



Universidad del Azuay

Departamento de Posgrados

Maestría en Matemáticas Aplicadas

Título:

**“Evaluación de la Eficiencia de las Empresas
Constructoras del Ecuador, mediante el Análisis
Envolvente de Datos”**

Trabajo de Graduación para optar por el título de
Magister en Matemáticas Aplicadas

Autores:

Ing. Eugenio Alejandro Cabrera Regalado
Ing. Simón Bolívar Méndez Rengel

Director:

Arq. José Fernando Córdova León, MBA

**Cuenca, Ecuador
2017**

DEDICATORIA

A mis nietos Sisa, Amelie y Daki.

Eugenio

A mis familiares, especialmente a mi esposa Nelly y a mis hijos Nelson, Jenny, Pedro y Paola

Bolívar

AGRADECIMIENTOS

Agradecemos al Ing. Francisco Salgado, por ser el mentor de este trabajo de investigación y a nuestro Director, Arq. Fernando Córdova, por su acompañamiento permanente y generoso apoyo.

RESUMEN

En este trabajo se realiza un estudio para evaluar la eficiencia de las empresas utilizando el modelo matemático DEA (Data Envelopment Analysis) para aplicarlo al análisis de compañías constructoras ecuatorianas. DEA es un método no paramétrico que evalúa la eficiencia de las empresas analizadas en base a la comparación con las de mejor desempeño (*benchmarking*). En este sentido, esta investigación pretende obtener una escala o ranking de eficiencia con las empresas constructoras escogidas.

En la primera parte de este trabajo se realiza una breve revisión del estado del arte, que incluye un resumen de los diferentes tipos de eficiencia desde el punto de vista de la economía y de los métodos existentes para su evaluación. Luego se explicarán los modelos DEA CCR y DEA BCC con las bases matemáticas que los sustentan. En la segunda parte, se procederá a la selección de las variables de entrada (inputs) y de salida (outputs) más pertinentes para nuestro estudio, así como a la recolección de los datos necesarios. A continuación se realizarán los cálculos de la eficiencia, según los modelos indicados, se analizarán los resultados y se presentarán las conclusiones.

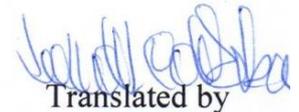
PALABRAS CLAVE: Eficiencia, Evaluación, Modelo matemático, Método no paramétrico, Input, Output, Análisis.

ABSTRACT

This study was carried out to evaluate the efficiency of companies through the use of the DEA (Data Envelopment Analysis) mathematical model, applied to the analysis of Ecuadorian construction companies. DEA is a non-parametric method that evaluated the efficiency of the analyzed companies through the comparison with the ones with the best performance (benchmarking). Therefore, this research aimed to obtain a scale or ranking of efficiency among the selected construction companies. The first part of this work dealt with a brief review of the state of the art, which included a summary of the different types of efficiency from the point of view of the economy and from the existing methods for its evaluation. Then, the DEA CCR and DEA BCC models were explained through the mathematical bases that support them. The second part presented the selection of the input and output variables that were the most relevant to our study, as well as the collection of the necessary data. The efficiency calculations were then performed according to the indicated models. Finally, the results were analyzed, and the conclusions were presented.



Magaly Arteaga



Translated by
Lic. Lourdes Crespo

INDICE DE CONTENIDOS

DEDICATORIA	I
AGRADECIMIENTOS	II
RESUMEN	III
PALABRAS CLAVE	IV
ABSTRACT	V
INTRODUCCIÓN	1
1. CAPITULO 1. CONSIDERACIONES SOBRE LA EFICIENCIA Y SU MEDICIÓN	3
1.1. LA EFICIENCIA Y LA PRODUCTIVIDAD.....	3
1.1.1. INTRODUCCIÓN	3
1.1.2. LA EFICIENCIA TÉCNICA.....	4
1.1.3. EFICIENCIA PRECIO	5
1.1.4. EFICIENCIA GLOBAL	6
1.1.5. DIFERENCIA ENTRE EFICIENCIA TÉCNICA Y PRODUCTIVIDAD	7
1.2. TÉCNICAS PARA LA MEDICIÓN DE LA EFICIENCIA.....	8
1.2.1. GENERALIDADES	8
1.2.2. MÉTODOS PARAMÉTRICOS	9
1.2.3. MÉTODOS NO PARAMÉTRICOS	9
1.3. MEDICIÓN NO PARAMÉTRICA DE LA EFICIENCIA	10
1.3.1. CARACTERIZACIÓN DE LA TECNOLOGÍA	10
1.3.2. DEFINICIÓN DE LOS ÍNDICES DE EFICIENCIA	16
1.3.3. EL MÉTODO DE FARRELL	18
CAPITULO 2. ANÁLISIS ENVOLVENTE DE DATOS (DEA).....	24
2.1. INTRODUCCIÓN	24
2.2. MODELOS DEA – CCR ORIENTADOS A ENTRADAS.....	25
2.2.1. Modelo DEA – CCR (Primal) en forma de cociente.	25
2.2.2. Modelo DEA – CCR En forma multiplicativa (Primal).....	26
2.2.3. DEA – CCR En forma envolvente (Dual)	29
2.2.4. Método de Dos Etapas.....	31
2.3. MODELOS DEA – CCR ORIENTADOS A SALIDAS.....	34
2.3.1. DEA – CCR en forma de cociente.....	34
2.3.2. DEA – CCR En forma multiplicativa (Primal).....	34
2.3.3. DEA – CCR En forma envolvente (Dual)	35
2.4. MODELOS DEA – BCC ORIENTADOS A ENTRADAS.....	35
2.4.1. Forma Fraccional	35
2.4.2. Forma Multiplicativa.....	36
2.4.3. Forma Envolvente.....	37
2.5. MODELOS DEA – BCC ORIENTADOS A SALIDAS.....	37

2.5.1.	Forma Fraccional	38
2.5.2.	Forma Multiplicativa.....	38
2.5.3.	Forma Envolvente.....	38
CAPÍTULO 3. APLICACIÓN PRÁCTICA DE LA METODOLOGÍA DEA		40
3.1	INTRODUCCIÓN	40
3.2	EL SECTOR DE LA CONSTRUCCIÓN EN EL ECUADOR.....	40
3.3	SELECCIÓN DE LAS VARIABLES	41
3.4	RECOLECCION DE DATOS	44
3.5	SELECCIÓN DEL MÉTODO DEA Y DEL SOFTWARE A UTILIZARSE	47
CAPÍTULO 4. CÁLCULO DE LA EFICIENCIA DE UN GRUPO DE EMPRESAS CONSTRUCTORAS DEL ECUADOR.....		48
4.1.	INTRODUCCIÓN	48
4.2	CASOS: 1 INPUT – 1 OUPUT.....	49
4.2.1	PATRIMONIO vs. INGRESOS POR VENTAS.....	49
4.2.2	MATERIALES Y GASTOS OPERATIVOS vs. INGRESOS POR VENTAS.....	52
4.2.3	GASTO EN PERSONAL vs. INGRESOS POR VENTAS	56
4.2.4	TOTAL INSUMOS vs. INGRESOS POR VENTAS	60
4.2.5	OBSERVACIONES SOBRE LOS CASOS DE 1 INPUT -1 OUTPUT	64
4.3	CASOS CCR : 2 INPUT – 1 OUPUT	66
4.3.1	PATRIMONIO – MATERIALES vs. INGRESOS POR VENTAS.....	66
4.3.2	PATRIMONIO – GASTO EN PERSONAL vs. INGRESOS POR VENTAS.....	69
4.3.3	PATRIMONIO – TOTAL INSUMOS vs. INGRESOS POR VENTAS.....	72
4.3.4	MATERIALES – GASTO EN PERSONAL vs. INGRESOS POR VENTAS	75
4.3.5	CASOS BCC: 2 INPUT – 1 OUPUT.....	78
4.4	EVALUACIÓN DE LA EFICIENCIA UTILIZANDO FRONTIER ANALYST	78
4.4.1	APLICACIÓN DEA – FRONTIER.....	78
4.4.2	2 INPUTS – 1 OUTPUT / CCR	79
4.4.3	2 INPUTS – 1 OUTPUT / BCC	85
4.4.4	OBSERVACIONES SOBRE LOS CASOS 2 INPUTS- 1 OUTPUT	92
4.4.5	3 INPUTS – 1 OUTPUT / CCR - BCC	93
4.4.6	GENERACIÓN DE REPORTES EN FRONTIER	96
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....		100
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....		103

INDICE DE FIGURAS

Figura 1.1. Isocuanta de producción y eficiencia técnica.....	4
Figura 1.2. Recta de isocostos y eficiencia precio.....	6
Figura 1.3. Escala óptima y frontera de producción.....	7
Figura 1.4. Gráfico sobre los métodos y sus mentores.....	8
Figura 1.5. Estimadores $TCCR$ para rendimientos constantes a escala (RCE), y $TBCC$ para rendimientos variables a escala (RVE).....	13
Figura 1.6. Movimientos para alcanzar la frontera eficiente.....	14
Figura 1.7. Poligonal envolvente Input Orientada.....	15
Figura 1.8. Poligonal envolvente Output Orientada.....	16
Figura 1.9. Índices de Eficiencia según las fronteras $TCCR$, $TBCC$	17
Figura 1.10. Método de Farrell para dos inputs y una output.....	19
Figura 1.11. Proyección de la unidad Pi sobre la frontera eficiente.....	20
Figura 1.12. Cono de la unidad Pi.....	21
Figura 2.1. Eficiencia Pareto-Koopmans.....	32
Figura 2.2: Rendimientos a escala según modelos CCR y BCC.....	36
Figura 4.1: Representación de las 23 empresas, caso Patrimonio vs. Ingreso por ventas, Modelos CCR y BCC.....	49
Figura 4.2. Representación de las 23 empresas, caso Materiales y gastos operativos vs. Ingreso por ventas, Modelos CCR y BCC.....	53
Figura 4.3. Representación de las 23 empresas, caso Gastos en personal vs. Ingreso por ventas, Modelos CCR y BCC.....	57
Figura 4.4. Representación de las 23 empresas, caso Total insumos vs. Ingreso por ventas, Modelos CCR y BCC.....	61
Figura 4.5. Representación de las 23 empresas, caso Patrimonio - Materiales y gastos operativos vs. Ingreso por ventas, Modelos CCR.....	67
Figura 4.6. Representación de las 23 empresas, caso Patrimonio – Gasto personal vs. Ingreso por ventas, Modelos CCR.....	69
Figura 4.7. Representación de las 23 empresas, caso Patrimonio – Total insumos vs. Ingreso por ventas, Modelos CCR.....	72
Figura 4.8: Representación de las 23 empresas, caso Materiales y gastos operativos – Gasto personal vs. Ingreso por ventas, Modelos CCR.....	75
Figura 4.9: Ventana Frontier; Resultados de Eficiencia ETG, caso Patrimonio – Materiales y gastos operativos vs. Ingresos por ventas, Modelo CCR.....	82
Figura 4.10: Ventana Frontier; Resultados de Eficiencia ETG, caso Patrimonio – Gasto en personal vs. Ingresos por ventas, Modelo CCR.....	83
Figura 4.11: Ventana Frontier; Resultados de Eficiencia ETG, caso Patrimonio – Total insumos vs. Ingresos por ventas, Modelo CCR.....	83
Figura 4.12: Ventana Frontier; Resultados de Eficiencia ETG, caso Materiales y gastos operativos – Gasto en personal vs. Ingresos por ventas, Modelo CCR.....	84
Figura 4.13: Ventana Frontier; Resultados de Eficiencia ETP, caso Patrimonio – Materiales y gastos operativos vs. Ingresos por ventas, Modelo BCC.....	86

Figura 4.14: Ventana Frontier; Resultados de Eficiencia ETP, caso Patrimonio – Gasto en personal vs. Ingresos por ventas, Modelo BCC.....	87
Figura 4.15: Ventana Frontier; Resultados de Eficiencia ETP, caso Patrimonio – Total insumos vs. Ingresos por ventas, Modelo BCC.....	89
Figura 4.16: Ventana Frontier; Resultados de Eficiencia ETP, caso Materiales y gastos operativos – Gasto en personal vs. Ingresos por ventas, Modelo BCC.....	90
Figura 4.17: Ventana Frontier; Resultados de Eficiencia ETG, caso Patrimonio – Materiales y gastos operativos - Gasto en personal vs. Ingresos por ventas, Modelo CCR....	94
Figura 4.18: Ventana Frontier; Resultados de Eficiencia ETP, caso Patrimonio – Materiales y gastos operativos - Gasto en personal vs. Ingresos por ventas, Modelo BCC....	94
Figura 4.19: Ventana Frontier; Reporte completo de resultados, caso Patrimonio – Total insumos vs. Ingresos por ventas, Modelo CCR.	96

INDICE DE TABLAS

Tabla 2.1. Representación de restricciones y variables en Problemas DEA Primal y Dual	29
Tabla 3.1. Trabajos para medir la eficiencia en el sector de la construcción usando DEA.....	41
Tabla 3.2. Datos seleccionados de la Superintendencia de Compañías.....	46
Tabla 4.1. Resultados de la ETG con la entrada Patrimonio vs. la salida Ingresos por ventas, para el Modelo DEA - CCR, input orientado.	50
Tabla 4.2. Resultados de la ETP con la entrada Patrimonio vs. la salida Ingresos por ventas, para el Modelo BCC, input orientado	51
Tabla 4.3. Índices de Eficiencia por empresa, 1 input (Patrimonio) - 1 output (Ingresos por ventas).....	51
Tabla 4.4. Resultados de la ETG con la entrada Materiales y gastos operativos vs. la salida Ingresos por ventas, para el Modelo DEA - CCR, input orientado.....	54
Tabla 4.5. Resultados de la ETP con la entrada Materiales y gastos operativos vs. la salida Ingresos por ventas, para el Modelo BCC, input orientado	55
Tabla 4.6. Índices de Eficiencia por empresa , 1 input (Materiales y gastos operativos) - 1 output (Ingresos por ventas).....	55
Tabla 4.7. Resultados de la ETG con la entrada Gasto en personal vs. la salida Ingresos por ventas, para el Modelo DEA - CCR, input orientado.....	58
Tabla 4.8. Resultados de la ETP con la entrada Gasto en personal vs. la salida Ingresos por ventas, para el Modelo BCC, input orientado	59
Tabla 4.9. Índices de Eficiencia por empresa, 1 input (Gasto en personal) - 1 output (Ingresos por ventas).	59
Tabla 4.10. Resultados de la ETG con la entrada Total insumos vs. la salida Ingresos por ventas, para el Modelo DEA - CCR, input orientado.....	62
Tabla 4.11. Resultados de la ETP con la entrada Total insumos vs. la salida Ingresos por ventas, para el Modelo BCC, input orientado	63
Tabla 4.12. Índices de Eficiencia por empresa, 1 input (Total insumos) - 1 output (Ingresos por ventas).....	63
Tabla 4.13. Empresas eficientes para los casos 1 input – 1 output, según los modelos DEA – CCR y DEA - BCC.....	65
Tabla 4.14. Cálculo de la ETG, 2 input (Patrimonio - Materiales y gastos operativos) vs., 1 output (Ingresos por ventas), para el Modelo DEA - CCR, input orientado.	68
Tabla 4.15. Cálculo de la ETG, 2 input (Patrimonio - Gasto en personal) vs., 1 output (Ingresos por ventas), para el Modelo DEA - CCR, input orientado	71
Tabla 4.16. Cálculo de la ETG, 2 input (Patrimonio - Total insumos) vs., 1 output (Ingresos por ventas), para el Modelo DEA - CCR, input orientado.....	74
Tabla 4.17. Cálculo de la ETG, 2 input (Materiales y gastos operativos - Gasto en personal) vs., 1 output (Ingresos por ventas), para el Modelo DEA - CCR, input orientado	77
Tabla 4.18: Comparación de resultados entre cálculo manual y Frontier, casos 2 input – 1 output. Modelo DEA – CCR	84
Tabla 4.19: Índices de Eficiencia General, Pura y Escala con Frontier, 2 input (Patrimonio – Materiales y gastos operativos) vs. 1 output (Ingresos por ventas).	86
Tabla 4.20: Índices de Eficiencia General, Pura y Escala con Frontier, 2 input (Patrimonio – Gasto en personal) vs. 1 output (Ingresos por ventas)	88

Tabla 4.21: Índices de Eficiencia General, Pura y Escala con Frontier, 2 input (Patrimonio – Total insumos) vs. 1 output (Ingresos por ventas).....	89
Tabla 4.22: Índices de Eficiencia General, Pura y Escala con Frontier, 2 input (Materiales y gastos operativos – Gasto en personal) vs. 1 output (Ingresos por ventas)	91
Tabla 4.23: Listado de empresas eficientes para los casos 2 input – 1 output, según Modelos DEA - CCR y DEA – BCC	92
Tabla 4.24: Índices de Eficiencia General, Pura y Escala con Frontier, 3 inputs (Patrimonio - Materiales y gastos operativos – Gasto en personal) vs. 1 output (Ingresos por ventas)	95
Tabla 4.25. Reporte completo de resultados en FRONTIER. Modelo DEA-CCR para el Caso 2 input – 1 input	97
Tabla 4.26. Reporte completo de resultados en FRONTIER. Modelo DEA-BCC para el Caso 2 input – 1 input	98

Eugenio Cabrera Regalado, Bolívar Méndez Rengel

Trabajo de graduación

Fernando Córdova León

Abril 2017

EVALUACIÓN DE LA EFICIENCIA DE LAS EMPRESAS CONSTRUCTORAS DEL ECUADOR, MEDIANTE EL ANÁLISIS ENVOLVENTE DE DATOS

INTRODUCCIÓN

Tanto en el sector de los servicios como en el sector productivo, las instituciones o empresas tratan de aprovechar de la mejor manera los escasos recursos disponibles para obtener el máximo beneficio posible. Por ejemplo en salud, educación y otros servicios públicos faltan recursos para atender una demanda siempre elevada y creciente. En el caso de los servicios privados y del sector empresarial habrá que hacer frente también a una elevada competitividad, a nuevas legislaciones y regularizaciones, así como a la necesidad de acceder a nuevos recursos tecnológicos y de capital. Inmersas en este entorno exigente, las instituciones y empresas se ven abocadas a buscar métodos para autoevaluarse y tomar decisiones. Es lo que en Economía se llama medir la eficiencia institucional o empresarial. Eficiencia entendida como la capacidad de obtener la mayor cantidad de producto posible utilizando la menor cantidad de recursos. Se comprende entonces que, en la actualidad, medir la eficiencia es una necesidad en cualquier actividad económica. Para medir la eficiencia de cualquier unidad productiva es necesario comparar su desempeño con un referente óptimo.

