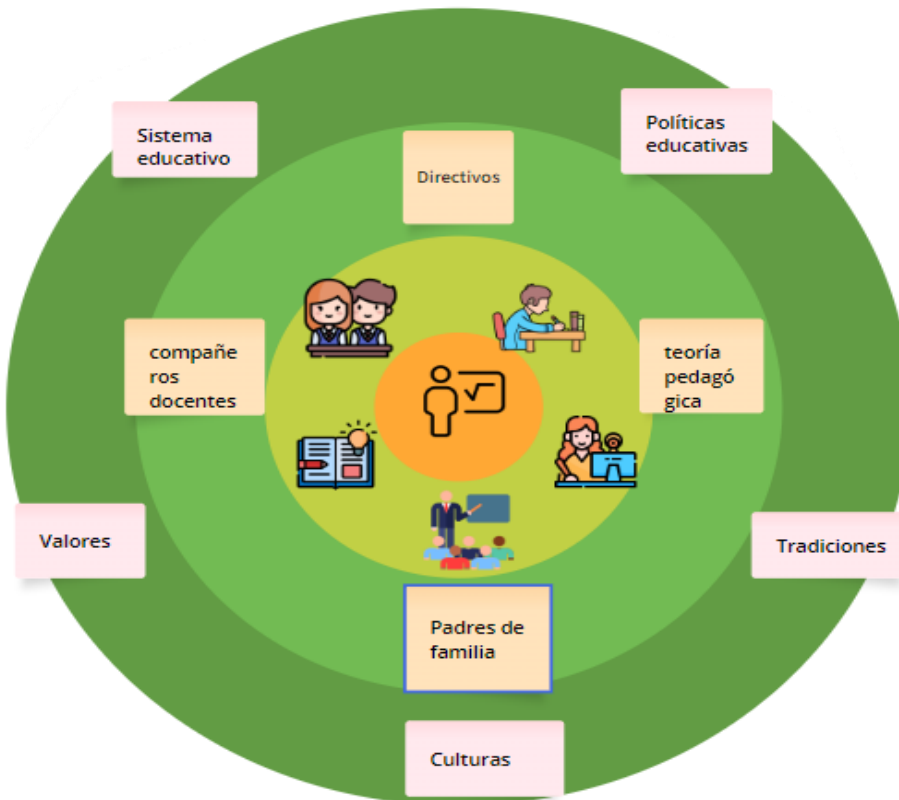
FASE 1: EMPATIZAR

Mapa de actores: es importante iniciar con un mapeo de actores, el cual permitirá a más de conocer a los posibles actores también saber sus acciones y de esta manera poder representar la realidad en la cual estamos inmersos (Rojas y Rincón, 2021). Esta herramienta es muy útil dentro del desarrollo de un proyecto, puesto que, permitirá comprender el contexto

tanto social como económico en el cual se pretende insertar el recurso. Su estructura se observa en la Figura 3:

Figura 3

Mapa de actores



Fuente: Elaboración propia

Interpretación del mapeo de actores: En el centro tenemos al actor clave que es el docente, mismo que puede ser de cualquier género y su edad oscile entre los 25-60 años de edad, puede utilizar ya sean metodologías activas o tradicionales; luego tenemos a los estudiantes que pueden pertenecer a zonas rurales o urbanas y de acuerdo a Kolb pueden ser activos, reflexivos, teóricos o pragmáticos; de la misma manera, tenemos también las estrategias utilizadas por el docente dentro del aula y su nivel de capacitación docente; por otro lado tenemos a los padres de familia, quienes pueden acompañar de manera activa o pasiva en el proceso de aprendizaje de sus hijos, compañeros docentes, autoridades y las teorías pedagógicas en la cual se fundamenta la institución como tal. Finalmente, contamos con el sistema educativo, políticas educativas, culturas, tradiciones y valores educativos.

FASE 2: DEFINIR

Perfil del Usuario: considera los hábitos y necesidades de los usuarios. Esto servirá para tener siempre presente a estos usuarios a los que va dirigida la solución a definir. Se puede observar en la Figura 4 el perfil para docentes y en la Figura 5 para estudiantes:

Figura 4

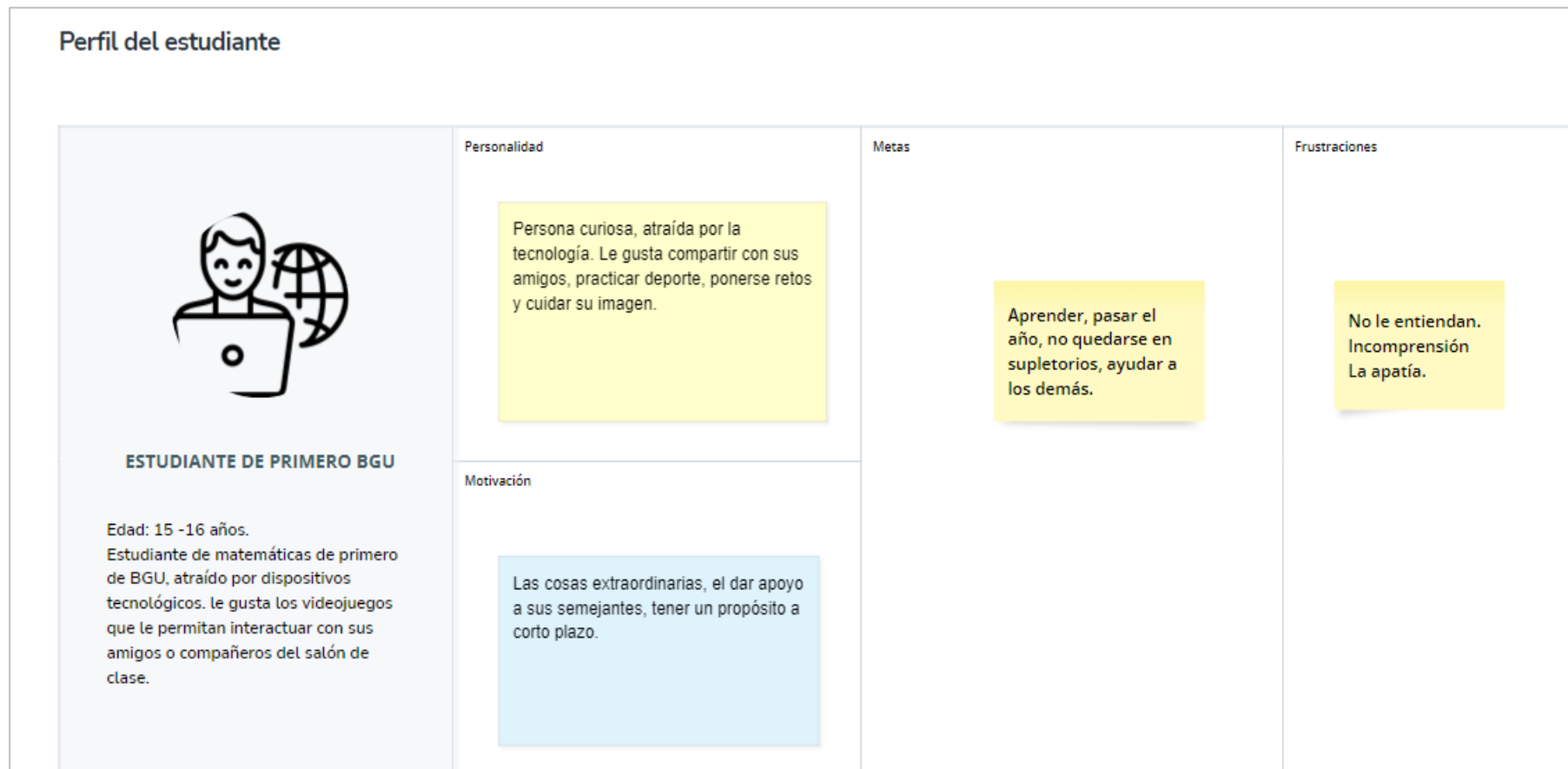
Perfil del usuario, docente.

Perfil del docente			
 <p>DOCENTE DE MATEMÁTICA</p> <p>Edad: 25 -60 años</p> <p>Es docente fiscal de matemática de bachillerato, apasionado en su labor e interesado siempre en cursos de actualización docente. En sus tiempos libres le gusta compartir con su familia y practicar deporte.</p>	<p>Personalidad</p> <p>Exigente, dinámico, curioso, innovador.</p>	<p>Metas</p> <p>Guiar, apoyar a estudiantes durante el proceso de aprendizaje de manera activa.</p>	<p>Frustraciones</p> <p>El sentimiento negativo hacia las matemáticas. Falta de apoyo de compañeros y directivos para mejorar la educación. Ausencia de recursos importantes. Obtener resultados desfavorables en sus estudiantes.</p>
	<p>Motivación</p> <p>El bienestar de los estudiantes, conseguir resultados positivos. La felicidad, actitud positiva de los estudiantes.</p>	<p>Alcanzar el protagonismo de los estudiantes en la construcción de su propio aprendizaje.</p>	
		<p>Innovar las estrategias pedagógicas para llegar a más estudiantes.</p>	

Fuente: Elaboración propia

Figura 5

Perfil del usuario, estudiante.



Fuente: Elaboración propia

Ficha instruccional: se puede observar en la Tabla 5 la descripción de forma en que estará construida la propuesta del RDD.

Tabla 5

Ficha instruccional

1.DATOS IDENTIFICATIVOS	
TÍTULO	FUNCIONES CUADRÁTICAS
DESCRIPCIÓN	<p>Este Recurso Didáctico Digital está compuesto por un objeto de Aprendizaje (OA) de conocimiento denominado funciones cuadráticas en las que el estudiante podrá:</p> <ul style="list-style-type: none"> Definir la función cuadrática y reconocer sus principales características. Graficar la función cuadrática. Distinguir los puntos de corte con el eje tanto con el eje horizontal y vertical. Interpretar: la trayectoria que describe la función, discriminar si la función tiene un máximo o mínimo. Comprender en que rango o intervalo la función es creciente o decreciente. Retener: utilizar los distintos tipos de memoria (visual y auditiva) para retener información importante, tema y datos básicos; el concepto, la gráfica y las características de la función cuadrática. Relacionar la función cuadrática a situaciones de la vida cotidiana.
ETAPA EDUCATIVA	Bachillerato
AÑO	Primero
ÁREA	Matemática
ÁMBITO	Gráfico
PALABRAS CLAVE/ descriptores	Funciones cuadráticas, gráficas, parábola, cortes, aprendizaje
2. DATOS DIDÁCTICOS	
Destreza con criterios de desempeño	M.5.1.31. Resolver (con o sin el uso de la tecnología) problemas o situaciones, reales o hipotéticas, que pueden ser modelizados con funciones cuadráticas, identificando las variables significativas presentes y las relaciones entre ellas; juzgar la pertinencia y validez de los resultados obtenidos.
Objetivos educativos del año	Analizar las características de la función cuadrática a través del uso de GeoGebra para relacionar a situaciones de la vida cotidiana.
Objetivos específicos	<ul style="list-style-type: none"> Comprender el concepto de función cuadrática. Representar gráficamente la función cuadrática. Identificar las características de la función cuadrática.

	<ul style="list-style-type: none"> • Interpretar y Discernir sobre los contenidos de una Función cuadrática. • Utilizar la criticidad para relacionar una función cuadrática en situaciones de la vida.
CONTENIDOS	
De carácter conceptual (declarativo)	<ul style="list-style-type: none"> • Concepto de función cuadrática. • Representación gráfica. • Traslaciones. • Eje de simetría • Máximos o mínimos. • Cortes con los ejes. • Dominio y recorrido.
De carácter procedimental	<p>Gráfica, comprende, interpreta, las características de la función cuadrática.</p> <p>Retiene información relevante.</p> <p>Identifica las características de la función cuadrática.</p>
De carácter actitudinal	<ul style="list-style-type: none"> • Criticidad
Conocimientos previos o prerequisites	<ul style="list-style-type: none"> • Saber factorizar un trinomio • La fórmula general para resolver cuadráticas • Tener instalado el programa GeoGebra.
MODELO DE DESARROLLO	
Tipo de recurso digital	Mixto, interactivo, multimedia
Tipo de recurso didáctico	Desarrollo del conocimiento, aplicación, refuerzo.
Proceso cognitivo	Activar conocimientos previos, exposición del OA, construcción del conocimiento, aplicación.
Nivel de interactividad	Medio
Tipo de secuenciación	No Lineal
EVALUACIÓN	
Indicadores esenciales de evaluación	Reconoce las características de la función cuadrática, comprende su trayectoria y es capaz de relacionar con objetos de la vida cotidiana.
Evaluación según el destinatario	Continua y Sistémica Auto-evaluativa
Evaluación según el carácter	Formativa: basada en inteligencias múltiples.
SUGERENCIAS METODOLÓGICAS	Aprender haciendo

3. DESCRIPCIÓN DE LA ESTRUCTURA DEL RDD

GeoGebra es un software que se utiliza principalmente para la enseñanza de matemáticas, este es un software de acceso libre lo cual permite que cualquier persona pueda acceder al mismo, además, es un recurso muy amigable e interactivo.