A nivel internacional, desde la academia y el sector empresarial, se han desarrollado numerosos trabajos de investigación para medir la eficiencia de las empresas. Históricamente se han utilizado dos técnicas: la paramétrica y la no paramétrica. En la técnica paramétrica se compara la unidad productiva con una función predeterminada mediante técnicas econométricas. En cambio, en la técnica no paramétrica, la eficiencia se obtiene comparando el desempeño de cada unidad productiva con el de sus pares dentro de la misma actividad económica. La mayoría de los modelos para la estimación no paramétrica de la eficiencia son determinísticos y utilizan técnicas de programación matemática.

El primero en proponer un método no paramétrico para medir la eficiencia fue Farrell en 1957, cuyo trabajo tuvo una amplia difusión en el ámbito académico. Pero la aplicación masiva vino luego de que Charnes, Cooper y Rhodes propusieron el modelo matemático DEA en 1978, apoyados por el desarrollo de la informática. En la actualidad se pueden contar por miles los trabajos de investigación y las publicaciones relacionadas con el DEA y sus aplicaciones en los más variados campos de la actividad humana.

Sin embargo, en el Ecuador la evaluación de la eficiencia de grupos empresariales o institucionales ha sido escasa y se ha limitado a usar ciertos indicadores económicos y contables. No es exagerado decir que en nuestro país se carece de estudios amplios y profundos, que construyan escalas de eficiencia técnica, que permitan a las empresas obtener su posición competitiva o ranking empresarial.

Precisamente este trabajo de investigación pretende contribuir a superar esta carencia. En este sentido, se ha planteado realizar un estudio de la metodología DEA que incluya un ejemplo de aplicación en nuestro país. Se propone evaluar la eficiencia de un grupo de empresas constructoras de viviendas y edificaciones civiles, obteniendo una escala o ranking de las mismas. Se ha escogido el sector de la construcción por la disponibilidad de los datos y por lo interesante del caso, más no porque haya un compromiso directo con este sector. La idea es más bien hacer una investigación sobre la aplicación de los modelos DEA que pueda ser un referente para trabajos que pudieran darse en el futuro, sobre todo para la graduación en pregrado.

En concordancia con lo expuesto anteriormente este trabajo empieza con una exposición de los diferentes conceptos de eficiencia desarrollados por la teoría económica, para luego realizar un estudio de los modelos DEA CCR y DEA BCC. En esta parte se realiza una exposición de los fundamentos matemáticos que sustentan estos modelos.

A continuación se desarrolla la aplicación práctica que se realiza en dos etapas. En la primera etapa se seleccionan las variables más representativas y se obtienen los datos correspondientes. En nuestro caso la información es pública y de libre acceso, y reposa en los archivos de la Superintendencia de Compañías. En la segunda etapa se realizan los cálculos de la eficiencia y se comentan los resultados. Debemos resaltar que los cálculos se realizan usando el software Frontier Analyst, especialmente desarrollado para aplicaciones con DEA. Para los casos más sencillos, también se han realizado los cálculos a mano, con el objeto de validar la teoría al compararlos con los resultados obtenidos con el software.

Finalmente se establecen las conclusiones más relevantes de la investigación y se dan algunas sugerencias para futuros trabajos con el tema.

1. CAPITULO 1. CONSIDERACIONES SOBRE LA EFICIENCIA Y SU MEDICIÓN

1.1. LA EFICIENCIA Y LA PRODUCTIVIDAD

1.1.1. INTRODUCCIÓN

Siendo el objetivo de este trabajo medir la eficiencia de un conjunto de empresas, es necesario empezar el mismo revisando este concepto desde el punto de vista de la econometría. La teoría económica para definir el concepto de eficiencia parte del principio de escasez de recursos, así, cualquier actividad humana es eficiente si aprovecha de la mejor manera los escasos recursos disponibles para obtener el máximo beneficio posible. Si se trata de una actividad empresarial, se es eficiente, bien sea maximizando los productos o bien minimizando los costos (Castaño Tamayo, 2011).

La eficiencia no tiene que ver con el volumen de recursos utilizados ni de productos obtenidos, sino con la relación entre estas dos medidas. La empresa entonces es eficiente si produce en una escala de tamaño óptima que le permita la menor utilización de insumos posibles para obtener la mayor cantidad de producto (Berrío Guzmán y Muñoz Santiago, 2005).

La eficiencia por definición es un concepto relativo que se obtiene por comparación con otras alternativas posibles. Una actividad económica es más o menos eficiente si se la compara con el desempeño de otras actividades similares. Al ser un concepto relativo, la medición de la eficiencia necesita un referente óptimo con el cual comparar el desempeño de las empresas, por lo tanto un escenario válido para medir la eficiencia en las organizaciones, es comparar su desempeño con el de las empresas de su mismo sector que producen bienes o servicios similares (Quindós Morán, Rubiera Morollón y Vicente Cuervo, 2003).

El primero en comparar el rendimiento de una empresa con sus pares para medir la eficiencia es Farrell (1957). Este autor, partiendo de un caso sencillo en el cual una empresa utiliza dos inputs (insumos), para producir un único output (producto) logra definir los conceptos de eficiencia técnica, eficiencia precio y eficiencia global. Para mayor detalle sobre los supuestos económicos asumidos por Farrell, se puede consultar autores como Krugman y Wells (2007), Mankiw (2002), Castaño Tamayo (2011).

A continuación se hace un breve resumen de estos conceptos, necesarios para el ulterior desarrollo del presente trabajo. Con la finalidad de ayudar en la comprensión de estos tres tipos de eficiencia se presenta un gráfico que resume la propuesta de Farrell.

Como se puede ver, en el proceso se busca obtener un producto (y) a partir de la utilización de dos insumos (x_1 y x_2). En la Figura 1.1 se ha graficado la frontera eficiente de producción,

la cual está definida por la isocuanta II' . Esta línea representa las diferentes combinaciones posibles de las cantidades de los dos insumos (inputs), que permitiría obtener una determinada cantidad de producto (output) y se construye con la información del sector económico que se esté estudiando.

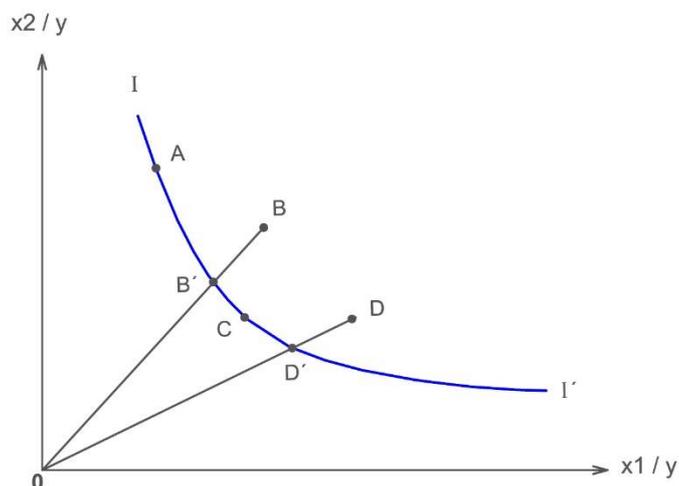


Figura 1.1. **Isocuanta de producción y eficiencia técnica.**

Fuente: Elaboración propia

Se han graficado también las coordenadas correspondientes a los niveles de producción de cuatro empresas A, B, C y D a las que en adelante llamaremos unidades referenciales de producción (DMUs). Cabe indicar que bajo la isocuanta no puede ubicarse ninguna empresa del sector.

1.1.2. LA EFICIENCIA TÉCNICA

Como se puede ver en la gráfica, las unidades A y C son técnicamente eficientes, ya que se encuentran ubicadas en la frontera eficiente de producción. En cambio, las unidades B y D que se encuentran fuera de la frontera eficiente de producción, se considera técnicamente ineficientes. La ineficiencia técnica para cada una de estas unidades está dada por las distancias que las separan de la isocuanta: $B'B$ y $D'D$ respectivamente.

Para eliminar su ineficiencia la unidad B debe moverse al punto B' que es su proyección sobre la frontera eficiente. Esto significa que esta unidad podría obtener la misma cantidad de producto reduciendo las cantidades de insumos utilizados.

Tomando como ejemplo el caso de la unidad B, podemos definir la eficiencia técnica como el cociente OB'/OB . De manera análoga para la empresa D su eficiencia técnica estará dada por OD'/OD . Es claro que el valor numérico de la eficiencia técnica está en el rango de 0 a 1, siendo 0 el peor caso de eficiencia, mientras que 1 es el valor ideal.

A continuación se presentan algunas definiciones de la eficiencia técnica desarrolladas en trabajos posteriores al de Farrell.

Charnes, Cooper y Rhodes (1978) definen a la eficiencia técnica como la capacidad que tiene una empresa para obtener el máximo nivel de productos dado un conjunto de factores de producción, en acuerdo con la definición de Farrell.

Para Tolosa (2013), la eficiencia técnica en un proceso productivo se alcanza cuando es imposible aumentar un producto sin aumentar un recurso o cuando es imposible reducir un recurso sin reducir a la vez un producto.

Para Guio Tamayo y Monroy Licht (2003, p. 4), la eficiencia técnica puede entenderse como “producir tanto como sea posible con los recursos disponibles, hacer uso de la menor cantidad de insumos admisibles para alcanzar un nivel determinado de productos, o bien, combinar estas alternativas de modo que se obtengan los mejores resultados de esta relación”.

1.1.3. EFICIENCIA PRECIO

La eficiencia precio o asignativa se refiere a la necesidad de medir igualmente el empleo de los diferentes factores de producción en sus óptimas proporciones, teniendo en cuenta sus precios relativos (Farrell, 1957).

Para Tolosa (2013, p. 27) la eficiencia precio “es la medición de la utilización adecuada y proporcional de los recursos teniendo en cuenta sus precios, que si bien no garantiza la máxima productividad, si garantiza el mínimo costo de producción”.

Los precios de los insumos o inputs, limita la capacidad de consumo de las empresas y por lo tanto se convierte en una restricción para sus niveles de producción (outputs). Esta restricción significa que la relación entre los precios de los inputs (x_1 y x_2), es tal que las empresas van a gastar sus recursos con la idea de maximizar sus beneficios, teniendo en consideración que cuentan con un presupuesto limitado (Pyndyck y Rubinfeld, 2009).

Regresando nuevamente al ejemplo de las empresas A, B, C y D descrito en la Figura 1.1, si se toma el punto más próximo de la isocuanta eficiente al origen y se traza por este punto una recta tangente a la curva, se obtiene la línea de isocoste PP'. Los puntos de esta recta representan todas las combinaciones posibles de los inputs x_1 y x_2 que se podrían adquirir a un mismo costo. Esta recta de isocoste simboliza la restricción presupuestal y su pendiente indica la relación entre los precios de las inputs x_1 y x_2 . Esta nueva situación se ejemplifica en la Figura 1.2.

De acuerdo a las definiciones dadas para la eficiencia de precio, se considera como eficiente toda unidad que esté en capacidad de mantener los mínimos costos de producción y al mismo tiempo estar en la frontera eficiente. Como se puede ver en la Figura 1.2, solo la unidad C cumple con esta condición por lo que es la única que se considera eficiente.

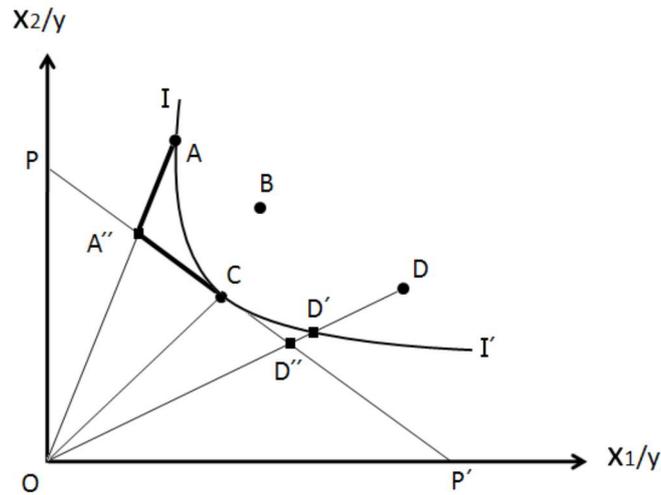


Figura 1.2. Recta de isocostes y eficiencia precio
Fuente: Coll y Blasco, 2006

Si la empresa D quisiera alcanzar también la eficiencia en precio, debería reducir los costos en que incurre en la distancia D''D. Entonces, numéricamente podemos expresar la eficiencia precio para la empresa D como el cociente entre la distancia desde el origen al punto D'' (proyección del punto D sobre la isocoste) y la distancia desde el origen hasta el punto D' (proyección sobre la isocuenta eficiente), o sea OD''/OD' . Por analogía la eficiencia precio para la Empresa A estaría dada por la relación OA''/OA . Tal y como se presentó para el caso de la eficiencia técnica, el valor de la eficiencia de precio tomará valores entre 0 y 1.

1.1.4. EFICIENCIA GLOBAL

Con la eficiencia global (EG) se busca integrar tanto la eficiencia técnica como la eficiencia de precio. Se trata de encontrar la combinación óptima de inputs, que garantice tanto el nivel máximo de productividad como el mínimo costo de producción.

Regresando nuevamente a la Figura 1.2, en la que se ha integrado de forma conjunta las fronteras de eficiencia técnica y eficiencia precio, se puede observar que la unidad C se encuentra ubicada simultáneamente sobre ambas fronteras, siendo la única que presenta eficiencia global. Para el caso de la unidad A, en cambio, sería necesario que el punto de operación dado por las cantidades de insumos, se desplazara a través de la trayectoria señalada AA''C para que esta unidad también mostrara eficiencia global.

Tomando el caso de la unidad D se puede plantear matemáticamente la siguiente igualdad

$$\frac{OD''}{OD} = \frac{OD''}{OD'} \frac{OD'}{OD}$$

De acuerdo a las definiciones anteriores, $\frac{OD''}{OD'}$ es la eficiencia precio y $\frac{OD'}{OD}$ es la eficiencia técnica.

Si definimos la eficiencia global como $\frac{OD''}{OD}$, tendríamos entonces que la eficiencia global es el producto entre la eficiencia técnica y la eficiencia precio (Farrell, 1957)

Por otro lado, las unidades *B* y *C* son técnicamente eficientes puesto que operan sobre la frontera tecnológica de producción, en tanto que la unidad *A* es ineficiente al situarse por debajo de ésta.

Se dice que la unidad *C* opera en una escala óptima pues es la que siendo técnicamente eficiente es también la de mayor productividad.

Observe que la unidad *B*, técnicamente eficiente, podría ganar en productividad al moverse hacia el punto que representa a la unidad *C*. Puede decirse, como conclusión, que una organización puede ser técnicamente eficiente pero todavía ser capaz de mejorar su productividad al explorar economías de escala (Coelli *et al.*, 2005).

1.2. TÉCNICAS PARA LA MEDICIÓN DE LA EFICIENCIA

1.2.1. GENERALIDADES

Como se ha visto hasta aquí, para medir la eficiencia técnica es necesario determinar la frontera eficiente, que representa el nivel óptimo de producción, con la cual se compara el desempeño real de la unidad productiva considerada.

Recordemos que la frontera eficiente define la máxima cantidad de output que puede obtenerse dado el nivel de input utilizado y la tecnología. A partir de esto, la idea es medir la distancia desde la unidad considerada hasta dicha frontera y utilizar esta distancia como una medida de la ineficiencia de esta unidad. Estas desviaciones con respecto a la frontera eficiente constituyen los denominados índices o indicadores de ineficiencia.

Existen muchos métodos para determinar la frontera eficiente, pero básicamente se pueden clasificar en dos grandes grupos: los paramétricos y los no paramétricos. A su vez, estos pueden utilizar técnicas estadísticas o de programación matemática para estimar la frontera. Por último para cada uno de estos métodos o técnicas se puede definir una orientación determinística o estocástica (Coll y Blasco, 2006). A continuación, en la Figura 1.4 se presenta una estructura que recoge los principales métodos para estimar la frontera eficiente y sus precursores.

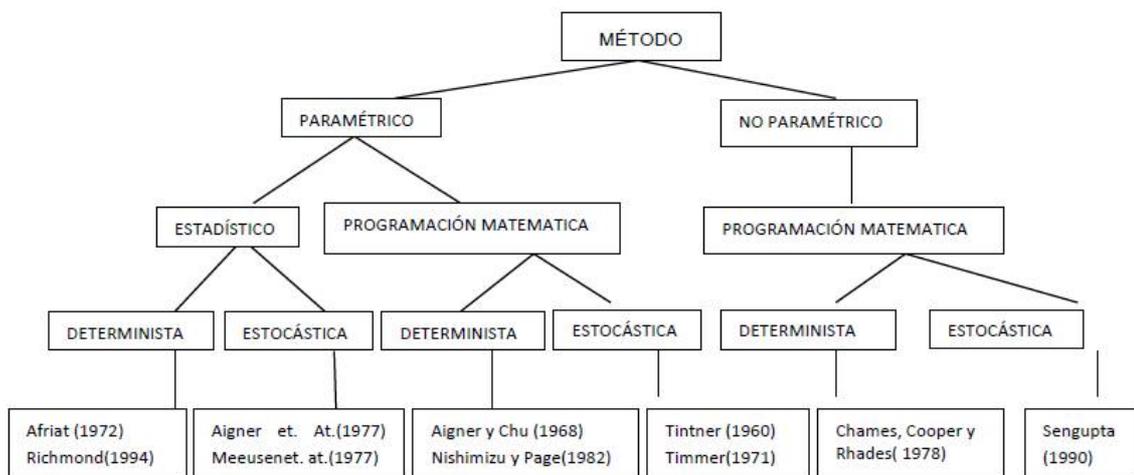


Figura 1.4. Gráfico sobre los métodos y sus mentores

Fuente: Coll y Blasco, 2006

1.2.2. MÉTODOS PARAMÉTRICOS

En los modelos paramétricos, la frontera eficiente es una función matemática de parámetros constantes que se definen mediante técnicas estadísticas, excepto en algunos casos particulares en los que se emplea programación matemática, como ocurre con Aingner *et al.* (1977). Un buen ejemplo de este tipo de funciones matemáticas es la función de producción de Cobb-Douglas.

Estos modelos, a su vez, pueden tener un carácter determinista o estocástico, dependiendo de si se toma en cuenta o no el aspecto aleatorio en el proceso productivo.

La principal objeción que se ha hecho a estos modelos es que los resultados pueden presentar una gran variación, dependiendo del tipo de función matemática que se utilice. Entre sus aspectos positivos se destaca la posibilidad de realizar pruebas estadísticas previas y la menor influencia que tienen en los resultados las unidades atípicas, al utilizarse los promedios de los mejores comportamientos (Cordero, 2006).

1.2.3. MÉTODOS NO PARAMÉTRICOS

En los métodos no paramétricos la frontera eficiente no se determina mediante una función matemática predeterminada, sino en base a los datos que dejan las observaciones realizadas al conjunto de las unidades analizadas. Es decir que la frontera eficiente está formada por las unidades de mejor desempeño.

La técnica empleada por estos métodos para la determinación de la frontera es la programación matemática, siendo posible distinguir dos metodologías alternativas: el *Free Disposal Hull* (FDH¹) y el *Data Envelopment Analysis* (DEA²), que se diferencian en uno de los supuestos asumidos para la construcción de la frontera eficiente: la convexidad.

Así, en los modelos DEA, desarrollados a partir de Charnes, Cooper y Rhodes (1978), la eficiencia de una unidad de producción se determina por comparación con unidades ficticias determinadas sobre la frontera eficiente y construidas a partir de combinaciones lineales de unidades que se consideran eficientes, tal y como lo plantea Farrell (1957).

En cambio, en los modelos FDH, introducidos por Deprins, Simar y Tulkens (1984) y desarrollados posteriormente por Tulkens (1993) para la evaluación de la eficiencia se consideran únicamente las unidades efectivamente observadas

En cuanto a los modelos DEA, debido a que serán utilizados en el presente trabajo, serán desarrollados a profundidad en el siguiente capítulo.

¹ FDH: Free Disposal Hull (Casco de Disposición Libre)

² DEA: Data Envelopment Analysis (Análisis Envolvente de Datos)

1.3. MEDICIÓN NO PARAMÉTRICA DE LA EFICIENCIA

Los métodos no paramétricos para la estimación de índices de eficiencia productiva siguen básicamente el siguiente procedimiento:

1. El primer paso consiste en describir, mediante un conjunto de supuestos, las propiedades de la tecnología de producción. En general, se delimita el conjunto de planes de producción que se consideran realizables.
2. En segundo lugar, debe definirse el tipo de índice cuyo valor se desea estimar.
3. El último paso consiste en construir un programa matemático capaz de calcular el índice definido en el paso anterior.

1.3.1. CARACTERIZACIÓN DE LA TECNOLOGÍA

La producción puede definirse como la transformación de un conjunto de insumos productivos (inputs) en un conjunto de productos (outputs). El Conjunto de Posibilidades de Producción (CPP) se define como el conjunto de procesos productivos tecnológicamente factibles.

Un proceso productivo se representa matemáticamente mediante un vector de inputs y un vector de outputs.

Sea un proceso de producción caracterizado por el uso de:

un vector \mathbf{x} de m inputs $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_m) \in \mathcal{R}_+^m$
para producir un vector \mathbf{y} de s outputs $\mathbf{y} = (y_1, y_2, \dots, y_s) \in \mathcal{R}_+^s$

De manera abreviada, cada par de vectores (\mathbf{x}, \mathbf{y}) representa un proceso productivo.

Definimos, entonces, el CPP como el conjunto T de procesos productivos (\mathbf{x}, \mathbf{y}) que son tecnológicamente factibles: $T = \{(\mathbf{x}, \mathbf{y}) / \mathbf{x} \in \mathcal{R}_+^m \text{ puede producir } \mathbf{y} \in \mathcal{R}_+^s\}$

A pesar de que T no es observable, podemos formular algunas de las propiedades que debe poseer (González, 2013):

- a) *Posibilidad de no producir*: es tecnológicamente posible no producir nada.
Es decir, $(\mathbf{0}, \mathbf{0}) \in T$
- b) *Convexidad*: si dos procesos productivos pertenecen al CPP, todas sus combinaciones lineales convexas también pertenecen al CPP.

Es decir,

$$\text{Si } (\mathbf{x}, \mathbf{y}), (\mathbf{x}', \mathbf{y}') \in T \text{ y } \alpha \in [0, 1] \Rightarrow \alpha(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + (1 - \alpha)(\mathbf{x}', \mathbf{y}') \in T$$

Lo que equivale a decir que si $(\mathbf{x}, \mathbf{y}), (\mathbf{x}', \mathbf{y}') \in T$ todo proceso productivo que sea combinación lineal de estos también pertenece a T , para $\alpha \in [0, 1]$

- c) *Eliminación gratuita de inputs*: la versión estricta de este supuesto establece que una unidad productiva es capaz de producir la misma cantidad de outputs utilizando una

cantidad mayor de cualquier input. Es decir, es posible desechar el exceso de inputs a coste cero:

$$\text{Si } (x, y) \in T, \quad x' \geq x \quad \Rightarrow \quad (x', y) \in T$$

Su versión débil establece que es posible mantener el nivel de producción, siempre que se produce un incremento equiproporcional en la cantidad empleada de todos los inputs. Matemáticamente:

$$\text{Si } (x, y) \in T \quad \Rightarrow \quad (\alpha x, y) \in T, \quad \alpha \geq 1$$

d) *Eliminación gratuita de outputs*: es posible producir una cantidad menor de cualquier output utilizando las mismas cantidades de inputs.

$$\text{Si } (x, y) \in T, \quad y' \leq y \quad \Rightarrow \quad (x, y') \in T$$

La versión débil de esta propiedad establece que es posible reducir en la misma proporción todos los outputs, utilizando el mismo vector de inputs.

$$\text{Matemáticamente, Si } (x, y) \in T \quad \Rightarrow \quad (x, \alpha^{-1}y) \in T, \quad \alpha \geq 1$$

e) *Rendimientos constantes a escala*: es posible reescalar la actividad de cualquier proceso productivo perteneciente a T .

$$\text{Es decir, Si } (x, y) \in T \quad \Rightarrow \quad \alpha(x, y) \in T, \quad \forall \alpha \geq 0$$

Los rendimientos a escala brindan información sobre la proporcionalidad existente entre un cambio porcentual en el output debido a un cambio porcentual en el input y pueden ser de tres tipos: constantes, crecientes o decrecientes.

- *Rendimientos constantes a escala*: El incremento porcentual del output es igual al incremento porcentual del input.

- *Rendimientos crecientes a escala*: El incremento porcentual del output es mayor que el incremento porcentual del input.

- *Rendimientos decrecientes a escala*: El incremento porcentual del output es menor que el incremento porcentual del input.

(González, 2010)

Más adelante se verá que el tipo de rendimientos a escala que se escoja es importante, no solo para la definición del conjunto T , sino también para la correcta selección del modelo DEA.

Debe destacarse el hecho de que para hacer operativa la caracterización de la tecnología, es necesario establecer la relación existente entre el CPP y los procesos productivos observados, a partir de los cuales se genera.

Para ello definimos la matriz X de dimensión $(n \times m)$ como el conjunto de vectores de inputs de las n unidades productivas observadas y la matriz Y de dimensión $(n \times s)$ como el conjunto de vectores outputs correspondientes a las mismas unidades.

El primer estimador del CCP fue el utilizado por Charnes, Cooper y Rhodes (1978) en su desarrollo pionero del DEA, motivo por el cual se le conoce como el estimador *CCR*. Este estimador satisface las propiedades de convexidad, rendimientos constantes a escala, eliminación gratuita de inputs y outputs en sentido estricto y se define del siguiente modo:

$$T_{CCR} = \{(x, y) / y \leq \lambda Y, \lambda X \leq x, \lambda \in \mathcal{R}_+^n\} \quad \text{para } x \geq 0, y \geq 0$$

Siendo λ el vector de intensidades $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)$, que pondera la actividad de los distintos procesos productivos observados. El CPP se genera dando valores no negativos a las componentes del vector de intensidades.

La interpretación es sencilla, forman parte del CPP:

- 1) todos los procesos productivos observados;
- 2) todos los que surjan de reescalar los anteriores, y
- 3) todos los que empleen más inputs (con el mismo output) u obtengan menos output (con los mismos inputs) que estos últimos, o ambas cosas a la vez (González, 2013).

El segundo estimador de interés fue utilizado por Banker, Charnes y Cooper (1984), de donde ha heredado su denominación de estimador *BCC*. Este estimador satisface las propiedades de convexidad y de eliminación gratuita de inputs y outputs, pero elimina la de rendimientos constantes a escala que puede ser excesivamente restrictivo para un gran número de aplicaciones.

La manera de conseguir esto, consiste en limitar el rango de valores que pueden tomar las componentes del vector de intensidades, de manera que sumen uno.

El nuevo estimador del CPP incluye todas las combinaciones lineales convexas de unidades observadas (por este motivo deben sumar uno las componentes del vector de intensidad), pero no se permite reescalar arbitrariamente la actividad de ningún proceso observado. Formalmente, este estimador se define como:

$$T_{BCC} = \{(x, y) / y \leq \lambda Y, \quad \lambda X \leq x, \quad \lambda \in \mathcal{R}_+^n, \quad \sum_{j=1}^n \lambda_j = 1\}$$

Este estimador BBC es apropiado para rendimientos variables a escala

Para entender mejor los estimadores T_{CCR} y T_{BCC} referirse a la siguiente gráfica y a la explicación correspondiente

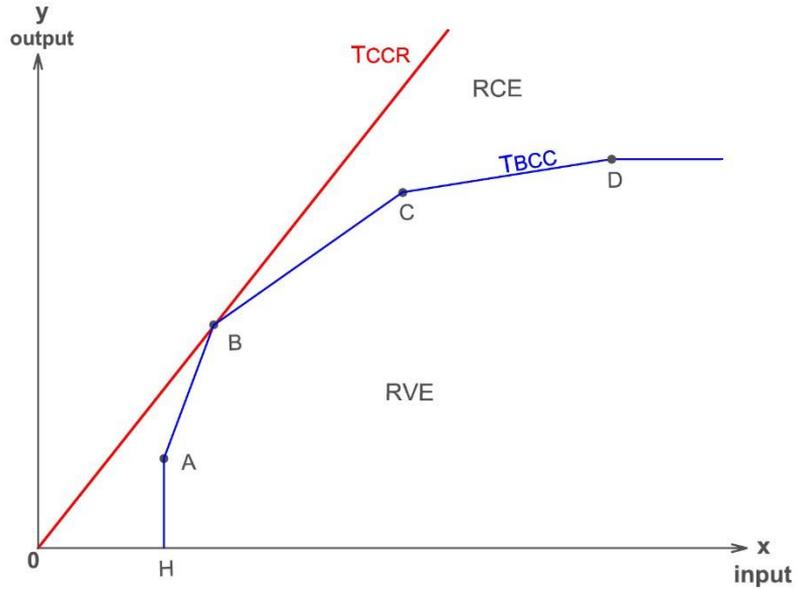


Figura 1.5. Estimadores T_{CCR} para rendimientos constantes a escala (RCE), y T_{BCC} para rendimientos variables a escala (RVE).

Fuente: Elaboración propia

En la Figura 1.5 se presentan los estimadores y sus respectivas fronteras para un sencillo caso de cuatro DMUs (A, B, C y D) que emplean una entrada (x) y una salida (y). El estimador T_{CCR} ³ es el área bajo la prolongación de la recta OB y el estimador T_{BCC} ⁴ es el área limitada por la poligonal abierta HABCD.

Aparte de conocer qué procesos productivos son factibles, interesa saber cuáles de ellos son eficientes, es decir, cuáles consiguen obtener el máximo vector de outputs a partir del vector de inputs utilizado o consiguen producir el vector de outputs, utilizando el vector de inputs más pequeño posible.

Estos procesos son los que delimitan la frontera del CPP, también llamada envolvente o frontera eficiente. Una unidad ineficiente puede alcanzar la frontera bien contrayendo el vector de inputs o bien expandiendo el vector de outputs. Se pueden definir, por tanto, dos orientaciones para que una unidad ineficiente pueda alcanzar la frontera eficiente: movimiento output orientado y movimiento input orientado, como puede verse en la Figura 1.6.

³ T_{CCR} : Estimador CCR para rendimientos constantes a escala

⁴ T_{BCC} : Estimador BCC para rendimientos variables a escala

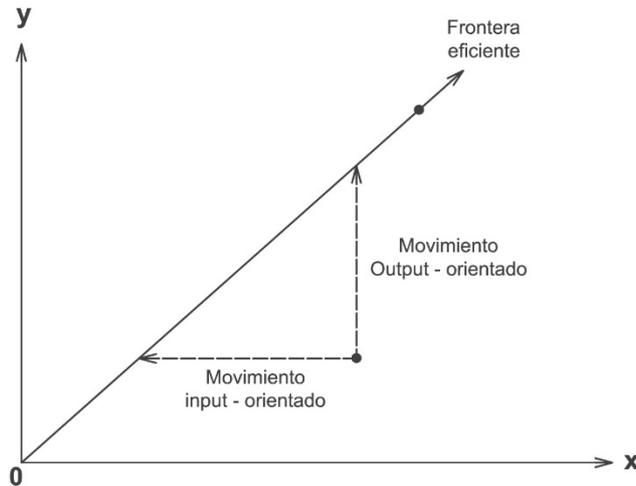


Figura 1.6. Movimientos para alcanzar la frontera eficiente.
Fuente: Elaboración propia

De acuerdo a la orientación del movimiento, "una unidad será considerada eficiente, si y solo si, no es posible incrementar las cantidades de Output manteniendo fijas las cantidades de Inputs utilizadas, ni es posible disminuir las cantidades de inputs empleadas sin alterar las cantidades de Outputs obtenidas" (Charnes, Cooper y Rhodes, 1981), como se cita en Coll y Blasco, 2006, p. 21.