Destrezas:

M.5.1.31. Resolver (con o sin el uso de la tecnología) problemas o situaciones, reales o hipotéticas, que pueden ser modelizados con funciones cuadráticas, identificando las variables significativas presentes y las relaciones entre ellas; juzgar la pertinencia y validez de los resultados obtenidos.

RDD compuesta de 1 OAS:

1 OA de Conocimientos (animación de 12 pantallas)

OA de contenido Funciones cuadráticas

Pantalla 1: Concepto

Pantalla 2: Gráfica

Pantalla 3: Traslaciones

Pantalla 4: Puntos de corte

Pantalla 5: Simetría

Pantalla 6: Máximos y mínimos

Pantalla 7: Vértice

Pantalla 8: Domingo y Rango

Pantalla 9: Evaluación

Pantalla 10: Photomath

Pantalla 11: Actividades

Pantalla 12: Symbolab

FASE 3: IDEAR

GUÍA N° 1: GEOGEBRA

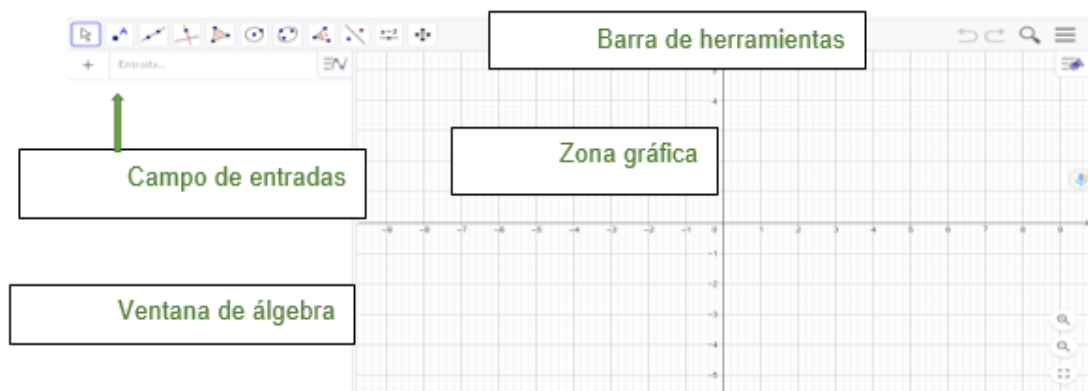
GeoGebra es un software que se utiliza principalmente para la enseñanza de matemáticas, este es un software de acceso libre lo cual permite que cualquier persona pueda acceder al mismo, además, es un recurso muy amigable e interactivo. Algunas de sus características se detallan en la Tabla 6:

Tabla 6*Características de GeoGebra***Características principales:**

- a) Es un recurso didáctico digital para la docencia de las matemáticas mediante el uso de las TIC.
- b) Entre las principales acciones que realiza están: demostraciones, análisis, experimentaciones y deducciones.
- c) Combina la geometría, álgebra y cálculo.
- d) Facilita la construcción de figuras con puntos, segmentos, rectas, vectores, cónicas y genera gráficas de funciones que pueden ser modificadas de forma dinámica utilizando el ratón.
- e) Puede ser utilizado tanto *on line* como instalado en el ordenador.
- f) Para utilizarlo *on line* se requiere tener instalado Java 1.4.2 o superior. En este caso el usuario dispone de la aplicación en forma de applet que es totalmente funcional sin instalar nada en el ordenador.

Fuente: Elaboración propia

La interfaz de GeoGebra se puede observar en la Figura 6:

Figura 6*Interfaz de GeoGebra*

Nota: Captura de pantalla tomada de la plataforma GeoGebra

1. **Barra de herramientas:** dentro de esta barra se encuentran las herramientas de construcción, mismas que pueden ser elegidas de acuerdo a nuestra necesidad.
2. **Zona gráfica:** para construir la figura con la ayuda del ratón, con actualización dinámica en la ventana de álgebra.
3. **Ventana de álgebra:** en esta zona se muestran las coordenadas o ecuaciones correspondientes. Es importante saber que un objeto creado en la zona gráfica tiene su representación correspondiente en la Ventana de álgebra.

4. Campo de entradas: nos permite ingresar directamente coordenadas, ecuaciones, comandos y funciones, cuyos objetos o gráficas correspondientes aparecen en la **zona gráfica** al pulsar *Enter*.

Objetivo: Analizar las características de la función cuadrática a través del uso de GeoGebra para relacionar a situaciones de la vida cotidiana.

Destinatario: Docentes y estudiantes de primero BGU tanto del sector rural y urbano que deseen dinamizar el proceso de enseñanza-aprendizaje mediante el uso de la tecnología.

Prerrequisitos: Es importante que los estudiantes sepan principalmente factorizar trinomios, la fórmula general para resolver ecuaciones cuadráticas y tener el software GeoGebra (descargado en el dispositivo descargar GeoGebra gratis o en línea GeoGebra en línea).

- ✓ <https://xynthiab17.wixsite.com/factorizacion-facil>
- ✓ <https://es.liveworksheets.com/vn2800010hc>
- ✓ <https://www.youtube.com/watch?v=-qq8Vsxjr4w>
- ✓ <https://es.liveworksheets.com/ok1390969jm>

Para recordar estos temas de importancia, es necesario que visite las siguientes webs y complete las actividades.

- ✓ <https://www.geogebra.org/classic?lang=es>
- ✓ <https://photomath.com/es>
- ✓ <https://es.symbolab.com/solver/normal-line-calculator>

Contenidos:

- Concepto de función cuadrática.
- Representación gráfica.
- Traslaciones.
- Máximos o mínimos.
- Cortes con los ejes.
- Dominio y recorrido

Actividades:

- ✓ Se empezará presentando imágenes de distintos objetos que forman una parábola, como las que se observan en las Figuras 7, 8, 9 y 10:

Figura 7

Parábola



Nota: Imagen tomada de Vargas, 2020. <https://www.pinterest.com.mx/pin/819444094669111939/>

Figura 8

Parábola



Nota: Imagen tomada de New York Architecture. <http://www.nyc-architecture.com/UES/UES102.htm>

Figura 9

Funciones cuadráticas



Nota: Imagen tomada de Mundo genial de la matemática. <https://mundogenial.com/2015/09/01/sistema-de-ecuaciones-ecuaciones-cuadraticas-funciones-cuadraticas-2/>

Figura 10

Parábola en el agua

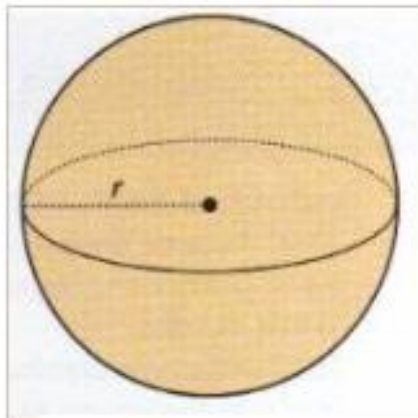


Nota: Imagen tomada de <https://sites.google.com/site/funcioncuadraticaol/home>

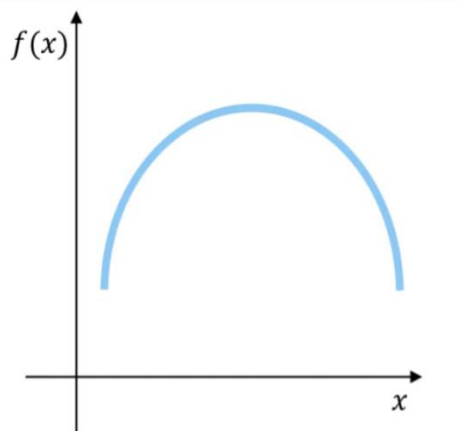
- Solicitar a los estudiantes que observen detenidamente las imágenes presentadas.
- Preguntar ¿en qué otros lugares han visto objetos similares a los presentados?
- ¿Con cuál de las siguientes gráficas relacionarían los objetos observados? (Figuras 11,12 y 13)

Figura 11

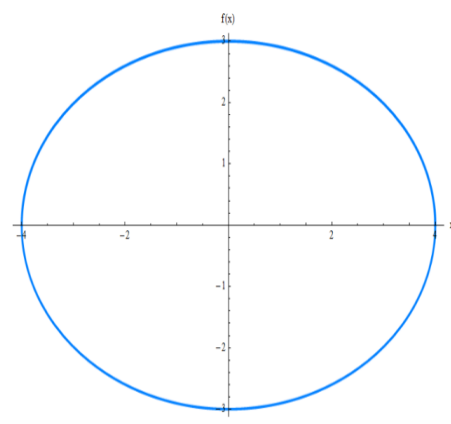
La circunferencia



Nota: Imagen tomada de G.A.E.Matematicas. <https://sites.google.com/site/gaematicas9/ecuaciones-de-la-circunferencia>

Figura 12*Función cóncava*

Nota: Imagen tomada de Funciones.xyz. <https://www.funciones.xyz/concavidad-y-convexidad-de-una-funcion-curvatura/>

Figura 13*La elipse*

Nota: Imagen tomada de Mathcraker. <https://www.funciones.xyz/concavidad-y-convexidad-de-una-funcion-curvatura/>

¿Cómo creen que se llame la figura que se relaciona con los objetos observados?

- a. Esfera
- b. Parábola
- c. Elipse

Para que el aprendizaje sea significativo de acuerdo a Ausubel, el estudiante debe manifestar de manera sustancial el nuevo material con su estructura cognoscitiva, es decir, debe ser relacionable con su estructura de conocimiento (Ausubel, 1983).

La activación de conocimientos previos es el primer paso para la construcción de un nuevo conocimiento, de acuerdo con (Palma, 2017), al aplicar la activación de conocimientos previos, el aprendizaje llega a ser un proceso constructivo interno.

Conclusión:

La función cuadrática es un polinomio de segundo grado y representa una parábola. Estas son utilizadas en la ciencia, en los negocios, en los deportes, en la ingeniería, etc.; muchos de los objetos utilizados hoy en día son diseñados con base en funciones cuadráticas.

Las funciones cuadráticas son de gran importancia en nuestro medio pues, ayudan a determinar ganancias o pérdidas de un negocio, por ejemplo.

ACTIVIDADES DE DESARROLLO

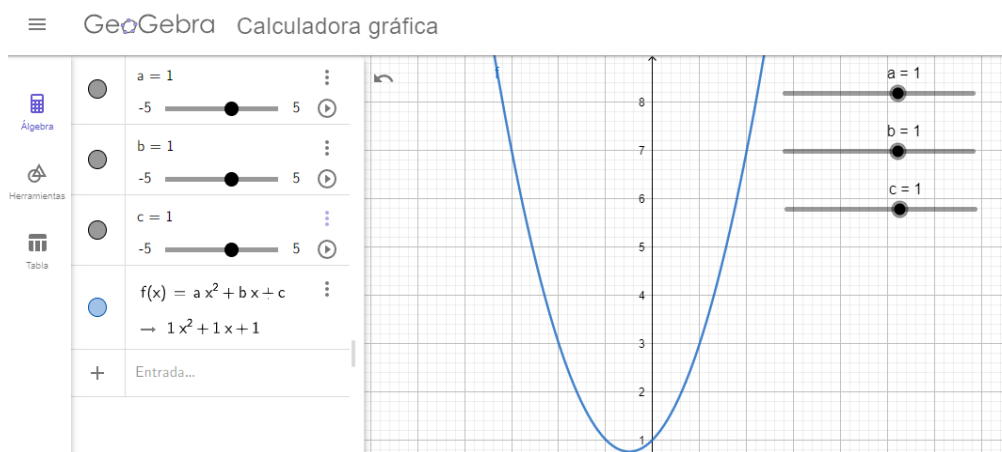
Gráfica de una función cuadrática

Con el uso de GeoGebra, graficar la función $F(X) = ax^2 + bx + c$ para ello seguimos el siguiente proceso:

1. Abra GeoGebra, en la barra de tareas, en la zona de entradas, digite la función $ax^2 + bx + c$ y se crearán por defecto los deslizadores tanto para a, b y c, como se observa en la Figura 14:

Figura 14

Función cuadrática y deslizadores.



Nota: Elaboración propia en plataforma GeoGebra

¿Qué forma tiene la función graficada?

.....

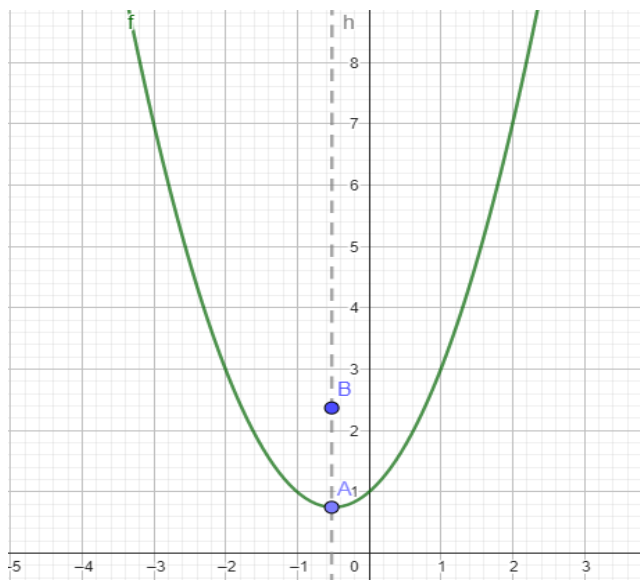
.....

Conclusión:

La gráfica de una función cuadrática puede ser una parábola con concavidad positiva o negativa, simétrica con respecto a un eje paralelo al eje de las ordenadas (eje Y), como se observa en la Figura 15:

Figura 15

Gráfica de la función cuadrática



Nota: Elaboración propia en plataforma GeoGebra

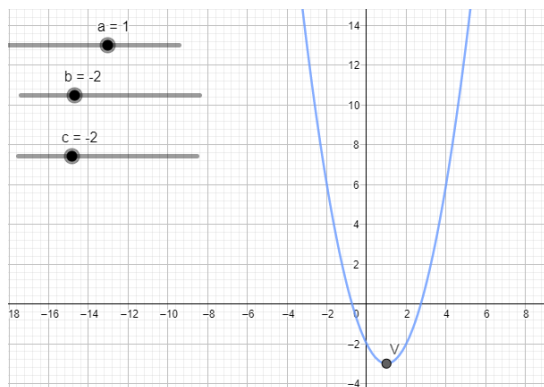
Traslaciones:

2. Una vez ingresada la función $ax^2 + bx + c$, se crearán por defecto los deslizadores tanto para a, b y c:

Cambie el valor del deslizador “a”, variando entre números positivos y negativos; observe qué pasa cuando cambia de valor al deslizador “a” (Figuras 16, 17 y 18):

Figura 16

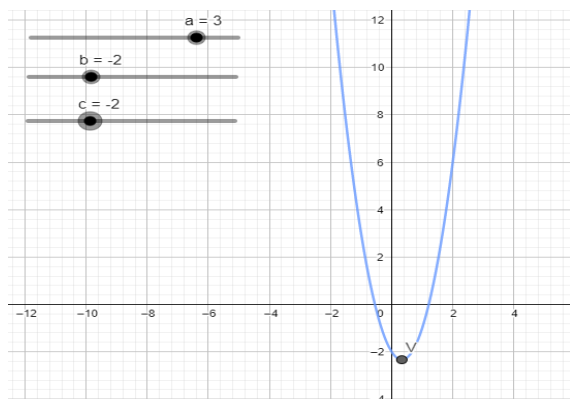
Variación del deslizador a



Nota: Elaboración propia en plataforma GeoGebra

Figura 17

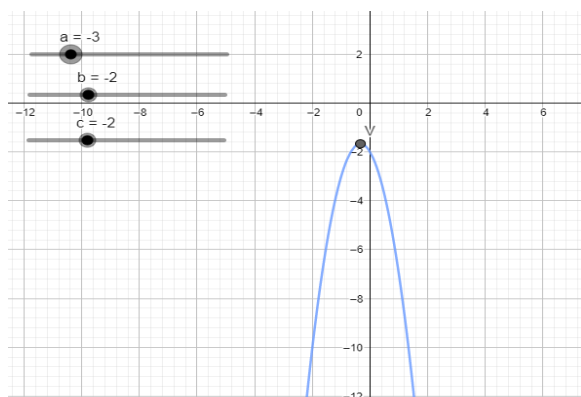
Deslizador a cambia de 1 a 3



Nota: Elaboración propia en plataforma GeoGebra

Figura 18

Deslizador a cambia de 3 a -3



Nota: Elaboración propia en plataforma GeoGebra

Reflexione y responda las cuestiones propuestas a continuación:

Describe la trayectoria de la gráfica al variar el deslizador a.

.....

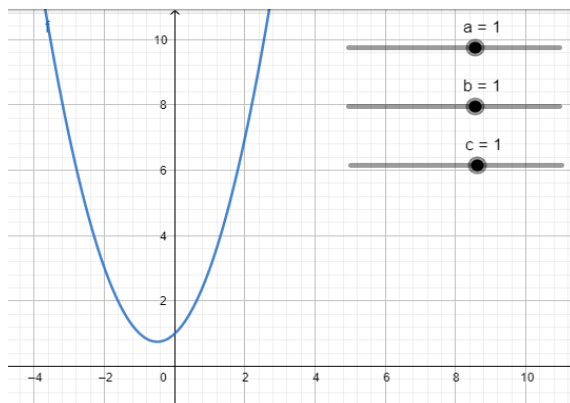
¿Qué ocurre con el vértice de la parábola al variar a de un valor positivo a uno negativo?

.....

2. Cambie el valor de “b”, asigne varios números positivos y negativos; observe detenidamente que pasa cuando le cambia de valor al deslizador “b” (Figuras 19, 20 y 21):

Figura 19

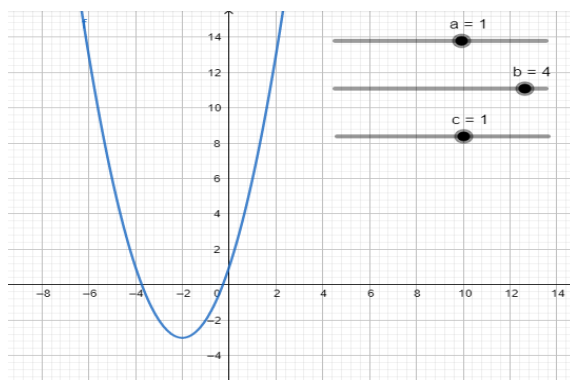
Deslizador b



Nota: Elaboración propia en plataforma GeoGebra

Figura 20

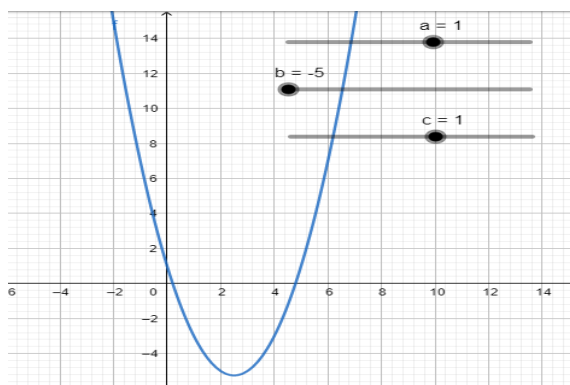
Deslizador b cambia de 1 a 4



Nota: Elaboración propia en plataforma GeoGebra

Figura 21

Deslizador b cambia de 4 a -5



Nota: Elaboración propia en plataforma GeoGebra

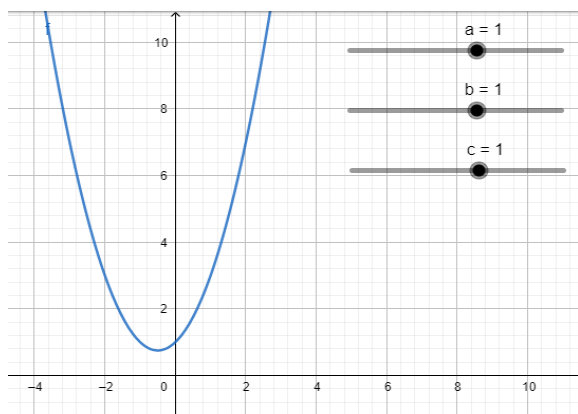
Describe la trayectoria de la gráfica al variar el deslizador b.

.....

3. Cambie el valor de “c”, asigne varios números positivos y negativos; observamos detenidamente que pasa cuando cambia de valor el deslizador “c” (Figuras 22, 23 y 24):

Figura 22

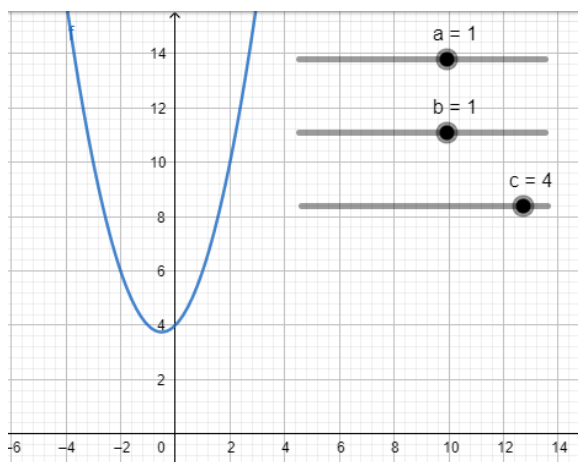
Deslizador c



Nota: Elaboración propia en plataforma GeoGebra

Figura 23

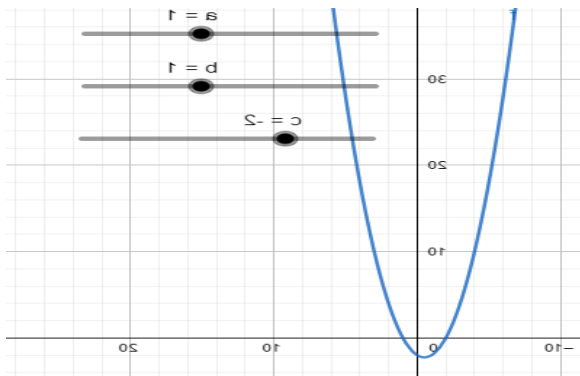
Deslizador c cambia de 1 a 4



Nota: Elaboración propia en plataforma GeoGebra

Figura 24

Deslizador c cambia de 4 a -2



Nota: Elaboración propia en plataforma GeoGebra

Describe la trayectoria de la gráfica al variar el deslizador c.

.....

Conclusión:

Valor a

- Si $|a| > 1$, la gráfica de $f(x) = ax^2$, es más cerrada.
- Si, $0 < |a| < 1$, la gráfica de $f(x) = ax^2$ es más abierta.
- Si el valor de $a > 0$ la parábola tiene concavidad positiva, se abre hacia arriba.
- Si el valor de $a < 0$ la parábola tiene concavidad negativa, se abre hacia abajo.

Valor de b

- Si el valor de $b > 0$ la parábola se traslada en el eje X, hacia la izquierda.
- Si el valor de $b < 0$ la parábola se traslada en el eje X, hacia la derecha.

Valor de c

- Si el valor de $c > 0$ la parábola se traslada en el eje Y, hacia arriba.
- Si el valor de $c < 0$ la parábola se traslada en el eje Y, hacia abajo.

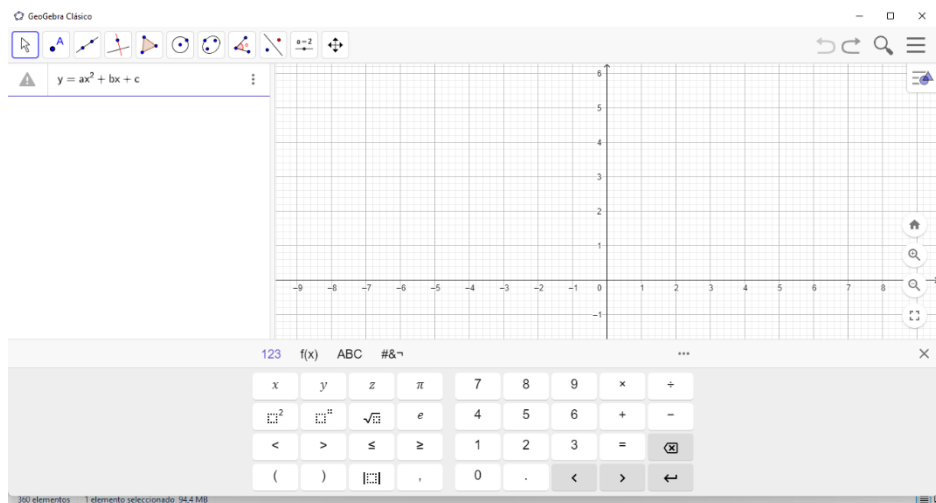
Puntos de Corte:

Eje Y

1. Ingrese a GeoGebra e inserte la función $ax^2 + bx + c$ (como se observa en la Figura 25):

Figura 25

Zona de entradas

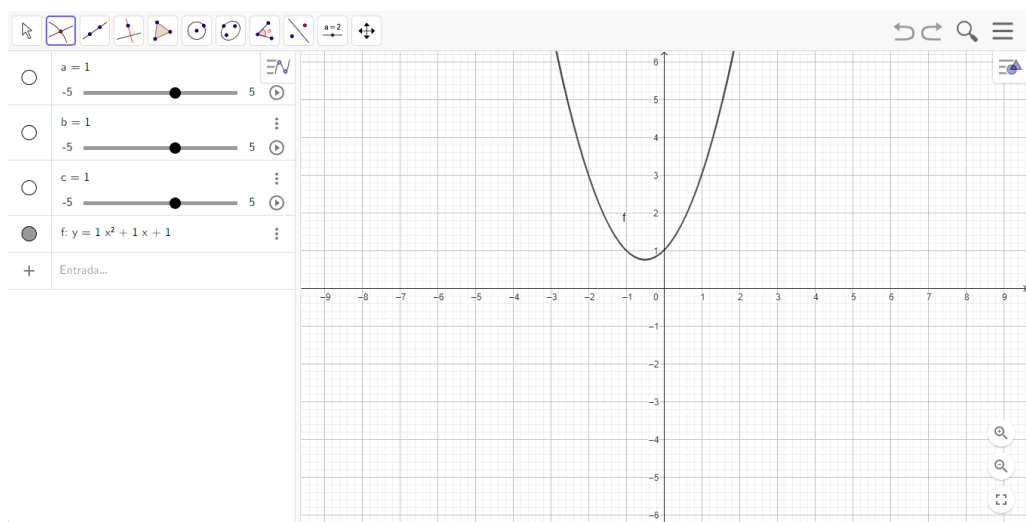


Nota: Elaboración propia en plataforma GeoGebra

2. Presione “enter” y los deslizadores a, b y c, se crearán por defecto (Ver Figura 26):

Figura 26

Deslizadores a, b y c.