La frontera en la orientación input es la isocuanta. Para definirla con precisión es necesario introducir previamente el concepto de Conjunto de Requerimientos de Inputs (CRI), que se define como el subconjunto de procesos productivos pertenecientes al CPP que permiten producir al menos un determinado vector de outputs \mathbf{y} .

Matemáticamente, el CRI se define como $\mathbf{y} \rightarrow L(\mathbf{y})$, donde $L: \mathcal{R}_+^s \rightarrow \mathcal{R}_+^m$ es una aplicación del vector de outputs $\mathbf{y} \in \mathcal{R}_+^s$ en el subconjunto de vectores de inputs $\mathbf{x} \in \mathcal{R}_+^m$ que permiten producir al menos el vector \mathbf{y} .

La isocuanta se define como un subconjunto frontera del CRI:

$$I_{SOC} L(\mathbf{y}) = \{\mathbf{x} \in \mathcal{R}_+^m / \mathbf{x} \in L(\mathbf{y}) \wedge \alpha \mathbf{x} \notin L(\mathbf{y}), \quad \alpha \in [0,1]\}$$

Adicionalmente, se puede definir el subconjunto eficiente del CRI como un segundo subconjunto frontera por el lado de los inputs (González, 2013):

$$E_f L(\mathbf{y}) = \{\mathbf{x} \in \mathcal{R}_+^m / \mathbf{x} \in L(\mathbf{y}) \wedge \hat{\mathbf{x}} \leq \mathbf{x}, \quad \hat{\mathbf{x}} \notin L(\mathbf{y})\}$$

Los procesos productivos situados en el subconjunto eficiente son eficientes en sentido estricto, puesto que es imposible producir la misma cantidad de output utilizando una cantidad menor de *un solo* input. En cambio, los procesos productivos ubicados sobre la isocuanta no siempre son eficientes en sentido estricto, puesto que sólo se exige la condición de que no sea posible producir la misma cantidad de output utilizando cantidades inferiores de *todos* los inputs.

Para construir la envolvente o frontera eficiente Farrell (1957) propone el uso de "cónicas o poligonales convexas" llamadas isocuantas. El método que utiliza es el no paramétrico, es decir

en base únicamente de la información de los procesos productivos de las unidades, cuya eficiencia técnica se quiere evaluar. La Figura 1.7, esquematiza cómo se podría estimar la poligonal envolvente a partir de datos empíricos y según el tipo de aproximación que se emplee, ya sea con orientación de entrada o de salida.

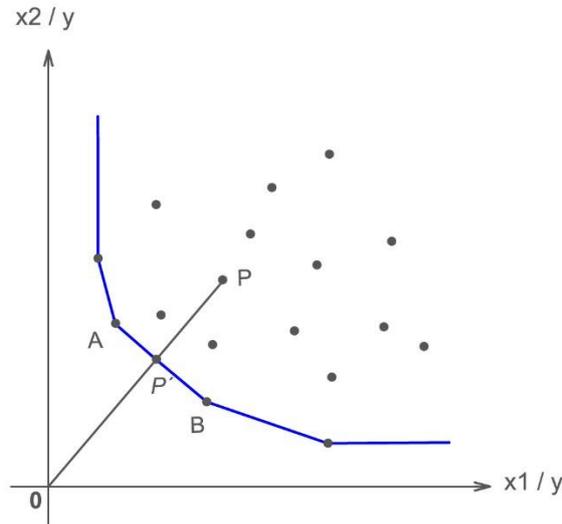


Figura 1.7. Poligonal envolvente Input Orientada
Fuente: Elaboración propia

Nótese, que si buscáramos calcular el indicador de eficiencia técnica de, por ejemplo, la DMU P, bastaría con identificar a las DMU A y B, para construir una DMU⁵ “virtual”, que llamamos P' ubicada en el punto de corte del segmento AB con el radio vector que va desde el origen de coordenadas a la DMU P bajo análisis. Como se puede observar la eficiencia se mide no en relación a un ideal teórico (función de producción paramétrica), sino con respecto de la frontera eficiente constituida por las “mejores prácticas” productivas según la información disponible.

Nótese que algunos procesos productivos situados en la prolongación de la isocuanta al infinito admitirán reducciones en alguno de los inputs, no en todos ellos a la vez. Hay que señalar que los dos subconjuntos frontera definidos anteriormente delimitan al CPP por el lado de los inputs, es decir, permiten conocer hasta qué punto pueden reducirse las cantidades de inputs utilizadas para producir un vector de outputs dado.

Para definir los dos subconjuntos frontera por el lado de los outputs procedemos de manera análoga. Así, la isocuanta vendría dada como el subconjunto frontera

$$I_{SOC} L(x) = \{y \in \mathcal{R}_+^s / y \in L(x), \theta y \notin L(x), \quad \forall \theta \in [1, +\infty)\}$$

Y el subconjunto eficiente como

$$E_f L(x) = \{y \in \mathcal{R}_+^s / y \in L(x), \hat{y} \leq y, \quad \hat{y} \notin L(x)\}$$

Para entender mejor este caso tomemos como ejemplo las mismas unidades productivas A y B, en el supuesto de que utilicen un único input para producir dos outputs, como se muestra en la Figura 1.8.

⁵ DMU: Decision Making Unit (Unidad de Toma de Decisión)

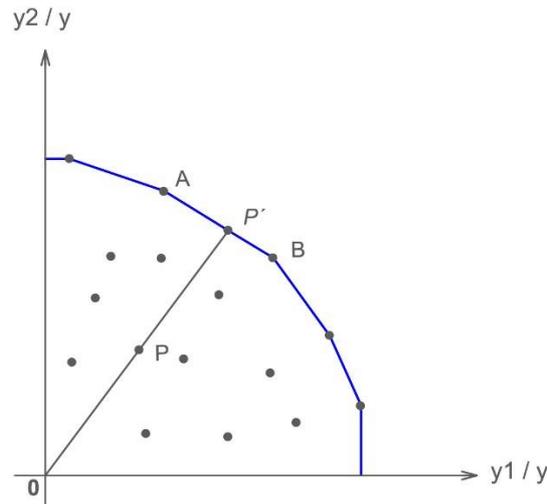


Figura 1.8. Poligonal envolvente Output Orientada

Fuente: Elaboración propia

Aquí, la unidad bajo análisis P tiene que aumentar su radio vector para alcanzar la frontera eficiente hasta el punto P'. En este caso los dos subconjuntos frontera permiten establecer hasta qué punto pueden incrementarse los outputs dado un vector de inputs fijo.

1.3.2. DEFINICIÓN DE LOS ÍNDICES DE EFICIENCIA

Como ya se ha indicado anteriormente, el índice de eficiencia de una unidad productiva se obtiene por comparación con otro proceso productivo factible y eficiente, es decir, perteneciente a la frontera del CPP.

Para la determinación de los índices de eficiencia se tomarán en cuenta los dos tipos de movimientos posibles para alcanzar la frontera eficiente: el input orientado y el output orientado. En cada uno de estos casos, el índice refleja, respectivamente, la máxima reducción posible en el vector de inputs manteniendo inalterado el vector de outputs, o el máximo incremento posible en el vector de outputs manteniendo inalterado el vector de inputs. Existen índices radiales y no radiales, pero en este trabajo se utilizarán exclusivamente los índices radiales.

Los índices radiales de eficiencia fueron introducidos por Debreu (1951) y Farrell (1957), para medir la proporción en que puede incrementarse el vector de outputs (manteniendo constante el vector de inputs), o reducirse el vector de inputs (manteniendo constante el vector de outputs).

Nótese algo muy importante: radialidad es sinónimo de equiproporcionalidad, pues al reducirse o incrementarse el radio vector todos los inputs o todos los outputs cambiarán en la misma proporción. Para determinar los índices radiales se compara el radio vector OP de la unidad evaluada con su proyección OP' sobre la frontera eficiente, que representa el desempeño ideal de esta unidad una vez alcanzada la plena eficiencia.

Los índices radiales de eficiencia técnica con orientación input (F^I) y output (F^O) de la unidad productiva i –ésima– se definen respectivamente como:

$$F^I(x_i, y_i) = \min_{\theta} \{ \theta / (\theta x_i, y_i) \in T \}$$

$$F^O(x_i, y_i) = \min_{\theta} \{ \theta / (x_i, \theta^{-1} y_i) \in T \}$$

Donde θ es un escalar perteneciente al intervalo $(0, 1]$ que mide la distancia radial que separa a la unidad i –ésima de la frontera eficiente del CPP (González, 2013).

Las distintas formas de caracterizar la tecnología (T_{CCR} o T_{BCC}) permiten realizar diferentes estimaciones de los índices de eficiencia, lo que ha permitido una descomposición de la ineficiencia sumamente interesante.

Pueden calcularse, por lo tanto, dos índices de eficiencia, uno para cada estimador de la tecnología T_{CCR} o T_{BCC} .

El índice F_{CCR} también llamado índice de eficiencia técnica global (ETG)⁶, se calcula bajo el supuesto de que la tecnología presenta rendimientos constantes escala y eliminación gratuita de inputs y outputs. En este caso el índice input orientado F^I es igual al índice output orientado F^O .

El índice F_{BCC} también llamado índice de eficiencia técnica pura (ETP)⁷, se calcula bajo el supuesto de rendimientos variables a escala y permite aislar la parte de la ineficiencia global que se debe a ineficiencia técnica en sentido estricto.

A partir de estos dos índices se puede calcular una medida residual de eficiencia llamada índice de eficiencia escala (EE)⁸.

Para explicar mejor estos conceptos consideremos la Figura 1.9, en la que a más de las unidades A, B, C y D se considera la unidad E, cuyas proyecciones sobre la frontera del T_{CCR} es el punto Q y sobre la frontera del T_{BCC} es el punto R.

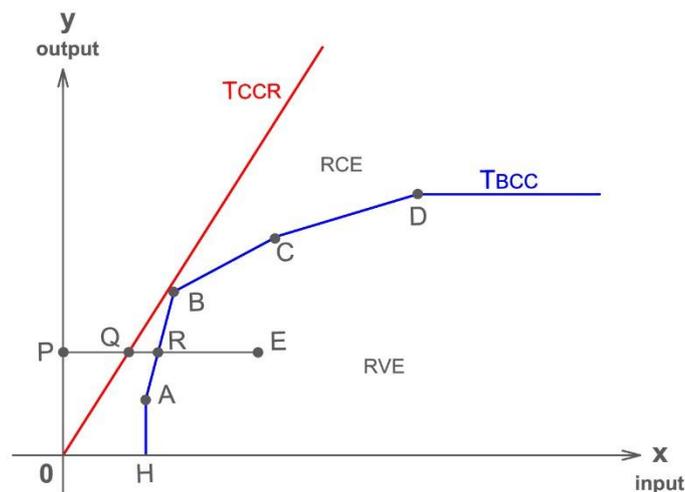


Figura 1.9. Índices de Eficiencia según las fronteras T_{CCR} , T_{BCC}

Fuente: Elaboración propia, basado en Coll y Blasco, 2006

⁶ ETG: Índice de Eficiencia Técnica Global (F_{CCR})

⁷ ETP: Índice de Eficiencia Técnica Pura (F_{BCC})

⁸ EE: Índice de Eficiencia Escala

El índice de eficiencia técnica global (ETG) viene dado por el cociente $\frac{PQ}{PE}$, en tanto que el índice de eficiencia técnica pura (ETP) por el cociente $\frac{PR}{PE}$

Observe que $\frac{PQ}{PE} = \frac{PQ}{PR} \frac{PR}{PE}$

$$ETG = EE \times ETP$$

Precisamente se define el índice de eficiencia escala (EE) como el cociente $\frac{PQ}{PR}$

Es interesante observar que la eficiencia técnica global se obtiene al multiplicar la eficiencia técnica pura por la eficiencia escala.

Volviendo a la Figura 1.9, podemos ver que la frontera RCE es más restrictiva y determinará un número menor de unidades eficientes que la frontera RVE. Asimismo, la frontera RCE producirá índices de eficiencia menores para todas las unidades analizadas.

1.3.3. EL MÉTODO DE FARRELL

El trabajo de Farrell (1957) es ampliamente conocido por su definición del índice de eficiencia radial. Los requisitos que el autor se plantea son tres:

- el de rendimientos constantes a escala,
- la existencia de una isocuanta que es convexa hacia el origen y cuya pendiente nunca es positiva con lo que se asume implícitamente el supuesto de eliminación gratuita de inputs en sentido estricto y,
- que no exista ningún punto observado entre la isocuanta y el origen (González, 2013).

Para demostrar el resultado al que llegó Farrell, volvamos al caso de un proceso productivo que utiliza dos inputs (x_1 y x_2) para producir un único output (z), como el mostrado en la Figuras 1.10 a) y 1.10 b). Aquí se han representado las unidades $P_b, P_c, P_e, P_h, P_i, P_j, P_k \dots \dots \dots$ que se quieren evaluar, por los puntos cuyas coordenadas nos indican las cantidades de inputs utilizadas por cada unidad de output producido.

Si para la unidad P_i que se quiere evaluar las cantidades de inputs utilizadas son x_{i1} , x_{i2} y la cantidad de outputs producido z_i , las coordenadas del punto P_i , serán:

$$x = x_{i1}/z_i, \quad y = x_{i2}/z_i$$

Como se explicó anteriormente para calcular el índice de eficiencia técnica de cualquier unidad ineficiente es necesario encontrar primero la proyección de esta unidad sobre un segmento de la envolvente, que es el punto de corte con su radio vector. Para garantizar que esto se cumpla para toda unidad ineficiente, Farrell añadió procesos productivos imaginarios $(0; \infty)$, $(\infty; 0)$.

Para el caso de la unidad P_i , el segmento correspondiente es $P_j P_k$ y la proyección sobre la envolvente es Q .

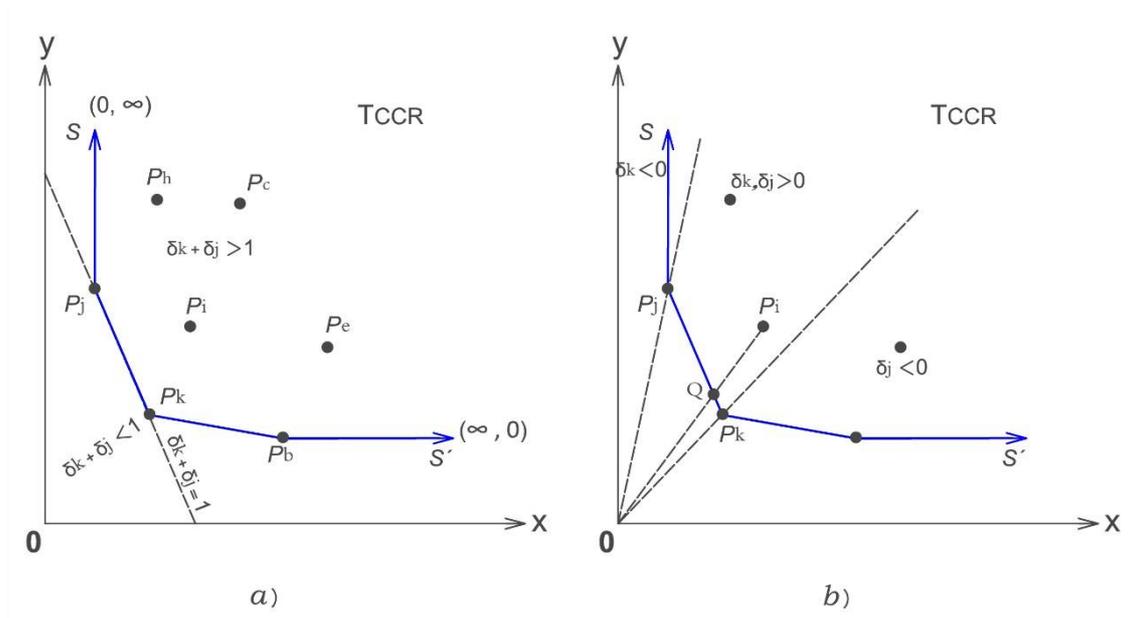


Figura 1.10. Método de Farrell para dos inputs y una output
Fuente: Elaboración propia, basado en González, 2013

En la Figura 10 se muestra el conjunto tecnológicamente factible T_{CCR} , como un subconjunto del espacio vectorial \mathcal{R}^2 . Siendo así, se cumple que todo punto perteneciente a \mathcal{R}^2 , se puede expresar como una combinación lineal de otros dos puntos linealmente independientes. Así,

$$P_i = \delta_k P_k + \delta_j P_j, \quad \text{es decir} \quad \begin{cases} x_i = \delta_j x_j + \delta_k x_k \\ y_i = \delta_j y_j + \delta_k y_k \end{cases}$$