Nota: Elaboración propia en plataforma GeoGebra


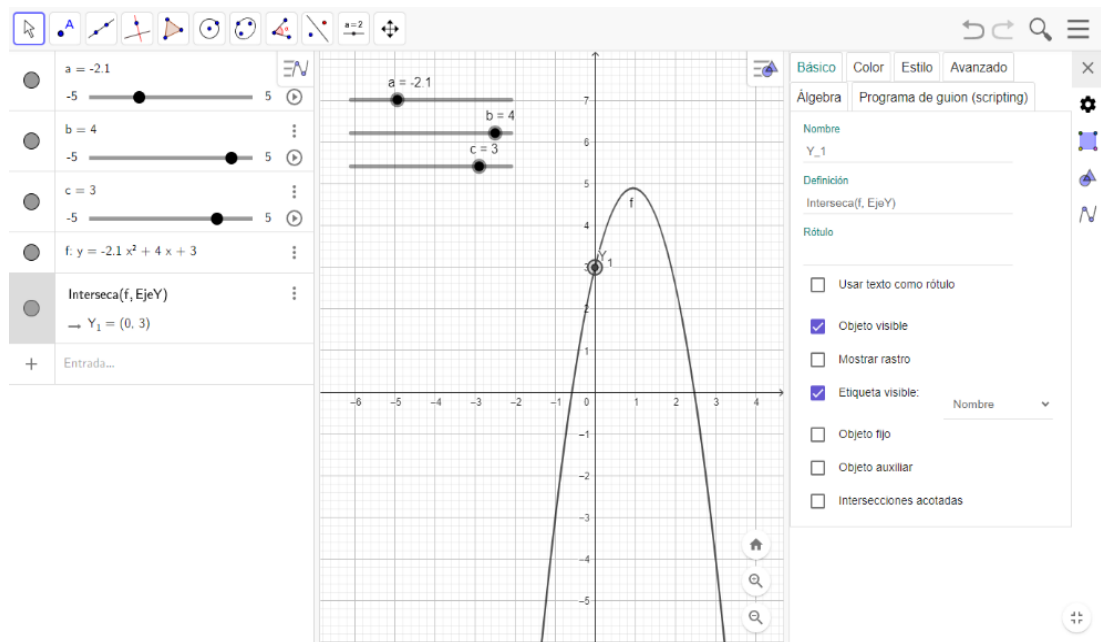
3. En la barra de herramientas, presione el siguiente ícono  , seleccione la opción de intersección, de clic en el eje Y y la gráfica de la función (Ver Figura 27):

Figura 27

Corte con el eje Y



Nota: Elaboración propia en plataforma GeoGebra

Observe el punto de corte con el eje Y, ¿Cuáles son las coordenadas del punto de corte con el eje Y?

Conclusión:

En el eje Y o también conocido como eje de las ordenadas, hay un solo punto de corte y su primera coordenada siempre será cero, por lo que el punto de corte con el eje Y queda determinado por $(0, f(0))$.

Cortes con el Eje X:


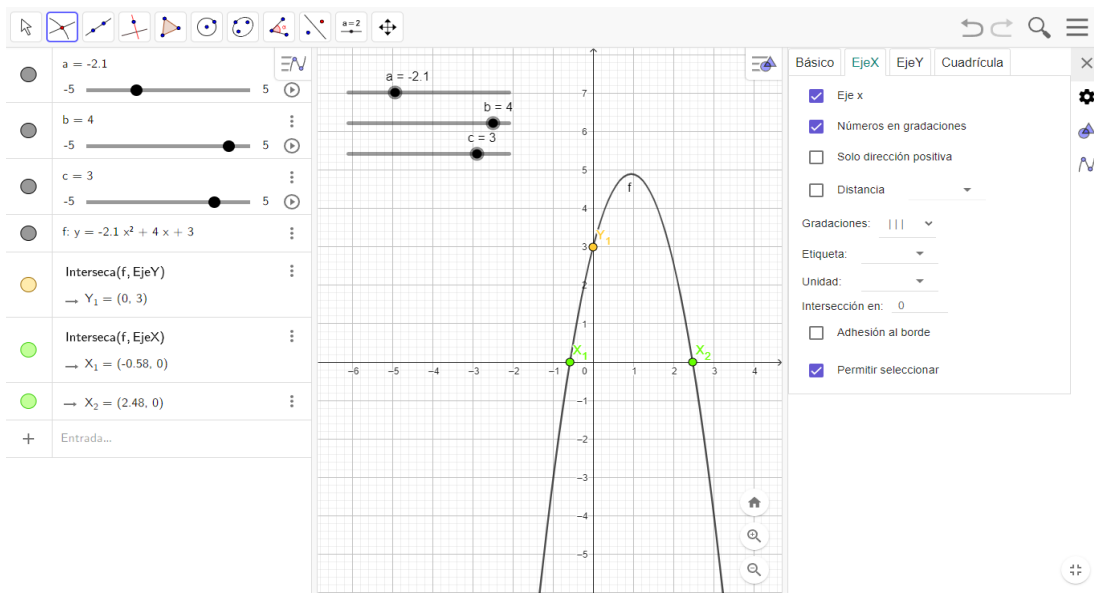
- En la barra de herramientas, presione el siguiente ícono , seleccione la opción de intersección, de clic en el eje X y la gráfica de la función, observe entonces que es lo que ocurre (Ver Figura 28):

Figura 28

Cortes con el eje X



Nota: Elaboración propia en plataforma GeoGebra

Observe los puntos de corte con el eje X, ¿Cuáles son las coordenadas de los puntos que cortan al eje X?

.....

.....

Conclusión:

Los puntos de corte con el eje X representan la solución de las funciones cuadráticas, para ello se debe considerar los siguiente:

Hay dos puntos de corte: $(x_1, 0)$ y $(x_2, 0)$ **si $b^2 - 4ac > 0$** ; es decir la función tiene dos soluciones.

Un punto de corte: $(x_1, 0)$ **si $b^2 - 4ac = 0$** ; es decir la función tiene una solución.

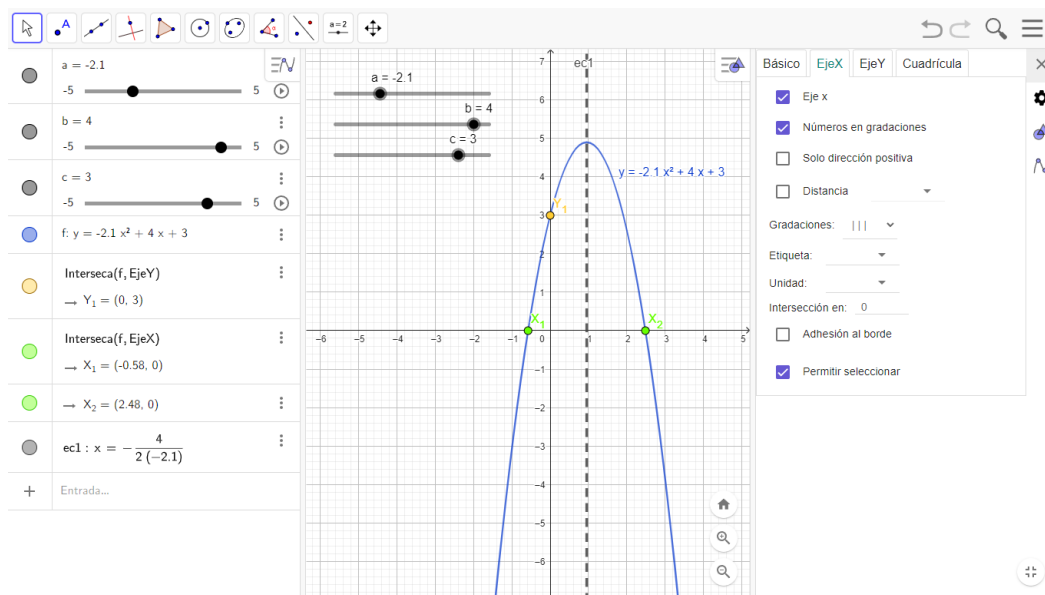
Ningún punto de corte si **$b^2 - 4ac < 0$** ; es decir la función no tiene una solución.

Eje de simetría:

El eje simétrico está definido por $x = -b/2a$, por lo que en el campo de entradas debe introducir esta ecuación, así como se observa en la Figura 29:

Figura 29

Eje de simetría



Nota: Elaboración propia en plataforma GeoGebra

Reflexione:

¿Qué ocurre con la parábola al insertar la ecuación $x = -b/2a$?

.....

.....

Conclusión:

El eje de simetría es una recta paralela al eje de las ordenadas (Y) y divide a la parábola en dos partes congruentes.

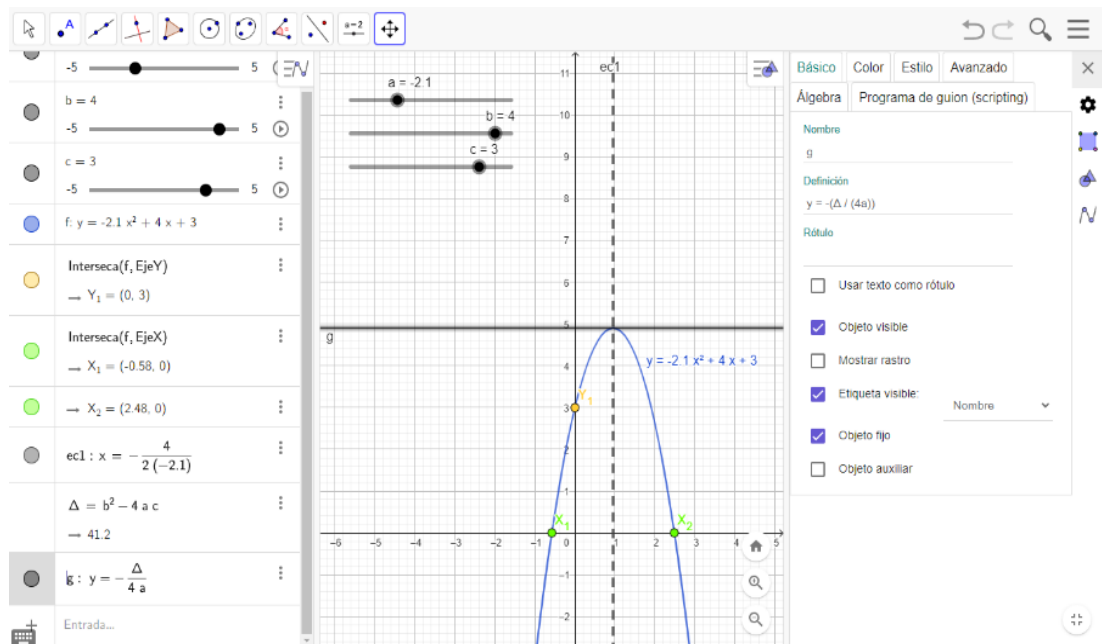
El eje de simetría está definido por $x = -b/2a$

MÁXIMOS O MÍNIMOS

Para determinar si una función cuadrática tiene un punto máximo o mínimo, en la zona de entradas, inserte un discriminante $\Delta = b^2 - 4ac$ y posteriormente ingrese $y = (b^2 - 4ac)/4a$, tal como se observa en la Figura 30:

Figura 30

Punto máximo



Nota: Elaboración propia en plataforma GeoGebra

Conclusión:

Se dice que una función cuadrática tiene un punto máximo, cuando el vértice se encuentra en la parte más alta de la parábola (cóncava hacia abajo), es decir: Una función f tiene un máximo en $x=a$ si $f(a) \geq f(x)$ para todo x .