Para garantizar que P_i esté situado al otro lado del origen, con respecto al segmento $\overline{P_j P_k}$ Como se indica en la Figura 1.11, es necesario que se cumpla que,

$$\delta_i + \delta_j > 1$$

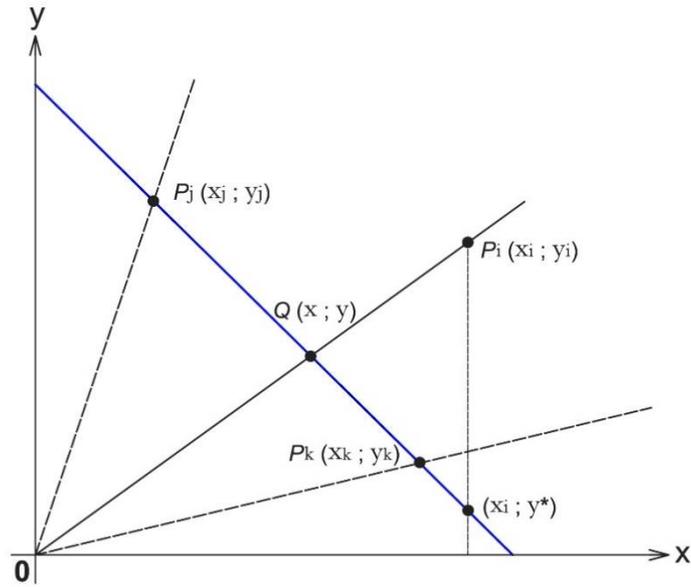


Figura 1.11. Proyección de la unidad P_i sobre la frontera eficiente
Fuente: Elaboración propia

La demostración matemática es la siguiente:

Para que P_i esté situado al otro lado del origen, se debe cumplir que:
 $y_i > y^*$

Como

$$y^* = \frac{y_k - y_j}{x_k - x_j} (x_i - x_k) + y_k$$

Entonces

$$\delta_j y_j + \delta_k y_k > \frac{y_k - y_j}{x_k - x_j} (x_i - x_k) + y_k$$

$$(\delta_j y_j + \delta_k y_k)(x_k - x_j) > (y_k - y_j)(x_i - x_k) + y_k(x_k - x_j)$$

Realizando operaciones y reduciendo términos semejantes, se obtiene,

$$\delta_j + \delta_k > 1$$

Por otro lado, para que se cumpla que P_i esté en el cono formado por las prolongaciones de los vectores $\overline{OP_j}$ y $\overline{OP_k}$, se debe cumplir que $\delta_j > 0$ y $\delta_k > 0$

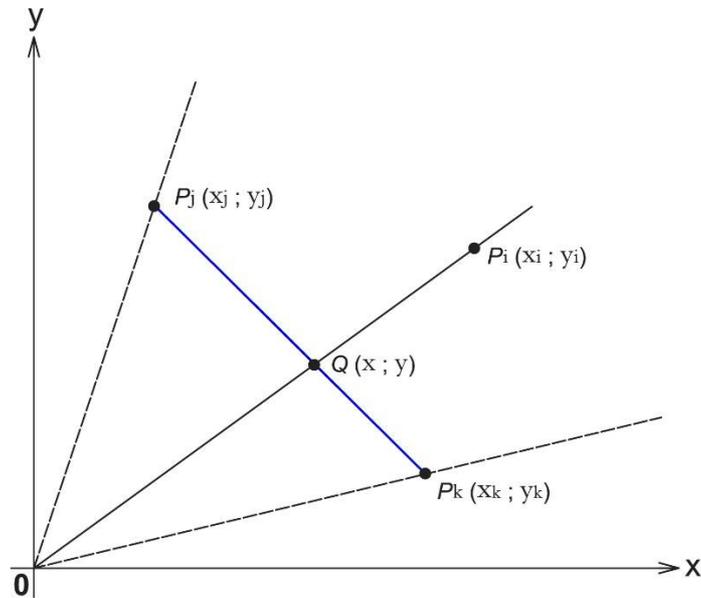


Figura 1.12. Cono de la unidad P_i
Fuente: Elaboración propia

Para la demostración utilizamos la Figura 1.12,
 Se conoce que:

$$\frac{y_j}{x_j} > \frac{y_k}{x_k}$$

Entonces,

$$x_k y_j - x_j y_k > 0$$

Donde:

$$\text{Pendiente de la recta } \overline{OP_j} = \frac{y_j}{x_j}$$

$$\text{Pendiente de la recta } \overline{OP_i} = \frac{y_i}{x_i}$$

$$\text{Pendiente de la recta } \overline{OP_k} = \frac{y_k}{x_k}$$

Como P_i está dentro del cono, se tiene que,

$$\frac{y_k}{x_k} < \frac{y_i}{x_i} < \frac{y_j}{x_j}$$

$$\frac{y_i}{x_i} > \frac{y_k}{x_k}$$

Reemplazando,

$$\frac{\delta_j y_j + \delta_k y_k}{\delta_j x_j + \delta_k x_k} > \frac{y_k}{x_k}$$

$$\delta_j x_k y_j + \delta_k x_k y_k > \delta_j x_j y_k + \delta_k x_k y_k$$

Entonces,

$$\delta_j(x_k y_j - x_j y_k) > 0$$

Como,

$$(x_k y_j - x_j y_k) > 0$$

Se obtiene,

$$\delta_j > 0$$

También se tiene que,

$$\frac{y_i}{x_i} < \frac{y_j}{x_j}$$

Reemplazando,

$$\frac{\delta_j y_j + \delta_k y_k}{\delta_j x_j + \delta_k x_k} < \frac{y_j}{x_j}$$

$$\delta_j x_j y_j + \delta_k x_j y_k < \delta_j x_j y_j + \delta_k x_k y_j$$

Entonces,

$$\delta_k(x_k y_j - x_j y_k) > 0$$

Recordar que,

$$(x_k y_j - x_j y_k) > 0$$

Se obtiene,

$$\delta_k > 0$$

Ahora, se calcula el índice de Farrell:

El punto Q al pertenecer al segmento $\overline{P_j P_k}$ cumple:

$$y = \frac{y_k - y_j}{x_k - x_j} x + y_j$$

Y al pertenecer al radio vector $\overrightarrow{OP_i}$, debe cumplir también,

$$y = \frac{y_i}{x_i} x$$

Por lo que,

$$\frac{y_k - y_j}{x_k - x_j} x + y_j = \frac{\delta_j y_j + \delta_k y_k}{\delta_j x_j + \delta_k x_k} x$$

Despejando x queda:

$$x = \frac{\delta_j x_j + \delta_k y_k}{\delta_j + \delta_k}$$

El índice de Eficiencia Técnica Pura para la unidad P_i , como se definió anteriormente, viene dado por:

$$E.T.P. = \frac{\overline{OQ}}{\overline{OP_i}} = \frac{x}{x_i}$$

$$E.T.P. = \frac{\frac{\delta_j x_j + \delta_k x_k}{\delta_j + \delta_k}}{\delta_j x_j + \delta_k x_k}$$

$$E.T.P. = \frac{1}{\delta_j + \delta_k}$$

Esta expresión es precisamente el índice de Farrell.

CAPITULO 2. ANÁLISIS ENVOLVENTE DE DATOS (DEA)

2.1. INTRODUCCIÓN

El análisis envolvente de datos (DEA) es una técnica no paramétrica, determinista y de programación matemática que permite calcular el índice de eficiencia técnica resolviendo un programa matemático de optimización. Al ser un método no paramétrico DEA construye la superficie envolvente, frontera eficiente o función de producción empírica, a partir de los datos disponibles del conjunto de unidades objeto de estudio, de forma que las unidades que determinan la envolvente son denominadas unidades eficientes y aquellas que están sobre la misma son consideradas unidades ineficientes (Coll y Blasco, 2006).

El modelo DEA fue inicialmente desarrollado por Charnes, Cooper y Rhodes (1978), tomando como punto de partida el trabajo propuesto por Farrell (1957) y desde entonces ha sido ampliamente utilizado en diversas aplicaciones. Un buen compendio bibliográfico de su aplicación se puede hallar en Emrouznejad, Parker y Tavares (2008), donde se puede encontrar más de 4000 publicaciones relacionadas con DEA y sus aplicaciones en campos tan diversos como servicios públicos básicos, educación, salud, electricidad, minería, bancos, agricultura, turismo, administración y otros.

En la actualidad la metodología DEA ha sido desarrollada mediante diversos programas de computación y software que incluyen aplicaciones de programación lineal, lo que permite a las diversas firmas y compañías, así como a gobiernos y diversos tipos de usuarios financieros, determinar escalas comparativas de manera rápida y precisa.

Según Tineo (2008), además de medir la eficiencia técnica de cada unidad productiva observada DMU, el Análisis Envolvente de Datos también proporciona:

- Una superficie envolvente, que representa la actuación de las mejores DMUs.
- Una métrica eficiente para comparar resultados.
- Proyecciones eficientes sobre la frontera, para cada DMU ineficiente.
- Un conjunto de referencia eficiente para cada DMU, definida por las unidades eficientes más próximas a ella.

Los primeros modelos DEA propuestos fueron el CCR⁹ y el BCC¹⁰, a partir de los cuales se han desarrollado en los últimos años gran cantidad de variantes, cada una presenta características mejoradas según las aplicaciones requeridas. Como el objetivo de esta tesis es realizar un ensayo académico sobre DEA e ilustrarlo con una aplicación, se presentarán únicamente los modelos básicos CCR y BCC, tanto con orientación a los inputs como a los outputs.

A continuación se realiza una exposición de estos modelos

⁹ CCR: Siglas de Charnes – Cooper - Rhodes

¹⁰ BCC: Siglas de Banker – Cooper - Rhodes

2.2. MODELOS DEA – CCR ORIENTADOS A ENTRADAS

Estos modelos fueron utilizados por primera vez por Charnes, Cooper y Rhodes (1978) en su desarrollo pionero del DEA, motivo por el cual se les conoce como modelos CCR. Como se indicó en el Capítulo 1, el estimador para estos modelos es el T_{CCR} y la eficiencia viene dada por el índice F_{CCR} también llamado índice de eficiencia técnica global (ETG).

Este modelo busca la máxima reducción proporcional en el vector de entradas (inputs) de la unidad analizada, DMU₀, manteniendo constante el vector de salidas (outputs). Se trata, entonces, de alcanzar la frontera eficiente del estimador T_{CCR} mediante un movimiento input orientado. En este modelo, la DMU₀ no es eficiente, si es posible disminuir cualquier input sin alterar ninguno de sus outputs.

2.2.1. Modelo DEA – CCR (Primal) en forma de cociente.

En DEA, el índice de eficiencia técnica $F^1 = h_0$ de la unidad evaluada DMU₀, se define como el cociente entre la suma ponderada de las sus outputs $\sum_{r=1}^s u_r y_{r0}$ y la suma ponderada de sus inputs $\sum_{i=1}^m v_i x_{i0}$

Esto, formulado en términos de cociente, queda representado como:

$$\max_{u,v} \quad h_0 = \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{r0}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{i0}}$$

$$\text{sujeto a:} \quad \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \leq 1 \quad \text{con } j = 1, 2, 3, \dots, n \quad \text{y} \quad u_r, v_i \geq 0$$

Donde:

h_0 es el índice de eficiencia técnica de la DMU₀.

n Se consideran n DMUs ($j = 1, 2, \dots, n$), cada una de las cuales utiliza las mismas entradas (en diferentes cantidades) para obtener las mismas salidas (en diferentes cantidades).

x_{ij} ($x_{ij} \geq 0$) representa la cantidad de entrada i ($i = 1, 2, 3, \dots, m$) consumida por la j -ésima DMU.

x_{i0} ($x_{i0} \geq 0$) representa la cantidad de entrada i consumida por la DMU₀

y_{rj} ($y_{rj} \geq 0$) representa la cantidad de salida r ($r = 1, 2, 3, \dots, s$) producida por la j -ésima DMU.

y_{r0} ($y_{r0} \geq 0$) representa la cantidad de salida r producida por la DMU₀.

u_r ($r = 1, 2, 3, \dots, s$) representa los pesos de las salidas (productos).

v_i ($i = 1, 2, 3, \dots, m$) representa los pesos de las entradas (insumos).

El problema planteado es no lineal e intenta obtener un conjunto óptimo de pesos $\{u_r\}$ y $\{v_i\}$ que maximicen la eficiencia relativa h_0 de la DMU₀, sujeta a la restricción de que con el uso de estos pesos ninguna DMU puede tener un valor de eficiencia mayor a uno.

Si la solución óptima de la DMUo es $h_0^* = 1$, entonces ésta será eficiente con relación a las otras DMUs; caso contrario, si la solución óptima en la DMU evaluada es $h_0^* < 1$, entonces ésta será ineficiente. En este caso, las DMUs que con los mismos pesos u_r y v_i asignados a la DMUo ineficiente, resulten ser eficientes, se denominan pares, y se convertirán en referencia para la mejora de la DMUo ineficiente.

A poco tiempo de la publicación de su trabajo pionero Charnes, Cooper y Rhodes (1978), sustituyen la condición de no negatividad ($u_r, v_i \geq 0$) del problema fraccional, por una condición de positividad estricta ($u_r, v_i \geq \varepsilon$) donde ε es un infinitésimo $\varepsilon = 10^{-6}$ cuyo uso evita que algún peso u_r, v_i tenga el valor de cero, anulando el correspondiente output y/o input.

Con este cambio, el problema fraccional quedará:

$$\begin{aligned} \max_{u,v} \quad & h_0 = \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{r0}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{i0}} \\ \text{sujeto a:} \quad & \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \leq 1 \quad \text{con } j = 1, 2, 3, \dots, n \quad \text{y } u_r, v_i \geq \varepsilon \end{aligned}$$

Un inconveniente que presenta el problema mostrado, es que genera un número infinito de soluciones óptimas, pues si (u_r, v_i) es óptimo, entonces $(\beta u_i^*$ y $\beta v_i^*)$ también es óptimo para $\beta > 0$ (Tineo, 2008).

2.2.2. Modelo DEA – CCR En forma multiplicativa (Primal)

El problema mostrado en la sección anterior se linealiza con la transformación de Charnes y Cooper (1962) que selecciona la solución (μ, δ) para que:

$$\sum_{i=1}^m \delta_i x_{i0} = 1$$

Realizando dicho cambio de variable se tiene:

$$\begin{aligned} \mu_r &= t u_r \\ \delta_i &= t v_i \\ t &= \frac{1}{\sum_{i=1}^m v_i x_{i0}} \end{aligned}$$

Sustituyendo estas relaciones en el problema mencionado, se obtiene un problema lineal equivalente conocido como modelo DEA-CCR en forma multiplicativa (Coll y Blasco, 2006)¹¹, cuyo algoritmo matemático es:

$$\max_{\mu, v} \quad w_0 = \sum_{r=1}^s \mu_r y_{r0}$$

¹¹ NOTA: Si bien la forma de los algoritmos matemáticos mostrados en textos y artículos de investigación sobre DEA son universales, se aclara que en este trabajo los algoritmos se basan en Coll y Blasco (2006).

$$\text{sujeto a: } \sum_{i=1}^m \delta_i x_{i0} = 1$$

$$\sum_{r=1}^s \mu_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m \delta_i x_{ij} \leq 0 \quad \text{con } j = 1, 2, 3, \dots, n \quad \text{y } \mu_r, \delta_i \geq \varepsilon$$

La suma ponderada de los inputs ha sido normalizada a la unidad $\sum_{i=1}^m \delta_i x_{i0} = 1$, ésta se conoce como Restricción de Normalización (RN).

La solución de este problema determinará los valores óptimos de los pesos μ_r y δ_i , esto es, μ_r^* y δ_i^* . Cualquier múltiplo de estos valores óptimos lo será también en el problema fraccional.

El problema DEA-CCR en forma multiplicativa, también puede escribirse en forma matricial:

$$\max_{\mu, \delta} \quad w_0 = \mu^T y_0$$

$$\text{sujeto a: } \delta^T x_0 = 1$$

$$\mu^T Y - \delta^T X \leq 0$$

$$\mu^T, \delta^T \geq I \varepsilon$$

Donde:

y_0 representa el vector ($s \times 1$) de outputs de la DMUo.

x_0 representa el vector ($m \times 1$) de inputs de la DMUo.

μ es el vector ($s \times 1$) de pesos de las salidas (outputs)

δ es el vector ($m \times 1$) de pesos de las entradas (inputs)

Y es una matriz de salidas de orden ($s \times n$)

X es una matriz de entradas de orden ($m \times n$)

Ahora desarrollando cada una de las matrices, el problema en forma multiplicativa queda:

$$\max_{\mu, \delta} \quad w_0 = [\mu_1 \quad \mu_2 \quad \mu_3 \quad \dots \quad \mu_s] \begin{bmatrix} y_{10} \\ y_{20} \\ \vdots \\ y_{n0} \end{bmatrix} = \mu^T y_0$$

$$\text{sujeto a: } [\delta_1 \quad \delta_2 \quad \delta_3 \quad \dots \quad \delta_m] \begin{bmatrix} x_{10} \\ x_{20} \\ \vdots \\ x_{n0} \end{bmatrix} = 1 \quad \Rightarrow \quad \delta^T x_0 = 1$$

$$\begin{aligned}
& [\mu_1 \ \mu_2 \ \mu_r \ \dots \ \mu_s]_{(1 \times s)} \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & \dots & y_{1j} & \dots & y_{1n} \\ y_{21} & y_{22} & \dots & y_{2j} & \dots & y_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ y_{r1} & y_{r2} & \dots & y_{rj} & \dots & y_{rn} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ y_{s1} & y_{s2} & \dots & y_{sj} & \dots & y_{sn} \end{bmatrix}_{(s \times n)} - \\
- & [\delta_1 \ \delta_2 \ \delta_r \ \dots \ \delta_m]_{(1 \times m)} \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1j} & \dots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2j} & \dots & x_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ y_{i1} & y_{i2} & \dots & y_{ij} & \dots & y_{in} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ y_{m1} & y_{m2} & \dots & y_{mj} & \dots & y_{mn} \end{bmatrix}_{(m \times n)} \leq \\
& \leq [0 \ 0 \ \dots \ 0]_{(1 \times n)}
\end{aligned}$$

Donde:

- μ_r representa el peso del output r
- y_{rj} representa el input de la j – ésima DMU
- δ_i es el peso del input i
- x_{ij} es el input i de la j – ésima DMU
- Y es una matriz de salidas de orden $(s \times n)$
- X es una matriz de Entradas de orden $(m \times n)$

En conclusión:

$$\mu^T Y - \delta^T X \leq 0$$

$$\mu^T, \delta^T \geq I \varepsilon$$

$$[\mu_1 \ \mu_2 \ \dots \ \mu_r \ \dots \ \delta_m] \geq [1 \ 1 \ \dots \ 1] \varepsilon$$

Al observar este modelo se pueden concluir algunas propiedades importantes:

- La función objetivo busca maximizar la suma ponderada de los outputs.
- La primera restricción mantiene constantes los inputs y permite variar la combinación lineal de los outputs.
- La segunda restricción indica que la suma ponderada de los outputs no puede ser mayor a la de los inputs.
- Los valores a calcular mediante el problema lineal de maximización son las ponderaciones de los outputs y de los inputs.
- Las ponderaciones así obtenidas, proporcionan el mayor índice de eficiencia posible a la DMUo y cumplen con la restricción de que al aplicarlas al resto de unidades, genera un índice de eficiencia menor que uno para cada una de ellas.
- Las ponderaciones deben ser mayores o iguales a cero.

2.2.3. DEA – CCR En forma envolvente (Dual)

En programación lineal, para todo problema lineal, llamado primal, existe otro problema lineal asociado denominado dual, que puede ser utilizado para determinar la solución del problema primal. Estos dos problemas utilizan la misma información de las DMUs consideradas pero uno de estos problemas es de maximización y el otro de minimización. Si el primal tiene solución, el dual también, y las soluciones de la Función Objetivo son iguales.

El problema DEA – CCR orientado a Entradas en su forma dual viene dado por el modelo que se muestra a continuación.

$$\begin{aligned} \min_{\theta, \lambda} \quad & Z_0 = \theta \\ \text{sujeto a:} \quad & Y \lambda \geq y_0 \\ & \theta x_0 \geq X \lambda \\ & \lambda \geq 0 \end{aligned}$$

Donde:

θ denota la puntuación de eficiencia técnica de la DMUo

λ es el vector ($n \times 1$) de pesos o intensidades; $\lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \end{bmatrix}$

De esta manera λ_j representa la intensidad de *unidad j*

Se debe recordar que existe una variable dual por cada restricción primal y una restricción dual por cada variable primal, en la Tabla 2.1 se muestra la correspondencia entre el problema primal y el problema dual.

Tabla 2.1. Representación de restricciones y variables en Problemas DEA Primal y Dual

Problema Primal		Problema Dual	
Restricción	Variable	Restricción	Variable
$\delta^T x_0 = 1$	$\delta^T \geq 0$	$Y \lambda \geq y_0$	θ
$\mu^T Y - \delta^T X \leq 0$	$\mu^T \geq 0$	$\theta x_0 - X \lambda \geq 0$	$\lambda \geq 0$

Fuente: González, 2013

A continuación se indica el método para construir el modelo en forma envolvente (dual), a partir del modelo en forma multiplicativa (primal).

MODELO CCR EN FORMA MULTIPLICATIVA (PRIMAL)

$$\begin{aligned}
 \max_{\mu, y} \quad & w_0 = \mu^T y_0 \quad \rightarrow \quad \text{Para evaluar la eficiencia de la } DMU_0 \\
 \text{sujeto a:} \quad & \delta^T x_0 = 1 \quad \rightarrow \quad \text{Se tienen } n + 1 \text{ restricciones} \\
 & \mu^T Y - \delta^T X \leq 0 \quad \rightarrow \quad \begin{cases} \mu^T Y \text{ es de orden } (s \times n) \\ \delta^T X \text{ es de orden } (m \times n) \end{cases} \\
 & \mu^T, \delta^T \geq I \varepsilon
 \end{aligned}$$

Donde:

- s** representa el número total de outputs
- m** representa el número total de inputs
- s + m** es el número total de variables del primal

MODELO CCR EN FORMA ENVOLVENTE (DUAL)

$$n + 1 \rightarrow \text{variables: } \theta, \underbrace{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_n}_{\text{peso o intensidad de las unidades}}$$

$$\begin{aligned}
 \min_{\theta, \lambda} \quad & z = \theta \\
 \text{sujeto a:} \quad & Y \lambda \geq y_0 \quad \rightarrow \quad \text{Se tiene } s \text{ restricciones} \\
 & \theta y_0 \geq X \lambda \quad \rightarrow \quad \text{Se tiene } m \text{ restricciones} \\
 & \mu^T, \delta^T \geq I \varepsilon
 \end{aligned}$$

Donde:

- s + m** es el número total de restricciones

Desarrollando los términos del modelo CCR en forma multiplicativa, queda:

$$\begin{aligned}
 \max_{\mu, \delta} \quad & w_0 = \mu_1 y_{10} + \mu_2 y_{20} + \dots + \mu_s y_{s0} \\
 \text{sujeto a:} \quad & \delta_1 x_{10} + \delta_2 x_{20} + \dots + \delta_m x_{m0} = 1
 \end{aligned}$$

Según la definición de eficiencia dada por Farrell (1957) y Debreu (1951), G y F son eficientes por estar en la frontera. Nótese, sin embargo, que aún pueden reducir sus inputs (x_1 y x_2) para llegar al nivel de la DMU A y de la DMU C, respectivamente. Así, según la definición de eficiencia de Pareto-Koopmans (Koopmans, 1951), esas dos DMUs presenta holguras y no son, del todo, eficientes.

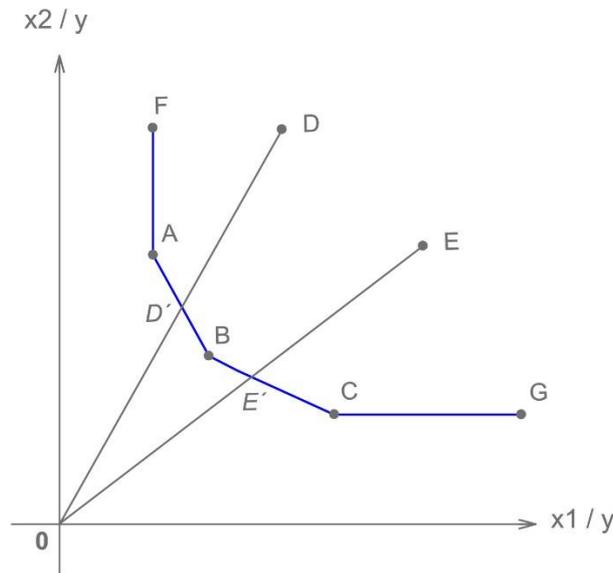


Figura 2.1. Eficiencia Pareto-Koopmans
Fuente: Elaboración propia

Para superar este inconveniente, en caso de presentarse en el conjunto de las DMUs estudiadas, se sugiere la solución de una segunda etapa en el problema de programación lineal básico, introduciendo las variables de holgura (slacks): sj^* (slacks input) y sr^* (slacks output) en la función objetivo (Cooper, Seiford y Tone, 2007) Estas holguras representan precisamente las cantidades de inputs que deben reducir las unidades F y G para convertirse realmente en eficientes. Con estos cambios el modelo envolvente (dual) input orientado toma la siguiente forma:

PRIMERA ETAPA: Modelo envolvente (dual) input orientado

$$\begin{aligned}
 \min_{\theta} \quad & \theta \\
 \text{sujeto a:} \quad & Y \lambda \geq y_0 \\
 & \theta x_0 \geq X \lambda \\
 & \lambda \geq 0
 \end{aligned}$$

SEGUNDA ETAPA : A partir del óptimo θ^* de la etapa 1, se procede a maximizar las holguras inputs y outputs para mover el punto proyectado en la etapa 1, que satisface la condición de eficiencia de Farrell-Debreu, a otro punto sobre la envolvente que satisfaga la condición de Pareto-Koopmans.

$$\min_{\lambda, s^+, s^-} \quad - (Is^+ + Is^-)$$

$$\text{sujeto a:} \quad Y \lambda = y_0 + s^+$$

$$X \lambda = \theta^* x_0 - s^-$$

$$\lambda, s^+, s^- \geq 0$$

Donde:

$$Is^+ \quad \text{es el vector de holguras outputs.} \quad Is^+ = \sum_{r=1}^s s_r^+$$

$$Is^- \quad \text{es el vector de holguras inputs.} \quad Is^- = \sum_{i=1}^m s_i^-$$

Es frecuente formular el problema integrando las dos etapas en un solo modelo (Coll y Blasco, 2006):

$$\min_{\theta, \lambda, s^+, s^-} \quad z_0 = \theta - \varepsilon(Is^+ + Is^-)$$

$$\text{sujeto a:} \quad \lambda Y = y_0 + s^+$$

$$\lambda X = \theta x_0 - s^-$$

$$\lambda, s^+, s^- \geq 0$$

Donde: z_0 es el índice de eficiencia,
 λ son las ponderaciones y,
 s^+, s^- son las variables de holgura de los inputs y outputs, respectivamente.
 En este caso la unidad es relativamente eficiente si $z_0 = 1$, y además todas las variables de holgura son nulas.

Debe recordarse que según el modelo DEA empleado, puede obtenerse para cada unidad ineficiente un punto de proyección $(\widehat{x}_0, \widehat{y}_0)$ sobre la frontera eficiente que represente una unidad virtual (Target), que en un modelo input orientado, consume, como mucho, la proporción θ de los inputs de la DMU₀ y produzca, al menos, la misma cantidad de outputs.

El punto de proyección es una combinación lineal de los puntos observados y vendrá dado por $(\widehat{x}_0 = \lambda^* X; \widehat{y}_0 = \lambda^* Y)$.

La unidad o unidades implicadas en la construcción de esta unidad virtual (pares) constituirán el conjunto de referencia de la unidad evaluada y calificada como ineficiente. Este conjunto de referencia estará formado por todas aquellas unidades que obtengan una intensidad $\lambda_j^* > 0$ ($j = 1, 2, 3, \dots, n$).

La comparación entre los valores reales de la DMU₀ estudiada y los valores de la unidad virtual (Targets) proyectada sobre la frontera eficiente, permite establecer la cuantía de la reducción radial input o del incremento radial output que tendría que realizar esta unidad para convertirse en eficiente. Adicionalmente, si se presentaran holguras (Slacks), estas indicarían las cantidades adicionales en que deberían moverse los inputs o los outputs para conseguir la eficiencia Pareto-Koopmans (Cooper, Seiford y Tone, 2007).

2.3. MODELOS DEA – CCR ORIENTADOS A SALIDAS.

Al igual que los modelos CCR orientados a entradas, estos modelos tienen el mismo estimador T_{CCR} y el mismo índice de eficiencia F_{CCR} . La diferencia está en que estos modelos buscan el máximo incremento proporcional en el vector de salidas (outputs) de la unidad analizada, DMU₀, manteniendo constante el vector de entradas (inputs). Se trata, como se indicó en el capítulo 1, de alcanzar la frontera eficiente del estimador T_{CCR} mediante un movimiento output orientado. En este modelo, la DMU₀ no es eficiente, si es posible incrementar cualquier salida sin alterar ninguna de sus entradas.

2.3.1. DEA – CCR en forma de cociente

En este caso, el índice de eficiencia técnica $F^0 = h_0$ de la unidad evaluada DMU₀, se define como el cociente entre la suma ponderada de sus inputs $\sum_{i=1}^m v_i x_{i0}$ y la suma ponderada de sus outputs $\sum_{r=1}^s u_r y_{r0}$

La diferencia con el modelo 2.2.1. , input orientado, es la inversión del cociente entre la salida y la entrada. Es obvio que en este modelo se busca minimizar el índice de eficiencia técnica $F^0 = h_0$, por lo que el problema se plantea de la siguiente forma.

$$\begin{aligned} \min_{u,v} \quad & h_0 = \frac{v^T x_0}{u^T y_0} \\ \text{sujeto a:} \quad & \frac{v^T X}{u^T Y} \geq 1 \\ & \mu^T, \delta^T \geq I \varepsilon \end{aligned}$$

2.3.2. DEA – CCR En forma multiplicativa (Primal)

El problema en forma lineal o multiplicativa se expresa así:

$$\begin{aligned} \min_{u,v} \quad & w_0 = \partial^T x_0 \\ \text{sujeto a:} \quad & \mu^T y_0 = 1 \\ & \partial^T X - \mu^T Y \geq 0 \\ & \mu^T, \delta^T \geq I \varepsilon \end{aligned}$$

2.3.3. DEA – CCR En forma envolvente (Dual)

El problema dual asociado al problema presentado en el modelo anterior, conocido como modelo dual DEA – CCR orientado a salidas, puede expresarse de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \max_{\varphi, \lambda, s^+, s^-} \quad & z_0 = \varphi + \varepsilon(Is^+ + Is^-) \\ \text{sujeto a:} \quad & \varphi y_0 - \lambda Y + s^+ = 0 \\ & \lambda X + s^- = x_0 \\ & \lambda, s^+, s^- \geq 0 \end{aligned}$$

Nótese que para este modelo ya se ha incorporado directamente la segunda etapa. La solución óptima será $(\varphi^*, \lambda^*, s^{+*}, s^{-*})$, de tal forma que $\varphi^* \geq 1$. Así cuanto mayor sea φ^* , más ineficiente será la DMU₀. Recuerde que esta unidad será eficiente si $\varphi^* = 1$ y, $s^{+*} = 0$, $s^{-*} = 0$. Es decir que φ^* es un índice de ineficiencia, entonces el índice de eficiencia sería $1/\varphi^*$ (Coll y Blasco, 2006).

Recuerde lo que se indicó en el capítulo 1: en los modelos CCR, los índices de eficiencia input orientado y output orientado son iguales, es decir: $\theta^* = 1/\varphi^*$

2.4 MODELOS DEA – BCC ORIENTADOS A ENTRADAS

Estos modelos fueron desarrollados por Banker, Charnes y Cooper (1984), motivo por el cual se les conoce como modelos BCC. El estimador para estos modelos es el T_{BCC} y la eficiencia viene dada por el índice F_{BCC} también llamado índice de eficiencia técnica pura (ETP), que como se indicó en el capítulo 1, se calcula bajo el supuesto de rendimientos variables a escala y permite aislar la parte de la ineficiencia global que se debe a ineficiencia técnica en sentido estricto. Como consecuencia, la única diferencia con los modelos DEA-CCR radica en que estos exigen rendimientos constantes a escala, en tanto que los modelos DEA-BCC admiten también rendimientos variables a escala. Siendo así, los fundamentos de los modelos BCC se encuentran en los modelos CCR, por lo que el desarrollo de aquellos es similar.

Estos modelos buscan la máxima reducción proporcional en el vector de entradas (inputs) de la unidad analizada, DMU₀, manteniendo constante el vector de salidas (outputs). Se trata, entonces, de alcanzar la frontera eficiente del estimador T_{CCR} mediante un movimiento input orientado. En estos modelos, la DMU₀ no es eficiente, si es posible disminuir cualquier input sin alterar ninguno de sus outputs.

Al ser el estimador T_{BCC} menos exigente que el estimador T_{CCR} , el número de unidades calificadas como eficientes en los modelos DEA-BCC, será mayor que en los modelos DEA-CCR.