Tiene un punto mínimo, cuando el vértice se encuentra en el punto más bajo de la parábola (cóncava hacia arriba), es decir: tiene un mínimo en $x=a$ si $f(a) \leq f(x)$ para todo x .

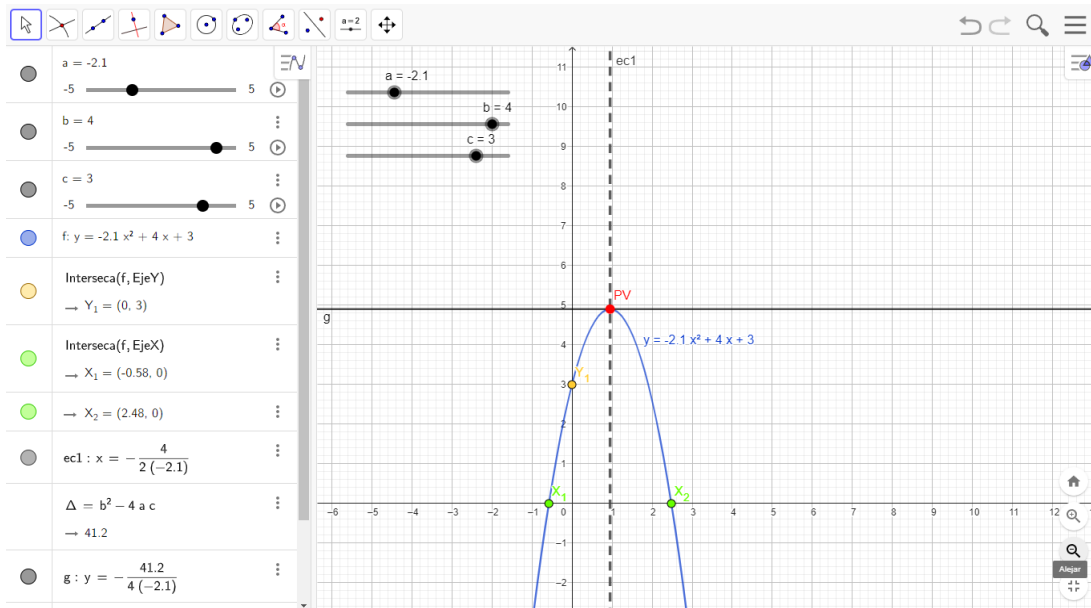
Vértice



En la barra de herramientas, presione el siguiente ícono , seleccione la opción de intersección entre la recta y la función, esta intersección representa el punto vértice de la función, como se observa en la Figura 31.

Figura 31

Vértice



Nota: Elaboración propia en plataforma GeoGebra

Responde:

¿Qué ocurrió con la gráfica después de realizar este proceso?

Después de realizar este proceso apareció un punto en la zona más alta de la parábola.

Conclusión:

El vértice de una función cuadrática es el punto más alto de la parábola en caso de ser cóncava hacia abajo, o, el punto más bajo de la parábola en caso de ser cóncava hacia arriba.

La expresión matemática que determina el vértice es: $x = -b/2a$; $b = f(-b/2a)$

Dominio y Rango:

Dominio: El dominio de funciones cuadráticas puede ser encontrado al determinar cuáles valores de x podemos usar y cuáles no. En el caso de funciones cuadráticas, no tenemos restricciones con el dominio. Por lo tanto, el dominio es igual a todos los números reales de x. En notación de conjuntos esto es representado como:

$$\{x|x \in \mathbb{R}\} \text{ o lo que es lo mismo } (-\infty, +\infty).$$

Rango: Sabemos que las gráficas de funciones cuadráticas tienen máximos o mínimo. Entonces, para encontrar el **rango** de una función cuadrática, tenemos que

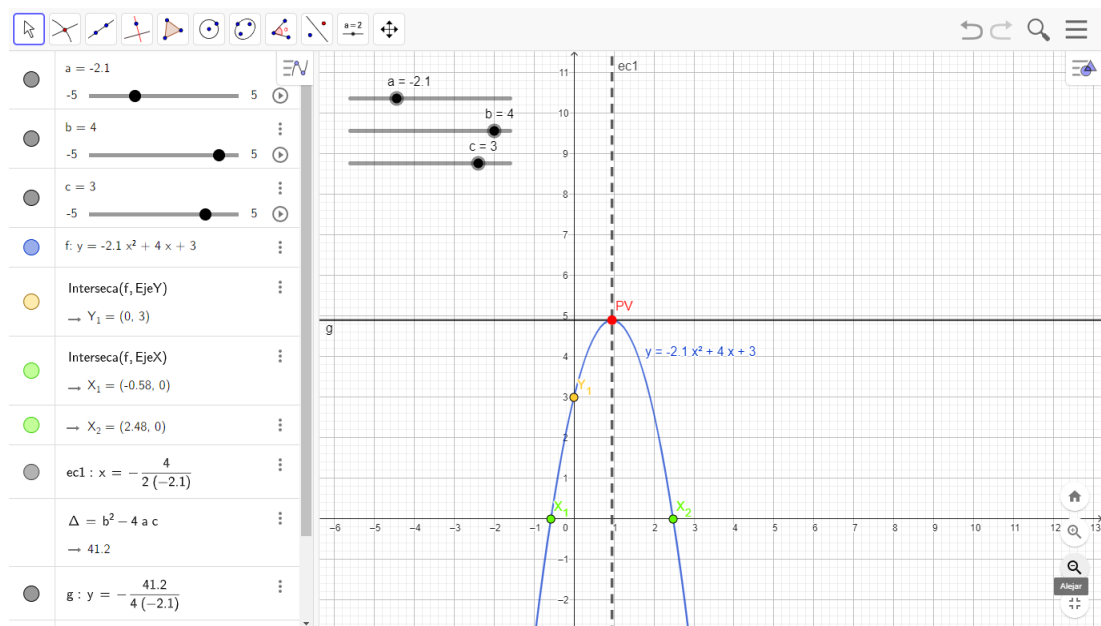
determinar su punto máximo o mínimo. Esto puede ser encontrado fácilmente al realizar una gráfica básica de la función.

Alternativamente, el rango puede ser encontrado al determinar algebraicamente el vértice de la gráfica de la función y determinar si la gráfica se abre hacia abajo o hacia arriba.

La gráfica se abre hacia arriba, si es que el coeficiente del término cuadrático es positivo y, se abre hacia abajo, si es que el coeficiente del término cuadrático es negativo, como se observa en la Figura 32:

Figura 32

Elementos de la parábola



Nota: Elaboración propia en plataforma GeoGebra

Vemos que esta gráfica se abre hacia abajo. La gráfica tiene un punto máximo en $y=5$ y toma todos los valores menores a $y=5$. Entonces, el rango de esta función es $y \leq 5$ o, lo que es lo mismo $(-\infty, 5]$.

En esta parte luego de las actividades planteadas, desde las descripciones de los estudiantes, se retroalimentará la gráfica de la función cuadrática, cuándo se tiene un máximo y cuándo un mínimo.

En esta etapa estamos aplicando el modelo constructivista, puesto que propone un nuevo paradigma educativo en esta sociedad inmersa en el mundo de las TIC, debido a que desde que surgieron estos recursos tecnológicos los estudiantes no solo abrieron la puerta al mundo de la información, sino que también pueden utilizarlas como herramientas para su propio aprendizaje (Gómez et al., 2019).

ACTIVIDADES PARA PRACTICAR

Mediante GeoGebra graficar las siguientes funciones:

$$F(x) = 3x^2 + x - 4$$

- ¿La gráfica tiene un punto máximo o mínimo como vértice?

.....

$$F(x) = -2x^2 + x + 1$$

- ¿La gráfica tiene un punto máximo o mínimo como vértice?

.....

Concluimos:

La gráfica de una función cuadrática es una

Cuándo el vértice de la parábola es el punto máximo de la parábola, el coeficiente de x^2 es es decir, a 0

Cuándo el vértice de la parábola es el punto mínimo de la parábola, el coeficiente de x^2 es es decir, a 0

Dentro del aprendizaje por descubrimiento el estudiante tiene gran protagonismo, mientras el docente se encarga de facilitar las herramientas necesarias para que se dé el aprendizaje. Según Bruner 1988 (citado en Baro, 2011) existen tres formas de descubrimiento, el inductivo, deductivo y transductivo. Dentro de este aprendizaje los individuos deben estar familiarizados con la observación, búsqueda, control y mediación de variables, es decir debe conocer las herramientas necesarias que le llevará a descubrir el aprendizaje.

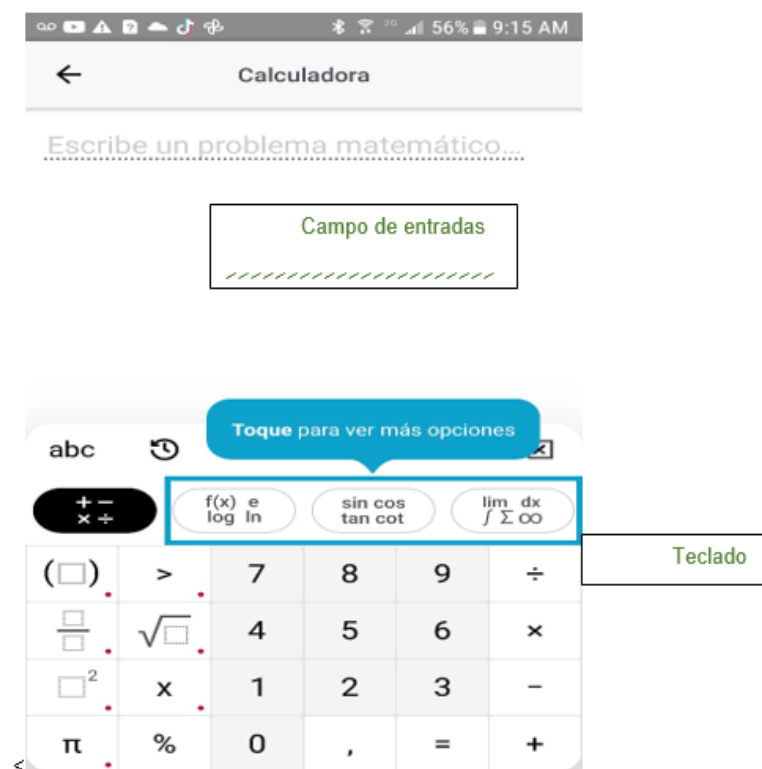
GUÍA N° 2: PHOTOMATH

Photomath, es una aplicación que facilita el aprendizaje de matemática. Esta aplicación puede ser usada en cualquier dispositivo móvil.

El funcionamiento de esta aplicación es sencillo, se debe usar la cámara del dispositivo móvil para escanear el ejercicio o problema que se desea resolver, luego de unos segundos la aplicación no solamente mostrará el resultado sino también el proceso para encontrar su solución. Adicionalmente, la aplicación permite también ingresar de forma manual el ejercicio a ser resuelto, esto en caso de haber inconvenientes con la cámara. Esto se puede observar en la Figura 33:

Figura 33

Interfaz de Photomath



Nota: Elaboración propia en plataforma Photomath

Campo de entradas: Utilizamos para ingresar manualmente la función o ejercicio a resolver.

Objetivo:

Reforzar las temáticas referentes a funciones cuadráticas mediante el uso de Photomath.

Destinatario:

Docentes y estudiantes de primero BGU tanto del sector rural y urbano que deseen dinamizar el proceso de enseñanza-aprendizaje mediante el uso de la tecnología.

Prerrequisitos:

Es importante que los estudiantes sepan principalmente factorizar trinomios, la fórmula general para resolver ecuaciones cuadráticas y tener descargada la aplicación gratuita en el dispositivo móvil o visitar en línea: <https://es.symbolab.com/solver/normal-line-calculator>

Para recordar estos temas de importancia, es necesario que visite las siguientes webs y complete las actividades.

- ✓ <https://xynthiab17.wixsite.com/factorizacion-facil>
- ✓ <https://es.liveworksheets.com/vn2800010hc>
- ✓ <https://www.youtube.com/watch?v=-qq8Vsxjr4w>
- ✓ <https://es.liveworksheets.com/ok1390969jm>

Contenidos:

- Concepto de función cuadrática.
- Representación gráfica.
- Traslaciones.
- Máximos o mínimos.
- Cortes con los ejes.
- Dominio y recorrido

Actividades:

Ejercicios planteados:

Mediante Photomath, graficar las siguientes funciones y determinar sus elementos:

$$F(x) = 3x^2 + x - 4$$

¿Qué características tiene cada uno de los elementos de esta función?

$$F(x) = -2x^2 + x + 1$$

¿La gráfica tiene un punto máximo o mínimo como vértice?