2.4.1. Forma Fraccional

$$\max_{u, v, k} \quad h_0 = \frac{u^T y_0 + k_0}{v^T x_0}$$

$$\text{sujeto a: } \frac{u^T Y_j + k_0}{v^T X_j} \leq 1 \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$u^T, v^T > \epsilon$$

$$k_0 \text{ no restringida}$$

La diferencia con el modelo CCR fraccional es la constante k_0 que es el valor del intercepto en el eje output de la proyección de cada segmento de la frontera eficiente, como puede verse en la Figura 2.2

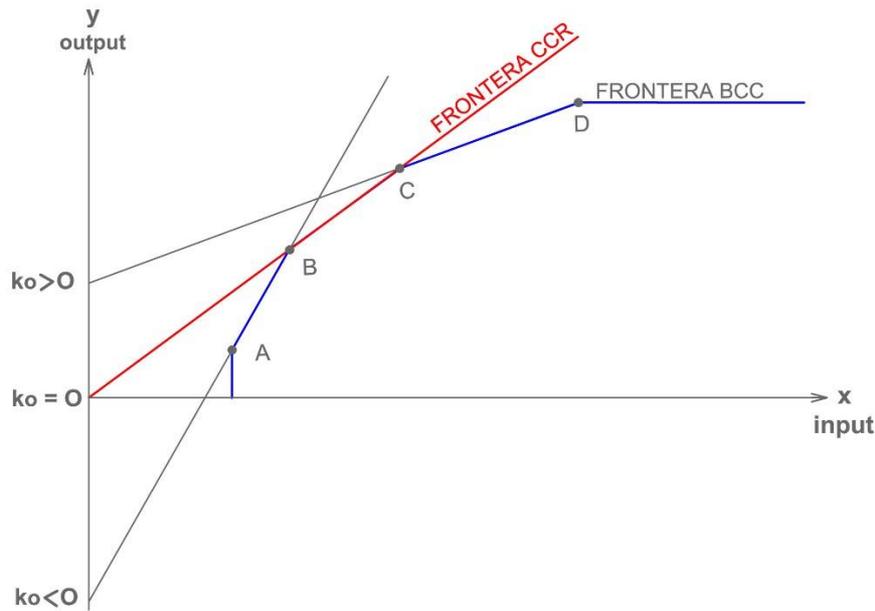


Figura 2.2. Rendimientos a escala según modelos CCR y BCC
Fuente: Elaboración propia

- Si $k_0 > 0$ tenemos rendimientos crecientes a escala (modelo BCC).
- Si $k_0 = 0$ tenemos rendimientos constantes a escala (modelo CCR)
- Si $k_0 < 0$ tenemos rendimientos decrecientes a escala (modelo BCC).

En conclusión, el tipo de rendimientos a escala puede determinarse usando DEA, basta interpretar el signo de la constante k_0 . Esto se comprobará en el capítulo 4 al usar el software Frontier Analyst.

2.4.2. Forma Multiplicativa

Esta forma se obtiene al realizar nuevamente la transformación propuesta por Charnes y Cooper (1962), que linealiza la forma fraccional

$$\max_{\mu, \delta, k} \quad w_0 = \mu^T y_0 + k_0$$

$$\text{sujeto a: } \delta^T x_0 = 1$$

$$\mu^T Y + k_0 \leq \delta^T X$$

$$\mu^T, \delta^T \geq I\epsilon$$

k_0 no restringida

El objetivo de este modelo es encontrar un hiperplano cuya distancia a la unidad evaluada DMU₀ sea mínima. Según Alí y Seiford (1993), citado en Coll y Blasco (2006), la ecuación de este hiperplano en R^{m+s} viene dada por:

$$\sum_{r=1}^s \mu_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m \delta_i x_{ij} + k_0 = 0$$

El signo que adopte k_0 , tiene la misma interpretación que en el modelo anterior.

2.4.3. Forma Envolvente

Al igual que en el modelo CCR, la forma envolvente se obtiene al aplicar el dual al problema anterior de la forma multiplicativa.

$$\min_{\theta, \lambda, s^+, s^-} \quad z_0 = \theta - \epsilon(Is^+ + Is^-)$$

$$\text{sujeto a:} \quad \lambda Y = y_0 + s^+$$

$$\lambda X = \theta x_0 - s^-$$

$$\vec{1}\lambda = 1$$

$$\lambda, s^+, s^- \geq 0$$

Este modelo presenta, a diferencia del CCR correspondiente, la denominada restricción de convexidad $\vec{1}\lambda = 1$

La unidad evaluada será calificada como eficiente, según la definición de Pareto-Koopmans, si y solo si en la solución óptima $\theta^* = 1$ y las variables de holgura son todas nulas $s^{+*} = 0$ y $s^{-*} = 0$

Si $\lambda_j^* > 1$ tenemos rendimientos decrecientes a escala

Si $\lambda_j^* = 1$ tenemos rendimientos constantes a escala

Si $\lambda_j^* < 1$ tenemos rendimientos crecientes a escala

2.5 MODELOS DEA – BCC ORIENTADOS A SALIDAS

Al igual que los modelos BCC orientados a entradas, estos modelos tienen el mismo estimador T_{BCC} y el mismo índice de eficiencia F_{BCC} . La diferencia está en que estos modelos buscan el máximo incremento proporcional en el vector de salidas (outputs) de la unidad analizada, DMU₀, manteniendo constante el vector de entradas (inputs). Se trata, como se indicó en el capítulo 1, de alcanzar la frontera eficiente del estimador T_{BCC} mediante un movimiento output

orientado. En este modelo, la DMUo no es eficiente, si es posible incrementar cualquier salida sin alterar ninguna de sus entradas.

Es de recalcar que los índices de eficiencia BCC input orientado y output orientado no son iguales, por la consideración de rendimientos variables a escala. Lo que no ocurre, como ya se dijo con los índices de eficiencia CCR.

2.5.1. Forma Fraccional

$$\begin{aligned} \min_{u, v, k} \quad & h_0 = \frac{v^T x_0 - k_0}{u^T y_0} \\ \text{sujeto a:} \quad & \frac{v^T X_j - k_0}{u^T Y_j} \geq 1 \quad j = 1, 2, \dots, n \\ & u^T, v^T > I\epsilon \\ & k_0 \text{ no restringida} \end{aligned}$$

La diferencia con el input orientado es que en este caso se quiere que k_0 cambie de signo para mantener la misma regla de los rendimientos a escala

Si $k_0 > 0$ tenemos rendimientos crecientes a escala.

Si $k_0 = 0$ tenemos rendimientos constantes a escala (modelo CCR)

Si $k_0 < 0$ tenemos rendimientos decrecientes a escala

2.5.2. Forma Multiplicativa

$$\begin{aligned} \min_{\mu, \delta, k} \quad & w_0 = \delta^T x_0 - k_0 \\ \text{sujeto a:} \quad & \mu^T y_0 = 1 \\ & \delta^T X - k_0 \geq \mu^T Y \\ & \mu^T, \delta^T \geq I\epsilon \\ & k_0 \text{ no restringida} \end{aligned}$$

2.5.3. Forma Envolvente

$$\begin{aligned} \max_{\varphi, \lambda, s^+, s^-} \quad & z_0 = \varphi - \epsilon(Is^+ + Is^-) \\ \text{sujeto a:} \quad & \lambda Y = \varphi y_0 + s^+ \\ & \lambda X = x_0 - s^- \\ & \vec{1}\lambda = 1 \end{aligned}$$

$$\lambda, s^+, s^- \geq 0$$

El índice de eficiencia técnica pura output orientada vendrá dada por $1/\varphi^*$, e indicará en qué medida los niveles de outputs de la DMU₀ pueden ser aumentados radialmente dados sus niveles de inputs. La unidad evaluada será calificada como eficiente si y solo si $\varphi^* = 1$ y las variables de holgura son todas nulas.

CAPÍTULO 3. APLICACIÓN PRÁCTICA DE LA METODOLOGÍA DEA

3.1 INTRODUCCIÓN

Luego de realizar una introducción al estudio de los diferentes tipos de eficiencia y de los métodos para su evaluación, en especial la metodología no paramétrica, se presenta un ejemplo de aplicación a un caso específico. Con este fin, se ha escogido un grupo de empresas de la construcción del país para evaluar su eficiencia usando el modelo matemático DEA y luego realizar un estudio comparativo de las mismas (benchmarking). Con el análisis de este caso, se pretende desde la academia realizar un ejercicio de aplicación de los modelos DEA-CCR y DEA-BCC que pueda servir de ejemplo para futuros trabajos de investigación en cualquier otra área. Se ha escogido el sector de la construcción en el Ecuador por la disponibilidad de los datos y lo interesante del caso, más no porque los resultados de este trabajo vayan a ser utilizados directamente por este sector empresarial.

3.2 EL SECTOR DE LA CONSTRUCCIÓN EN EL ECUADOR

A partir del año 2000, la industria de la construcción en el Ecuador tuvo un vigoroso desarrollo debido a la estabilidad de la economía, alto precio del barril del petróleo, alta inversión privada en el sector inmobiliario, incremento en los préstamos para vivienda y grandes proyectos habitacionales impulsados por el gobierno nacional.

Las actividades económicas ligadas al sector de la construcción constituyen un importante aporte para la economía nacional, por su participación dentro del Producto Interno Bruto (PIB). En el año 2013 la participación del sector de la construcción fue del 10.7% del PIB (Banco Central del Ecuador, 2015). Este sector ha mantenido un crecimiento sostenido desde el 2000 hasta el 2014.

El sector de la construcción tiene gran importancia en la dinamización de la economía, pues a ella van ligadas otras actividades productivas, industriales, comerciales y de servicios, que dependen de la construcción. Como ejemplo, la Superintendencia de Compañías indica que a noviembre del 2015, habían 41.589 establecimientos económicos dedicados a la actividad de la construcción y relacionadas con ella (Superintendencia de Compañías, Valores y Servicios, 2015). En cuanto al personal ocupado en esta rama existen 90433, entre empleados y trabajadores, lo que representa el 4.5% del total nacional (INEC, 2012). El número de empresas constructoras ha crecido enormemente en las últimas décadas, llegando a existir más de 3 000 empresas a nivel nacional (MIPYMES, 2011).

A partir del 2015 la actividad en el sector de la construcción ha sufrido una fuerte contracción, debido a la crisis económica que afecta al país. Cuando la economía está en recesión, el sector de la construcción es uno de los más afectados. Al ser por lo tanto el 2015 un año atípico, no es

representativo de lo que les sucede a las empresas constructoras, razón por la cual se usarán los datos correspondientes al año 2014.

3.3 SELECCIÓN DE LAS VARIABLES

Debido a las características propias de la metodología DEA, es necesario incluir una etapa de identificación de las variables que serán utilizadas en los modelos matemáticos. La aplicación de cualquier modelo DEA exige la previa y cuidadosa definición de los inputs y los outputs que se emplearán en el análisis, pues son éstas las variables que, en última instancia, condicionan la validez de los resultados obtenidos. Para su selección, la mayoría de los autores proponen una amplia consulta a las unidades objeto de evaluación, con el fin de obtener un conocimiento adecuado de cómo se obtienen los outputs, cuáles son los inputs más influyentes en este proceso y cuáles son las relaciones entre estas variables.

En caso de existir muchos inputs y outputs se recomiendan criterios de selección basados en la experiencia, la pertinencia, la disponibilidad de datos, entre otros, que permitan seleccionar aquellas variables que aporten la información más relevante y homogénea entre las unidades. Una buena estrategia para determinar las variables input y output más pertinentes para la medición de la eficiencia técnica de las empresas constructoras en Ecuador, pasa por revisar los trabajos más relevantes y actuales que sobre este tema se han realizado en otros países.

Con este propósito, a continuación se expone un cuadro con algunos autores y sus distintos enfoques para medir y evaluar la eficiencia en el sector de la construcción utilizando metodología DEA. Se pueden observar las variables de entrada y salida utilizadas en cada caso, así como el modelo matemático utilizado.

Tabla 3.1. Trabajos para medir la eficiencia en el sector de la construcción usando DEA

AUTOR	AÑO	TITULO	PAIS	MODELO Y VARIABLES
Gustavo Devincenzi, y otros	2015	Medición de la eficiencia en la gestión de administración de una empresa constructora	Argentina	Modelo: CCR, output orientado Entradas: Compra de materiales, gastos administrativos, gastos financieros, mano de obra. Salidas: Resultado total. Ventas
Fernando Córdova	2016	Evaluación de la Eficiencia como Herramienta de Gestión Empresarial. Aplicación a Empresas Constructoras Ecuatorianas.	Ecuador	Modelos CCR y BCC Entradas: Trabajo, Materiales y recursos intermedios, Propiedad planta y tecnología Salidas: Producción
Moreno, López Robayo, & Díaz Castro	2014	Productividad, eficiencia y sus factores explicativos en el sector de la construcción en Colombia 2005-2010.	Colombia	Modelo: BCC output orientado. Entradas: Capital (activo), consumos intermedios, gasto personal.

				Salidas: producción (ventas).
Guerrini, Martini, y Campedelli	2013	Measuring the efficiency of the Italian construction industry.	Italia	Modelo: DEA y Regresión mediante un modelo Tobit Entradas: gasto personal, Capital, gastos de funcionamiento Salidas: valor de producción
Flórez, Morala y Rodríguez	2009	Estudio de la eficiencia en la gestión de recursos de las empresas constructoras de Castilla y León: propuesta de aplicación del análisis DEA	España	Modelos: CCR y BCC, con orientaciones input y output. Entradas: consumos de materiales, gastos de personal y gastos financieros. Salidas: beneficio antes de impuestos.
Ren-Jze. y Jih-Shong	2013	Efficiency measurement of the construction industry in Taiwan: a stochastic frontier cost function approach.	Taiwán	Modelo: Análisis de la frontera estocástica SFA para modelar y medir la eficiencia del costo. Entradas: Costo total, costo de capital y costo de mano de obra. Salidas: producto bruto.
Francisco de Araujo, Guimaraes y Shikida	2012	Analysis of the efficiency of national civil construction firms.	Brasil	Modelo: DEA-Malmquist Entradas: empleados y equipo. Salidas: Ingresos brutos.
Carmen Rescala y otros	2012	Dos modelos para determinar la eficiencia de una empresa constructora	Argentina	Modelo BCC output orientado Entradas: activo corriente, pasivo corriente, bienes de uso. Salidas: resultado total
Tsolas	2011	Modelling profitability and effectiveness of Greek-listed construction firms: an integrated DEA and ratio analysis.	Grecia	Modelo: DEA-BBC Entradas: Costo de ventas y costo administrativo. Salidas: Ingresos. Variables de regresión: Ratio ingresos-gastos, utilidad antes de impuestos.
Chau, Poon, Wang y Lu	2005	Technological progress and the productive efficiency of construction firms in Hong Kong, 1981–2001.	Hong Kong	Modelo: DEA Entradas: Capital, trabajo, insumos intermedios, gastos. Salidas: Ingresos.

Fuente: Elaboración propia

En cuanto a los inputs utilizados, los resultados del cuadro anterior indican que los más frecuentes son:

- 1.- El costo de mano de obra, que puede llamarse también gastos de personal, trabajo, empleados, que es utilizado en 8 de los 10 trabajos.
- 2.- Compra de materiales, llamado también insumos intermedios, costo de ventas, materiales y recursos intermedios, que se repite en 7 trabajos.
- 3.- Gastos administrativos y financieros, llamado también costo administrativo, gastos financieros, costos de capital, gastos, que se utiliza en 5 trabajos.
- 4.- El capital, llamado también activo corriente, que se repite en 4 trabajos.

En lo que respecta a los outputs el caso es más sencillo, pues se presentan solo dos:

- 1.- Ventas o ingresos totales, que es utilizado en 8 de los 10 trabajos, y
- 2.- Utilidad o resultado final, que se repite en 3 trabajos.

Otro aspecto a tomarse en cuenta para la selección de los inputs y outputs más convenientes es el acceso a los datos sobre estas variables. En el presente trabajo se ha optado por la consideración de variables contables obtenidas a partir de los balances anuales de las empresas constructoras del Ecuador, al tratarse de información pública y verificable, elaborada con criterios homogéneos y que refleja la situación real de la entidad en una fecha determinada y conocida (en nuestro caso, correspondientes al año 2014).

Si bien hubiera sido deseable contar con información interna de las entidades, especialmente la procedente de estadísticas de costes y resultados, desagregadas por unidades de decisiones (departamentos, actividades, etc.), sin embargo estos datos revisten carácter confidencial y no son de fácil acceso.

En cuanto a los outputs, se considera más conveniente utilizar las ventas o ingresos totales, cuyos valores las empresas los reportan con mayor exactitud. El otro output posible, el de las utilidades, es un valor más reservado, menos transparente y por lo tanto menos confiable.

Tomando en cuenta lo dicho sobre la correcta selección de las variables, la experiencia existente en el sector de la construcción y dadas las características de los datos a los que se tiene acceso, para nuestro trabajo, hemos escogido tres inputs: 1) Materiales y gastos operativos, 2) Gasto en personal y 3) Patrimonio; y un output: 4) Ingresos por ventas. Los mismos que se describen brevemente a continuación.