Concluimos:

La gráfica de una función cuadrática es una

Cuando el vértice de la parábola es el punto máximo de la parábola, el coeficiente de x^2 es es decir, a 0

Cuando el vértice de la parábola es el punto mínimo de la parábola, el coeficiente de x^2 es es decir, a 0

Ejercicio 1:

1. Ingresamos a la aplicación de Photomath, descargada previamente en nuestro dispositivo móvil, cuyo ícono se observa en la Figura 34:

Figura 34

Ícono de Photomath

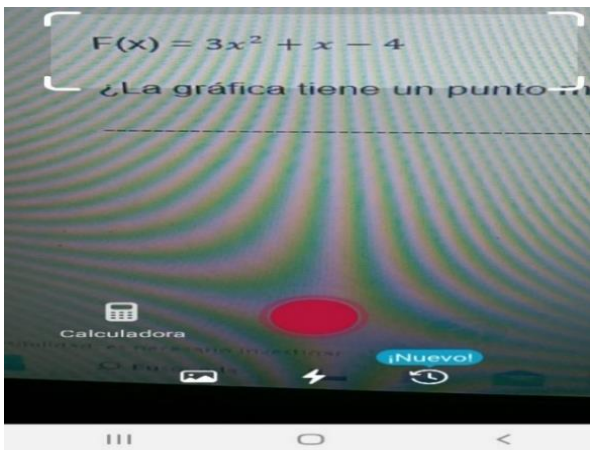


Nota: Captura de pantalla de la plataforma Photomath

2. Escaneamos el ejercicio, como se observa en la Figura 35:

Figura 35

Escaneo del ejercicio

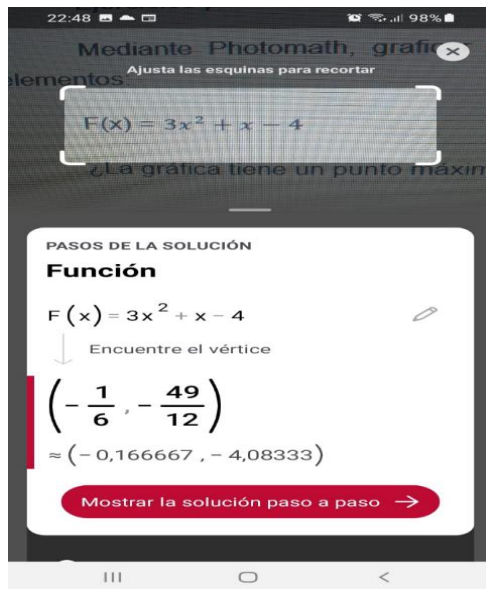


Nota: Elaboración propia en plataforma Photomath

- Una vez capturado el ejercicio, nos aparece la siguiente pantalla que se observa en la Figura 36:

Figura 36

Lectura del ejercicio

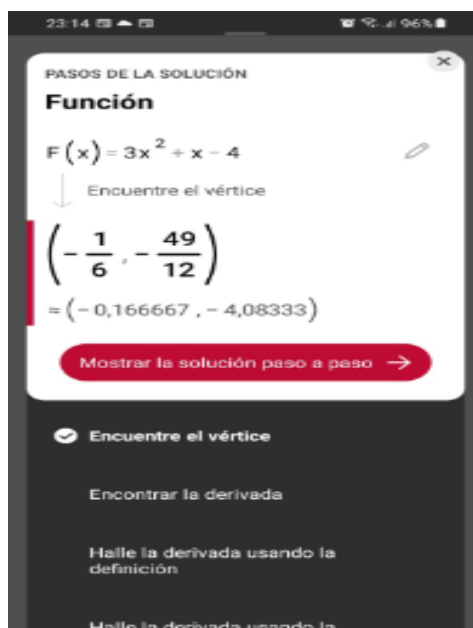


Nota: Elaboración propia en plataforma Photomath

- Seleccionamos el subtema que nos interesa conocer, como se observa en el ejemplo de las Figuras 37 y 38:

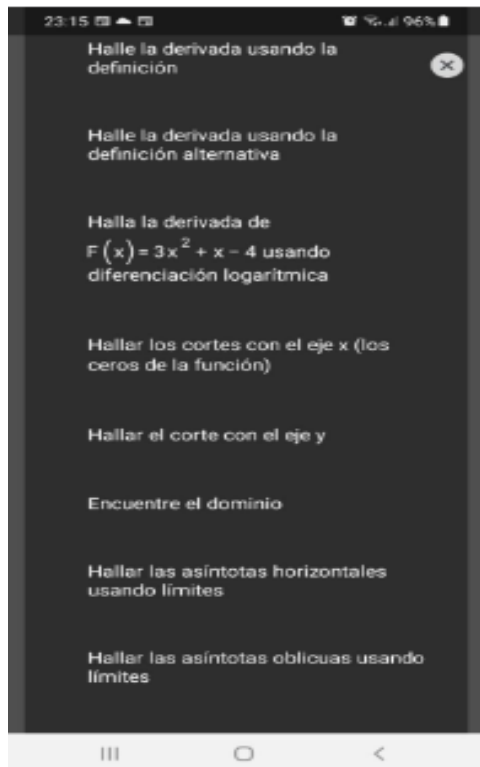
Figura 37

Elementos de la función 1.



Nota: Elaboración propia en plataforma Photomath

Figura 38

Elementos de la función 2

Nota: Elaboración propia en plataforma Photomath

5. Por ejemplo, hemos seleccionado la gráfica de la función y podemos observar en la pantalla, tal como se presenta en la Figura 39:

Figura 39

Gráfica de la función

Nota: Elaboración propia en plataforma Photomath

De la misma manera podemos ir seleccionando los diferentes elementos y se nos irá desplazando todo el proceso, lo cual podemos analizar y responder las preguntas planteadas.

Evaluación-Ejercicio 2:

Graficar la siguiente función y determinar sus elementos:

$$F(x) = -2x^2 + x + 1$$

GUÍA N° 3: SYMBOLAB

Esta plataforma la podemos reconocer con el icono que se observa en la Figura 40:

Figura 40

Ícono de Symbolab



Nota: Captura de pantalla de la plataforma Symbolab

Este recurso es conocido como un laboratorio de matemática, que permite resolver problemas matemáticos hasta un nivel avanzado. Dentro de este proyecto es muy útil puesto que nos facilita resolver funciones cuadráticas de una manera muy sencilla. La práctica de Symbolab, permite reforzar los conocimientos de manera eficiente, este recurso al igual que pothomath, nos muestra todo el proceso paso a paso para una mejor comprensión.

Interfaz de Symbolab: es la pantalla de presentación de la plataforma, la cual se observa en la Figura 41:

Figura 41

Interfaz de Symbolab



Nota: Imagen tomada de la plataforma Photomath <https://bitcu.co/symbolab/>

Cómo se puede observar en la interfaz tenemos el campo de entrada en la cual debemos ingresar el problema que debemos solucionar, a continuación, tendremos los pasos para resolver un problema de funciones cuadráticas.

Objetivo:

Reforzar las temáticas referentes a función cuadrática a través del uso de Symbolab.

Destinatario:

Docentes y estudiantes de primero BGU tanto del sector rural y urbano que deseen dinamizar el proceso de enseñanza-aprendizaje mediante el uso de la tecnología.

Prerrequisitos:

Es importante que los estudiantes sepan principalmente factorizar trinomios, la fórmula general para resolver ecuaciones cuadráticas y tener descargada la aplicación gratuita en el dispositivo móvil o visitar en línea:

- ✓ <https://es.symbolab.com/solver/normal-line-calculator>

Para recordar estos temas de importancia, es necesario que visite las siguientes webs y complete las actividades.

- ✓ <https://xynthiab17.wixsite.com/factorizacion-facil>
- ✓ <https://es.liveworksheets.com/vn2800010hc>
- ✓ <https://www.youtube.com/watch?v=-qq8Vsxjr4w>
- ✓ <https://es.liveworksheets.com/ok1390969jm>

Contenidos:

- Concepto de función cuadrática.
- Representación gráfica.
- Traslaciones.
- Máximos o mínimos.
- Cortes con los ejes.
- Dominio y recorrido

Actividades:

Ejercicio N° 1: Graficar las siguientes funciones y determinar sus elementos:

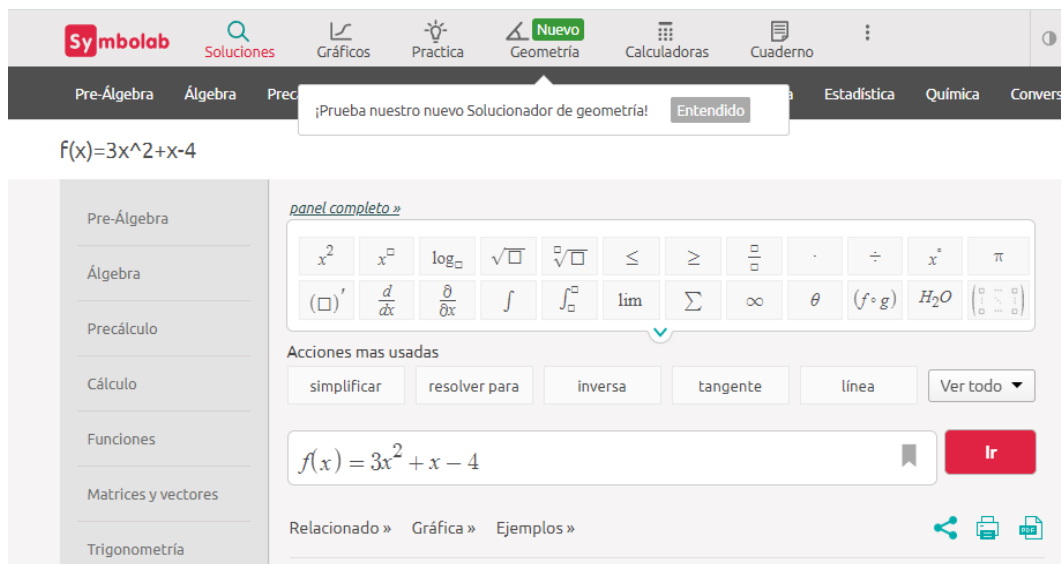
$$F(x) = 3x^2 + x - 4$$

1. Ingresamos a la aplicación en el móvil o a Symbolab en línea:
<https://bitcu.co/symbolab/>

2. Ingresamos el ejercicio que deseamos resolver, en la zona de entradas (Ver Figura 42):

Figura 42

Zona de entradas



Nota: Elaboración propia en plataforma Symbolab


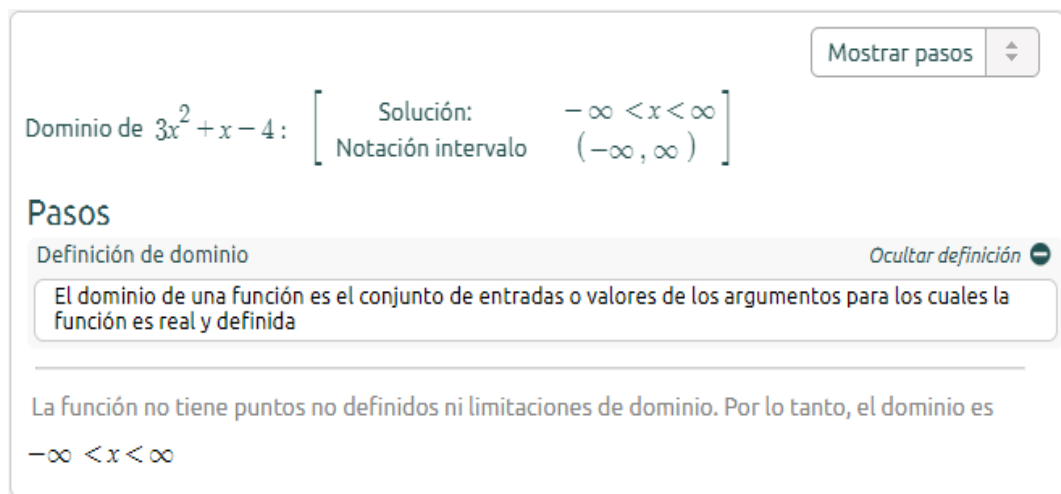
3. Presionamos  y obtenemos los resultados, como se observa en las Figuras 43, 44, 45, 46 y 47

Figura 43

Dominio de la función de la función



Nota: Elaboración propia en plataforma Symbolab

Figura 44

Vértice de función de la función

Mostrar pasos

Rango de $3x^2 + x - 4$: $\left[\begin{array}{ll} \text{Solución:} & f(x) \geq -\frac{49}{12} \\ \text{Notación intervalo} & \left[-\frac{49}{12}, \infty\right) \end{array} \right]$

Pasos

Definición de rango de función Ocultar definición

El conjunto de valores de la variable dependiente para la que se define una función

Vértice de $3x^2 + x - 4$: Mínimo $\left(-\frac{1}{6}, -\frac{49}{12}\right)$ Mostrar pasos

Para una parábola $ax^2 + bx + c$ con vértice (x_v, y_v)

Si $a < 0$ el rango es $f(x) \leq y_v$

Si $a > 0$ el rango es $f(x) \geq y_v$

$a = 3$, Vértice $(x_v, y_v) = \left(-\frac{1}{6}, -\frac{49}{12}\right)$

$f(x) \geq -\frac{49}{12}$

Nota: Elaboración propia en plataforma Symbolab

Figura 45

Puntos de intersección

Mostrar pasos

Puntos de intersección con el eje de $3x^2 + x - 4$: X intersección: $(1, 0)$, $\left(-\frac{4}{3}, 0\right)$, Y intersección: $(0, -4)$

Pasos

Mostrar pasos

Puntos de intersección con el eje de las abscisas (x) de $3x^2 + x - 4$: $(1, 0)$, $\left(-\frac{4}{3}, 0\right)$

Mostrar pasos

Puntos de intersección con el eje de las ordenadas (y) de $3x^2 + x - 4$: $(0, -4)$

X intersección: $(1, 0)$, $\left(-\frac{4}{3}, 0\right)$, Y intersección: $(0, -4)$

Nota: Elaboración propia en plataforma Symbolab

Figura 46

Elementos de la parábola

Mostrar pasos

Vértice de $3x^2 + x - 4$: Mínimo $\left(-\frac{1}{6}, -\frac{49}{12}\right)$

Pasos

Ecuación de parábola en forma polinómica Ocultar definición

El vértice de una parábola abierta arriba abajo de la forma $y = ax^2 + bx + c$ es $x_v = -\frac{b}{2a}$

Los parámetros de la parábola son:

$a = 3, b = 1, c = -4$

$x_v = -\frac{b}{2a}$

$x_v = -\frac{1}{2 \cdot 3}$

Simplificar

$x_v = -\frac{1}{6}$

Ingresar $x_v = -\frac{1}{6}$ para encontrar el valor y_v Mostrar pasos

$y_v = -\frac{49}{12}$

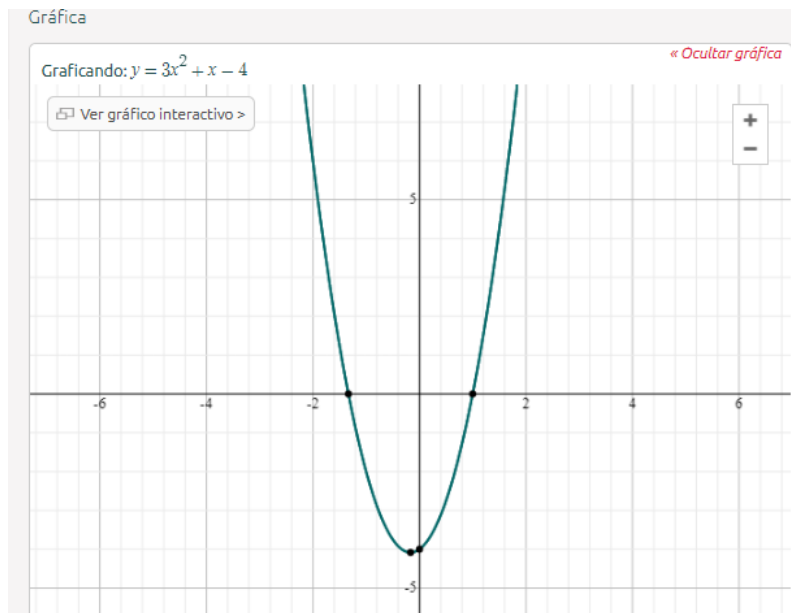
Por lo tanto, el vertice de la parábola es

$\left(-\frac{1}{6}, -\frac{49}{12}\right)$

Si $a < 0$, entonces el vertice es un valor máximo
 Si $a > 0$, entonces el vertice es un valor mínimo
 $a = 3$

Mínimo $\left(-\frac{1}{6}, -\frac{49}{12}\right)$

Nota: Elaboración propia en plataforma Symbolab

Figura 47*Gráfica de la función*

Nota: Elaboración propia en plataforma Symbolab

Como se puede apreciar, este recurso es muy amigable, tanto para docentes como estudiantes, y facilita la enseñanza y el aprendizaje de funciones cuadráticas, especialmente, puede ser utilizada para reforzar el aprendizaje de temas muy importantes dentro del área de matemática.

FASE 4: PROTOTIPAR

Esta cuarta fase del Design Thinking corresponde al diseño como tal de la guía en digital, a la cual se puede acceder a través de la dirección URL que se encuentra en el Anexo 1.

FASE 5: EVALUAR

En este punto cabe mencionar que se llevó a cabo la validación de la guía digital por parte de dos compañeros docentes del área de matemática en primero de bachillerato, quienes después de navegar por los contenidos de la guía han manifestado que es una guía de fácil aplicación y que las actividades propuestas contribuyen a la comprensión de funciones cuadráticas (Anexo 2).

CONCLUSIONES

El trabajo investigativo está fundamentado en la teoría de Hernández y Mendoza, 2020 con respecto a la revisión de la literatura, la cual permite concluir que la implementación de Recursos Didácticos Digitales (RDD) dentro del ámbito educativo favorecen la comprensión de conceptos de manera fructuosa.

El objetivo de esta propuesta es innovar las estrategias pedagógicas de aprendizaje de las matemáticas apoyados en la tecnología para conseguir un aprendizaje constructivo.

Al utilizar recursos digitales didácticos libres como es el caso de GeoGebra, Photomath y Symbolab; de fácil acceso y amigables en su utilización, resulta ser una herramienta ventajosa puesto que puede ser utilizada desde cualquier lugar.

Esta propuesta puede ser modificada de acuerdo a las necesidades de cada contexto educativo, por lo cual queda a criterio de las personas interesadas en su uso.

REFERENCIAS

- Acevedo, S. (2018). Revisión de la educación y la tecnología desde una mirada pedagógica. *Pedagogía y Saberes*, 1(48), 97-100. <https://doi.org/https://doi.org/10.17227/pys.num48-7376>
- Álvarez, M. (2021). *Recursos y materiales didácticos digitales*. División de Evaluación Académica e Institucional (DEAI). <https://doi.org/https://digid.usac.edu.gt/wp-content/uploads/2021/03/Diplomado-actualizacio%CC%81n-docente-marzo-2021-.pdf>
- Amores, A., y De Casas, P. (2019). El uso de las TIC como herramienta de motivación para alumnos de enseñanza secundaria obligatoria. Estudio de caso español. *HAMUTAY*, 6(3), 37-49. <https://doi.org/http://dx.doi.org/10.21503/hamu.v6i3.1845>
- Area, M. (2019). *Guía para la producción y uso de materiales didácticos digitales*. Universidad de La Laguna.
- Ausubel, D. (1983). *Psicología Educativa: Un punto de vista cognoscitivo*. Trillas.
- Azzolina, Y., Saldivia, F., y Maglione, D. (2019). Un posible abordaje para enseñar función cuadrática en un ambiente tecnológico. *Informes Científicos - Técnicos UNPA*, 11(3), 15-32. <https://doi.org/https://doi.org/10.22305/ict-unpa.v11.n3.795>
- Baque, G., y Portilla, G. (2021). El aprendizaje significativo como estrategia didáctica para la enseñanza – aprendizaje. *Polo de Conocimiento*, 6(5), 75-86. <https://doi.org/https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=7927035#:~:text=El%20aprendizaje%20significativo%20se%20presenta,ense%C3%B1anza%20y%20mejorar%20los%20aprendizajes>.
- Barrazueta, J., Bravo, F., y Trelles, C. (2018). Nueva Propuesta para Realizar una Planificación Microcurricular en el Área de Matemáticas. *INNOVA Research Journal*, 3(9), 76–98. <https://doi.org/https://doi.org/10.33890/innova.v3.n9.2018.643>
- Basulto, G., y Hechavarría, R. (2018). El enfoque sociocultural-profesional en la formación de profesores. *Luz*, 12(4), 57-66. <https://www.redalyc.org/journal/5891/589167642007/>

- Blancas, E. (2018). Educación y desarrollo social. *Horizonte de la Ciencia*, 8(14), 113-121.
<https://doi.org/https://www.redalyc.org/journal/5709/570960866008/html/>
- Bonal, X., y González, S. (2021). Educación formal e informal en confinamiento: una creciente desigualdad de oportunidades de aprendizaje. *Revista de Sociología de la Educación-RASE*, 14(1), 44-62. <https://doi.org/http://dx.doi.org/10.7203/RASE.14.1.18954>.
- Cabero, J. (2017). Los retos de la integración de las TICs en los procesos educativos. Límites y posibilidades. *Perspectiva Educacional Formación de Profesores*, 49(1), 32-61.
<https://doi.org/https://www.redalyc.org/pdf/3333/333327288002.pdf>
- Camacho, J. (2019). *Las funciones cuadráticas desde del enfoque del aprendizaje basado en proyectos*. Universidad del Valle.
<https://doi.org/https://bibliotecadigital.univalle.edu.co/bitstream/handle/10893/21244/CB%200597915-3469.pdf?sequence=1>
- Calderón, R., Franco, F., y Alvarado, T. (2018). Logros de aprendizaje en funciones lineales y cuadráticas mediante secuencia didáctica con el apoyo del Geogebra. *Polo del Conocimiento*, 3(8), 449-470.
<https://doi.org/https://polodelconocimiento.com/ojs/index.php/es/article/view/624/html>
- Carriazo, C., Pérez, M., y Gaviria, K. (2020). Planificación educativa como herramienta fundamental para una educación con calidad. *Utopía y Praxis Latinoamericana*, 25(3), 87-95. <https://doi.org/https://doi.org/10.5281/zenodo.3907048>
- Carvajal, J., Suárez, F., y Quiñónez, X. (2018). Las TIC en la educación universitaria. *Universidad, Ciencia y Tecnología*, 22(89), 31-35.
<https://doi.org/https://www.uctunexpo.autanabooks.com/index.php/uct/article/view/28>
- Criado, J., y Pérez, M. (2021). La educación formal y informal: entorno de aprendizajes necesarios para los nuevos retos sociales. *Participación Educativa*, 2(12), 31-43.
<https://doi.org/https://www.educacionyfp.gob.es/dam/jcr:6664bf04-468a-4437-be76-494a424ef986/pe-n12-art02-injuve.pdf>
- Del Carmen, Y., Del Carmen, H., y Felipe, A. (2020). Plataforma web de recursos didácticos matemáticos. *Pistas Educativas*, 42(137), 809-829.
<https://doi.org/http://www.itc.mx/ojs/index.php/pistas/article/view/2413>

- Doorley, S., Holcomb, S., Klebahn, P., Segovia, K., y Utley, J. (2018). *Desing Tinking Bootleg*. Institute of Desing al Stanford.
- Fernández, I., Riveros, V., y Montiel, G. (2017). Software educativo y las funciones matemáticas. Una estrategia de apropiación. *Omnia*, 23(1), 9-19. <https://doi.org/https://www.redalyc.org/pdf/737/73753475002.pdf>
- Garcés, L., Montaluis, Á., y Salas, E. (2018). El aprendizaje significativo y su relación con los estilos de aprendizaje. *Anales de la Universidad Central del Ecuador*, 1(376), 231-248. <https://doi.org/https://doi.org/10.29166/anales.v1i376.1871>
- Gómez, E., Guirette, R., y Morales, F. (2017). Propuesta para el tratamiento de interpretación global de la función cuadrática mediante el uso del software GeoGebra. *Educación Matemática*, 29(3), 189-224. <https://doi.org/https://www.scielo.org.mx/pdf/edumat/v29n3/1665-5826-ed-29-03-189.pdf>
- Gómez, L., Muriel, L., y Londoño, D. (2019). El papel del docente para el logro de un aprendizaje significativo apoyado en las TIC. *Encuentros*, 17(2), 118-131. <https://doi.org/https://www.redalyc.org/journal/4766/476661510011/html/>
- González, J. (2020). *Medios de Comunicación ¿Al servicio de quién?* CLACSO. <https://doi.org/http://biblioteca.clacso.edu.ar/clacso/gt/20200423054514/Medios-de-comunicacion.pdf>
- Grande, M., Mayo, I., y Cañón, R. (2016). Tecnologías de la información y la comunicación: Evolución del concepto y características. *IJERI: International Journal of Educational Research and Innovation*, 1(6), 218–230. <https://doi.org/https://www.upo.es/revistas/index.php/IJERI/article/view/1703>
- Grisales, A. (2018). Uso de recursos TIC en la enseñanza de las matemáticas: retos y perspectivas. *Entramado*, 14(2), 198-214. <https://doi.org/https://doi.org/10.18041/1900-3803/entramado.2.4751>
- Hernández, J., Jiménez, Y., y Rodríguez, E. (2020). Más allá de los procesos de enseñanza-aprendizaje tradicionales: construcción de un recurso didáctico digital. *RIDE. Rev. Iberoam. Investig. Desarro.*, 10(20), 1-27. <https://doi.org/https://doi.org/10.23913/ride.v10i20.622>

- Hernández, R., y Mendoza, C. (2020). *Metodología de la Investigación*. Mc Graw Hill Educación.
- Holguín, F., Holguín, E., y García, N. (2020). Gamificación de la enseñanza de la matemáticas: una revisión sistemática. *Telos: Revista de Estudios Interdisciplinarios en Ciencias Sociales*, 22(1), 62-75. <https://doi.org/10.36390/telos221.05>
- Huerto, P. (2022). Uso del software GeoGebra bajo el registro de representación semiótico en el aprendizaje de resolución de problemas sobre funciones cuadráticas. *Revista Peruana De investigación E innovación Educativa*, 2(1). <https://doi.org/https://doi.org/10.15381/rpiiedu.v2i1.21492>
- Ibarra, M., Ataucusi, P., Barzola, B., y Huaman, J. (2017). Mejorando la disponibilidad de recursos educativos digitales para enseñar en escuelas rurales sin acceso a internet. *Revista Brasileira de Informática Na Educação*, 25(3), 80-94. <https://doi.org/http://ojs.sector3.com.br/index.php/rbie/article/view/6431/5535>
- Instituto Nacional de Evaluación Educativa. (2019). *PISA*. <http://evaluaciones.evaluacion.gob.ec/BI/pisa/>
- Juagibioy, J. (2021). *Las herramientas digitales, una ventana tecnológica que contribuye al apoyo matemático, transformando y resignificando las prácticas pedagógicas*. Universidad Nacional Abierta y a Distancia UNAD. <https://doi.org/https://repository.unad.edu.co/handle/10596/43978>
- Labarrere, A. (2018). *Bases psicopedagógicas de la enseñanza de la solución de problemas matemáticos en la escuela primaria*. Pueblo y Educación.
- Lanuz, F., Rizo, M., Saavedra, L., y Torres, L. (2018). Uso y aplicación de las TIC en el proceso de enseñanza- aprendizaje. *Revista Científica De FAREM-Estelí*, 1(25), 16–30. <https://doi.org/10.5377/farem.v0i25.5667>
- Lima, S., y Fernández, F. (2017). La educación a distancia en entornos virtuales de enseñanza aprendizaje. Reflexiones didácticas. *Atenas*, 3(39), 31-47. <https://doi.org/https://www.redalyc.org/journal/4780/478055149003/html/>
- Linárez, Z. (2020). Uso de los recursos educativos tecnológicos en tiempos de Covid-19. *Revista Eduweb*, 14(2), 287–300. <https://doi.org/2>Recuperado a partir de <https://revistaeduweb.org/index.php/eduweb/article/view/30>

- Ministerio de Educación del Ecuador . (2016). *Currículo de EGB y BGU*. Ministerio de Educación del Ecuador . <https://doi.org/https://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2016/03/ELEMENTAL1.pdf>
- Mora, R. (2020). Educación no formal, alternativa para la promoción del desarrollo integral del niño no escolarizado. *Investigación y Formación Pedagógica Revista del CIEGC*, 6(11), 65-86. <https://doi.org/http://ciegc.org.ve/2015/wp-content/uploads/2020/06/11.4.pdf>
- Moreno, I. (2018). *La utilización de medios y recursos didácticos en el aula*. Universidad de La Rioja. <https://doi.org/http://biblioteca.ucm.es/tesis/edu/ucm-t27286.pdf>
- Nadal, V. (2020). *Los medios audiovisuales al servicio del Centro educativo*. Castalia.
- Naranjo, G., y Tinoco, N. (2018). Enseñar a comprender el texto matemático expresado en problemas: Un reto para la formación de docentes de Educación Básica en Ecuador. *Maestro y Sociedad*, 1(1), 40-51. <https://doi.org/https://maestroysociedad.uo.edu.cu/index>
- Nava, J. (2020). *Hacia la educación que anhelamos* . Universidad Pedagógica Experimental Libertador.
- Noceti, H. (2019). *Máster Universitario en Didáctica de las Matemáticas en Educación Secundaria y Bachillerato*. UNIR. <https://doi.org/https://ecuador.unir.net/educacion/maestria-didactica-matematicas-secundaria-bachillerato/>
- Palma, K. (2017). Los principios didácticos constructivistas como prácticas inclusivas en el aula de primaria. *INNOVACIONES EDUCATIVAS* , 19(27), 41-54. <https://doi.org/https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6222561>
- Paredes, G., y Gámez, B. (2018). M-Learning: Revisión y análisis comparativo de algunas aplicaciones o apps de matemáticas. *Acción Pedagógica*, 1(27), 86 - 101. <https://doi.org/https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=7442975>
- Parra, R. (2018). *Prácticas pedagógicas para el desarrollo del componente geométrico y espacial a través del uso del software GeoGebra en estudiantes de séptimo grado (Tesis de Maestría)*. Universidad Francisco de Paula Santander. <https://doi.org/https://es.scribd.com/document/426985238/TESIS-RAUL-PARRA-pdf>

- Partida, J. (2018). La sociedad del conocimiento y la sociedad de la información como la piedra angular en la innovación tecnológica educativa. *Revista Ride*, 8(16), 1-24. <https://doi.org/10.23913/ride.v8i16.371>
- Pastora, B., y Fuentes, A. (2021). La planificación de estrategias de enseñanza en un entorno virtual de aprendizaje. *Revista Científica UISRAEL*, 8(1), 59–76. <https://doi.org/10.35290/rcui.v8n1.2021.341>
- Peña, S. (2017). Las TIC y el papel del docente en el proceso de enseñanza actual. *Atlante. Cuadernos de Educación y Desarrollo*, 1(9). <https://doi.org/https://www.eumed.net/rev/atlante/2017/09/tics-docente-ensenanza.html>
- Piaget, J. (1977). *Psicología de la inteligencia*. Psique.
- Real, C. (2019). Materiales Didácticos Digitales: un recurso innovador en la docencia del siglo XXI. *Cuadernos de desarrollo aplicados a las TIC*, 8(2), 12-27. <https://doi.org/http://dx.doi.org/10.17993/3ctic.2019.82.12-27>
- Revelo, J., y Carrillo, S. (2018). Impacto del uso de las TIC como herramientas para el aprendizaje de la matemática de los estudiantes de educación media. *Revista Cátedra*, 1(1), 70-91. <https://doi.org/https://doi.org/10.29166/catedra.v1i1.764>
- Reyes, Á. (2021). *Recursos educativos digitales y el proceso de enseñanza aprendizaje sobre funciones cuadráticas en la unidad educativa ancón, año 2021*. Universidad Estatal Península de Santa Elena. <https://doi.org/https://repositorio.upse.edu.ec/xmlui/handle/46000/6750>
- Reyes, B. (2020). *Funciones Matemáticas*. Comillas. <https://doi.org/https://repositorio.comillas.edu/xmlui/bitstream/handle/11531/55210/TFM001565.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Ríos, J., y Oyola, A. (2017). *Comprensión de las razones trigonométricas mediante el software Geogebra en el contexto del modelo de Van Hiele (Tesis de Maestría)*. Universidad de Antioquia.
- Rodríguez, Y. (2018). *El cerebro de maestro: El reto cambiante de mediar la construcción del conocimiento en entornos digitales*. Corporación Universitaria Minuto de Dios.

<https://doi.org/https://encuentros.virtualeduca.red/storage/ponencias/bahia2018/jDVXWHkhD2azrINr1pBUgr3J2C3kiW7HR8fFSwWy.pdf>

- Rodríguez, D., Peña, R., y Stracuzzi, M. (2020). Impacto e inclusión de las TIC en los estudiantes de educación básica, retos, alcance y perspectiva. *Revista Atlante Cuadernos de Educación y Desarrollo*, 1(1), 1-15.
<https://doi.org/https://www.eumed.net/rev/atlante/2020/08/inclusion-tics>
- Rojas, S., y Rincón, M. (2021). Mapeo de actores como metodología innovadora en la implementación de la política de ética de la investigación, bioética e integridad científica. *Opera*, 1(29), 117-138.
<https://doi.org/https://doi.org/10.18601/16578651.n29.07>
- Ruiz, A. (2018). *Selección y clasificación de recursos educativos digitales (Tesis de Maestría)*. Universidad de Navarra. <https://doi.org/https://academica-e.unavarra.es/xmlui/bitstream/handle/2454/31198/TFM18-MPES-BG-RUIZ-120555.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Salinas, J. (2020). *Las redes de comunicación: posibilidades educativas*. Síntesis.
- Santana, G. (2020). *Factores que afectan el rendimiento académico en estudiantes de educación básica elemental en la Unidad Educativa "Emigdio Esparza Moreno" Cantón Babahoyo, Provincia Los Ríos*. Universidad Técnica de Babahoyo.
<https://doi.org/http://dspace.utb.edu.ec/bitstream/handle/49000/7508/P-UTB-FCJSE-EBAS-SECED-000206.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Santos, M., y Lorenzo, M. (2019). Educación no formal y empleabilidad de la juventud. Un análisis centrado en la evaluación de programas. *Revista de estudios de juventud*, 1(124), 15-34.
- Scorzo, R., Falsetti, M., Williner, B., y Favieri, A. (2017). *Estudio sobre habilidades matemáticas y digitales en el aprendizaje de la derivada*. Universidad Nacional de La Matanza. <https://doi.org/https://repositoriocy.t.unlam.edu.ar/handle/123456789/536>
- Tourinán, J. (2018). *Concepto de Educación y Conocimiento de la Educación*. Editorial REDIPE. <https://redipe.org/wp-content/uploads/2018/11/Libro-concepto-de-educacion.pdf>

- Touriñán, J. (2017). El concepto de educación. Carácter, sentido pedagógico, significado y orientación formativa temporal. Hacia la construcción de ámbitos de educación. *Revista Virtual Redipe*, 6(12), 24-65.
- Vaillant, D., Rodríguez, E., y Betancor, G. (2020). Uso de plataformas y herramientas digitales para la enseñanza de la Matemática. *Ensaio: Avaliação e Políticas Públicas em Educação*, 28(108), 1-23. <https://doi.org/https://doi.org/10.1590/S0104-40362020002802241>
- Villacis, V., y Arroba, D. (2022). La pobreza extrema: un estudio desde la vulneración de los derechos del Buen Vivir. *Revista Metropolitana de Ciencias Aplicadas*, 5(1), 13-22.
- Vivas, D. (2020). La función cuadrática. Un estudio a través de los libros de texto de los últimos 40 años en Argentina. *Tiempo de Gestión*, 6(10), 163-180. <https://doi.org/https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=3699237>
- Zakariashvili, M. (2021). *Challenges in Human-Computer Interaction on the Example of Photomath Mobile Application*. Middle European Scientific Bulletin. <https://doi.org/https://cejsr.academicjournal.io/index.php/journal/article/view/721>

ANEXOS

Anexo 1. Dirección URL de la guía interactiva

<https://drive.google.com/drive/folders/1xFCCZNMQVHn3qgYhIaMM9b5QLO4D-gr7?usp=sharing>

Nota: Para visualizar la guía se debe descargar la carpeta y buscar el objeto denominado *index* o visite <https://youtu.be/ToZqM-mwT4>.

Anexo 2. Validación de la Guía Instructiva

Azogues a 10 de enero del 2023

A petición de la parte interesada

Certifico

Que se ha revisado el diseño de la **Guía instructiva para el uso de RDD enfocados a la enseñanza de funciones cuadráticas**, propuesta por la colega Sonia Lilliana Ortiz Molina con C.I 0105885941, estudiante de la maestría en Educación, mención aprendizajes mediado por TIC de la Universidad del Azuay y he apreciado que es una guía de fácil aplicación y que sobre todo contiene también actividades que facilitan la comprensión de funciones cuadráticas en estudiantes de primero bachillerato.

Es todo cuanto puedo certificar. Pudiendo el peticionario hacer uso de la presente en lo creyere necesario.

Atentamente



C.I 0301527156

Ing. Cristian Coronel N.

Docente de matemáticas en Bachillerato de la Unidad Educativa Luis Rogerio Gonzáles

Azogues a 13 de enero del 2023

A petición de la parte interesada

Certifico

Luego de haber revisado el diseño de la **Guía instructiva para el uso de RDD enfocados a la enseñanza de funciones cuadráticas**, propuesta por la docente Sonia Liliana Ortiz Molina con C.I.0105885941, estudiante de la maestría en Educación, mención aprendizajes mediado por TIC de la Universidad del Azuay constato que es una guía de fácil aplicación y que sobre todo contiene también actividades que facilitan la comprensión de funciones cuadráticas en estudiantes de primero bachillerato.

Es todo cuanto puedo certificar. Pudiendo el peticionario hacer uso de la presente en lo creyere necesario.

Atentamente



C.I 030187330-3

Lic. Verónica Huíracocha MSc

Docente de matemáticas en bachillerato del Colegio de Bachillerato Roberto Rodas