- 1) **Materiales y gastos operativos**, que comprende los gastos en materiales y los gastos administrativos sin pago a personal. Este dato se obtiene al sumar el costo de ventas más los gastos administrativos y los gastos de ventas, reportados en el Estado de Resultados.
- 2) **Gasto en personal**, que comprende el pago a personal de oficina, personal de apoyo y mano de obra para la construcción. Dato obtenido al sumar sueldos y salarios reportados en el Estado de Resultados.
- 3) **Patrimonio**, que comprende los recursos propios de la empresa, la inversión propiedad de sus socios. Este dato se obtiene del Estado de Situación Financiera o Balance General.
- 4) **Ingresos por Ventas**, entendido como la producción o resultados obtenidos por las ventas e ingresos netos ordinarios registrados en el Estado de Resultados.

Se considera que estas variables son las más adecuadas y pertinentes para esta investigación, sobre la eficiencia de las empresas constructoras en el Ecuador.

3.4 RECOLECCION DE DATOS

Con este objetivo se ingresó a la base de datos, de la página Web, de la Superintendencia de Compañías del Ecuador cuya información es pública y gratuita.



http://appscvs.supercias.gob.ec/portallInformacion/sector_societario.zul

Se optó por esta fuente de información, ya que es muy complicado que la empresa privada permita el acceso a su información financiera de manera directa. Por lo tanto los datos que se utilizarán para este trabajo son los que las empresas constructoras reportan a este organismo de control gubernamental, cuya validez y confiabilidad se aceptarán de hecho.

En la página Web mencionada (www.supercias.gov.ec), entrar a Compañías por Actividad Económica.



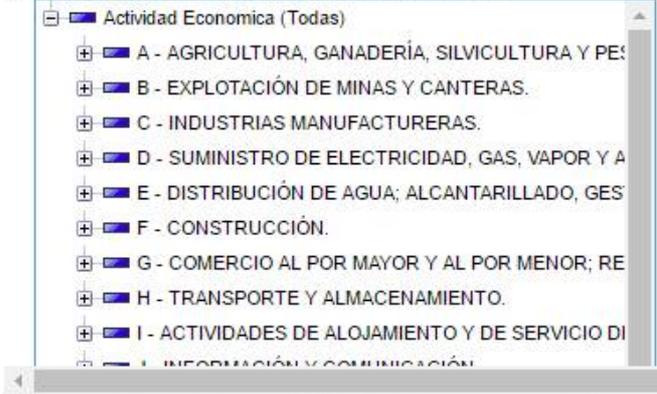
A continuación, del Árbol de Actividad Económica escoger el ramo F - CONSTRUCCIÓN y luego seleccionar la actividad económica Nivel 6, F4100.10 dedicada a empresas de construcción de todo tipo de edificios residenciales: casas familiares individuales, edificios multifamiliares, incluso edificios de alturas elevadas, viviendas para ancianatos, casas para beneficencia, orfanatos, cárceles, cuarteles, conventos, casas religiosas. Incluye remodelación, renovación o rehabilitación de estructuras existentes.



Código o Palabra Clave de Actividad Económica (Código CIIUv4)

4100

Arbol de Actividad Económica (Código CIIUv4)



Aquí se encuentra el archivo con información de 3491 empresas a nivel nacional. A continuación se filtraron las empresas que reportaron sus estados financieros durante el año 2014 y que no presentaran valores negativos, cero o ausencia de valor en los indicadores que se utilizarán como inputs u outputs. De esta manera se pudo obtener un primer grupo de aproximadamente 230 empresas de todo tamaño.

Luego de analizar los estados financieros de cada una de estas empresas, el grupo se redujo a 56 de mayor tamaño, de acuerdo a su patrimonio. De éstas empresas, se eliminaron aquellas cuyos datos eran atípicos, es decir con relaciones muy grandes entre inputs y outputs, para evitar apreciaciones erróneas en la evaluación de la eficiencia. Luego de este proceso se conformó el grupo final de 23 empresas cuyos datos, correspondientes a los inputs y outputs seleccionados se muestran en la Tabla 3.2.

Tabla 3.2. Datos seleccionados de la Superintendencia de Compañías.

	NOMBRE / RAZON SOCIAL	Ingresos por Ventas (yo)	Total Patrimonio (xo)	Materiales y gastos operativos	Gasto Personal	Total insumos utilizados
1	Constructora Conalba S.A.	10.211	6.231	7.674	1.969	9.644
2	Constructora Palosa S.A.	9.130	5.522	7.583	784	8.368
3	CONSTRUCTORA CRIBECA S.A.	2.151	3.006	1.881	273	2.155
4	Constructora e Inmobiliaria Valero Construvalero S.A.	1.405	2.963	829	69	898
5	Edificar S.A. Edificarsa	2.773	2.960	2.066	451	2.516
6	Consvivisa S.A.	6.231	2.823	5.453	368	5.821
7	Constructora Covigon S.A.	11.199	2.560	8.394	1.627	10.021
8	Arama S.A.	2.109	2.158	1.595	429	2.024
9	Prabyc Ingenieros Ltda.	1.384	2.010	703	727	1.430
10	Macconstrucciones S.A.	1.058	1.883	473	405	878
11	La cuadra Compañía Inmobiliaria y Comercializadora S.A. Inmosolucion	11.091	1.852	10.519	1.778	10.696
12	Inmobiliaria Internacional Corbal Cia Ltda.	7.328	1.111	6.838	1.673	7.004
13	Conbaquerizo Cia. Ltda.	7.762	1.061	7.948	302	8.251
14	Traselec S.A.	3.282	996	2.757	287	3.044
15	Constructora Andrade Rodas VIP S.A.	4.149	712	3.625	245	3.869
16	Moncayo y Roggiero Ingenieros Asociados Cia. Ltda.	1.580	553	937	554	1.491
17	Concalsa Constructora Calderón S.A.	1.829	531	1.585	109	1.694
18	Multihabitat S.A.	2.052	527	1.787	34	1.821
19	PMJ Arquitectos Cia. Ltda.	2.132	486	1.810	197	2.008
20	Ejecución de Proyectos Ejeproycia. Ltda.	3.862	459	2.878	712	3.589
21	Constructora Estrella Viteri Cia. Ltda.	1.683	453	1.389	38	1.427
22	Vidal Construcciones Cia Ltda.	3.046	387	2.392	474	2.867
23	Eggoccp Construcciones y Proyectos Cia. Ltda.	2.045	311	1.508	610	2.118

Fuente: Elaboración propia

Como se puede ver, las empresas han sido numeradas en orden decreciente de acuerdo al patrimonio. El número de orden asignado en esta tabla, a cada empresa, se mantendrá en todas las tablas de resultados calculados en forma manual, que se presentarán a lo largo del capítulo 4.

En la Tabla 3.2 se ha incluido un cuarto input con el nombre de insumos totales, que se obtiene al sumar el input materiales y gastos operativos con el input gasto en personal. Este input se ha introducido en la tabla por cuanto representa la inversión directa total en el proceso de construcción. Este input será utilizado para analizar el efecto conjunto que tienen sobre las ventas, los materiales y gastos operativos y los gastos en personal, en los casos de 1 input-1 output. Estos resultados serán comparados con los obtenidos en el caso en que estos mismos inputs sean tomados por separado frente a las ventas, en el caso 2 inputs-1 output estudiados más tarde.

Los tres primeros inputs que aparecen en el cuadro 2 serán los básicos en este trabajo y el cuarto será un input secundario que se incluye solo con el objeto de simulación.

Se considera que el número adecuado de variables planteadas para esta investigación es: $m = 4$ inputs y $s = 1$ output.

Por otro lado, el número de empresas consideradas (n) está de acuerdo con lo que la experiencia aconseja para trabajos sobre evaluación de la eficiencia:

$$n \geq \text{Max} \{ m \cdot s , 3(m + s) \} \quad (\text{Cooper, Seiford y Tone, 2007})$$

Es decir que el número de empresas consideradas no puede ser menor al producto entre el número de inputs y outputs, ni tampoco menor al triple de la suma de los mismos. En nuestro caso

$$n = 23 \geq \text{Max} \{ 4 \times 1 , 3(4 + 1) \}$$

3.5 SELECCIÓN DEL MÉTODO DEA Y DEL SOFTWARE A UTILIZARSE

Como se puede observar en la Tabla 3.1, la mayoría de los trabajos de investigación utilizan para medir la eficiencia los modelos DEA - CCR y DEA - BCC. Además, en el presente trabajo de investigación se analizaron solamente estos dos modelos. Por estas razones, obviamente, para el cálculo de la eficiencia de las 23 empresas de la construcción seleccionadas anteriormente se utilizarán estos dos métodos.

En cuanto al software, de la variedad existente en el mercado, se ha escogido Frontier Analyst, que tiene muchas ventajas como se explicará oportunamente en la sección 4.4.

CAPÍTULO 4. CÁLCULO DE LA EFICIENCIA DE UN GRUPO DE EMPRESAS CONSTRUCTORAS DEL ECUADOR

4.1. INTRODUCCIÓN

Luego de la revisión bibliográfica sobre los tipos de eficiencia y la presentación de los principales métodos no paramétricos para la evaluación de la misma, realizadas en la primera parte de esta Tesis, es necesario transferir este conocimiento en la aplicación de un caso práctico. Para ejemplificar el cálculo de la eficiencia y el benchmarking, se ha escogido las empresas del sector de la construcción en el Ecuador. Con objeto de comparar los resultados y aplicar los conocimientos adquiridos, el trabajo se lo realizará por dos métodos: el de Farrell y el DEA.

Para la determinación de los índices de eficiencia mediante el método de Farrell, se procederá a realizar los cálculos manualmente usando una calculadora básica y la hoja electrónica de Excel. Para una mejor comprensión, se ilustrará cada caso mediante una gráfica realizada en AutoCAD 2015.

Primero se presentarán los casos de 1 input y 1 output, esto con el objeto de analizar por separado la eficiencia empresarial al comparar el único output: los ingresos por ventas, con cada uno de los inputs considerados: patrimonio, costos de materiales, gastos en personal e insumos totales. De esta manera tendremos cuatro casos para analizar.

Luego se resolverán los casos de 2 inputs y 1 output con el objeto de comparar la incidencia conjunta de dos entradas sobre la única salida. Se plantearán también cuatro casos: 1) patrimonio y costo de materiales frente a ingreso por ventas, 2) patrimonio y gasto en personal frente a ingreso por ventas, 3) patrimonio e insumos totales frente a ingreso por ventas, y 4) materiales y gasto en personal frente a ingreso por ventas. También se ilustrará cada uno de estos casos con la gráfica respectiva.

Todos estos casos, tanto los de 1 input, como los de 2 inputs, se analizarán utilizando los dos métodos DEA presentados en este trabajo CCR y BCC, esto con el objeto de ejemplificar su aplicación y también para comparar los resultados obtenidos.

Finalmente se analizarán los cuatro casos anteriores de 2 inputs y 1 output y un caso más, correspondiente a 3 inputs y 1 output, mediante el software DEA-Frontier. Se debe aclarar que este software no procesa los casos de 1 input y 1 output. Nuevamente, se compararán los resultados obtenidos de esta manera con los resultados anteriores obtenidos en forma manual.

Este trabajo debe considerarse como un ensayo académico que servirá como ejemplo para posteriores estudios sobre DEA y sus aplicaciones. Sus resultados no son vinculantes para el sector de la construcción en conjunto, ni para una empresa en particular.

4.2 CASOS: 1 INPUT – 1 OUPUT

4.2.1 PATRIMONIO vs. INGRESOS POR VENTAS

En este caso se evaluarán la eficiencia técnica general (ETG) y la eficiencia técnica pura (ETP), definidas en el Capítulo 1. Para ello se utilizarán los estimadores T_{CCR} y T_{BCC} y se calcularán los índices de Farrell respectivos.

En la Figura 4.1 se han representado los datos correspondientes a las 23 empresas seleccionadas (DMUs) y se han trazado las fronteras eficientes de los T_{CCR} y T_{BCC} . Como ejemplo para el cálculo se ha representado la unidad genérica DMU_0 , de coordenadas (x_0, y_0) , el punto de proyección sobre la envolvente CCR, $P(x', y_0)$ y el punto de proyección sobre la envolvente BCC, $Q(x, y_0)$.

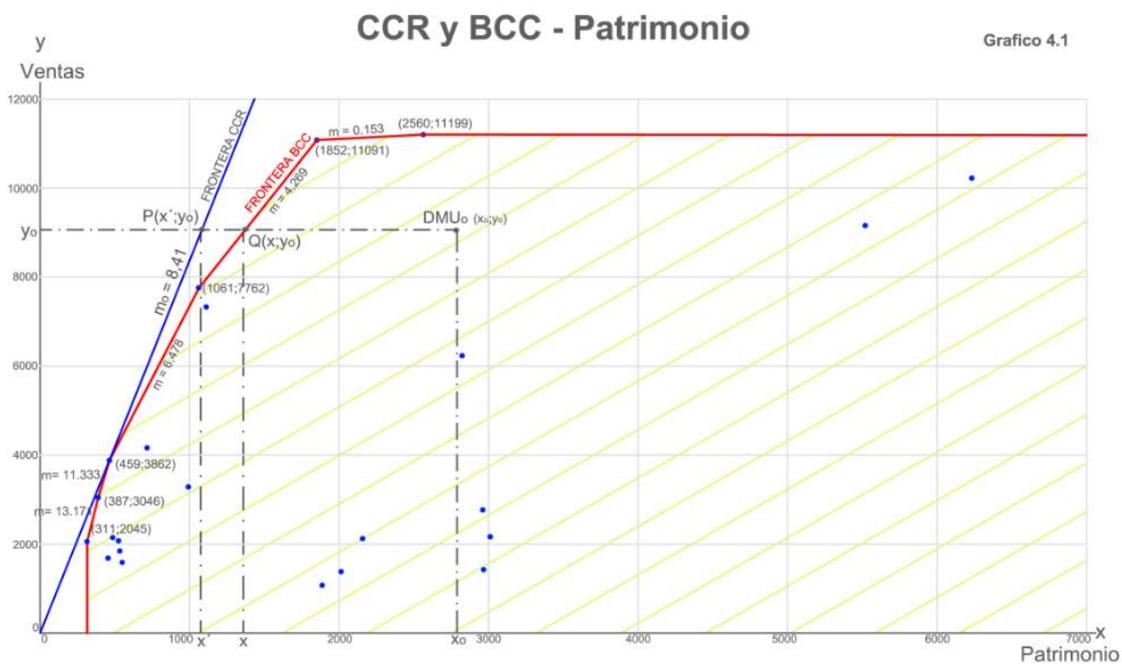


Figura 4.1. Representación de las 23 empresas, caso Patrimonio vs. Ingreso por ventas, Modelos CCR y BCC

Fuente: Elaboración propia.

Para el cálculo de la eficiencia es necesario determinar las abscisas x' , x correspondientes a la DMU₀ analizada:

$$x' = \frac{y_0}{m_0} \qquad x = x_1 + \frac{y_0 - y_1}{m}$$

La pendiente m_0 , de la envolvente CCR y las pendientes m de cada segmento de la envolvente BCC han sido calculadas previamente y constan en la gráfica.

A continuación se calculan los índices de eficiencia:

$$ETG = \frac{x'}{x_0} \qquad ETP = \frac{x}{x_0}$$

Con los datos seleccionados y con estos resultados parciales se llenó una hoja de cálculo en Excel para obtener el valor de los índices de eficiencia buscados.

En la Tabla 4.1 se presentan los cálculos realizados con el Modelo DEA-CCR input orientado para obtener el valor del índice de Eficiencia Técnica General (ETG) de cada una de las empresas consideradas.

En la Tabla 4.2 se presentan los cálculos correspondientes al Modelo DEA-BCC input orientado, en este caso para obtener el índice de Eficiencia Técnica Pura (ETP).

En la última columna, de las Tablas 4.1 y 4.2, se indica el porcentaje en que cada empresa debe reducir su cantidad de input (Patrimonio) para ser eficiente, manteniendo la misma cantidad de output (Ingresos por ventas).

Tabla 4.1. Resultados de la ETG con la entrada Patrimonio vs. la salida Ingresos por ventas, para el Modelo DEA - CCR, input orientado.

Patrimonio vs. Ingresos por Ventas / Modelo DEA-CCR							
	NOMBRE / RAZON SOCIAL	Total Patrimonio (xo)	Ingresos por Ventas (yo)	$m=yo/xo$	$x'=yo/8,41$	$ETG=x'/xo$	Reducción del input
1	Conalba S.A.	6.231	10.211	1,64	1.214	0,195	80,5%
2	Palosa S.A.	5.522	9.130	1,65	1.086	0,197	80,3%
3	Cribecca S.A.	3.006	2.151	0,72	256	0,085	91,5%
4	Valero S.A.	2.963	1.405	0,47	167	0,056	94,4%
5	Edificar S.A.	2.960	2.773	0,94	330	0,111	88,9%
6	Consvivisa S.A.	2.823	6.231	2,21	741	0,262	73,8%
7	Covigon S.A.	2.560	11.199	4,37	1.332	0,520	48,0%
8	Arama S.A.	2.158	2.109	0,98	251	0,116	88,4%
9	Prabyc Cia. Ltda.	2.010	1.384	0,69	165	0,082	91,8%
10	Macconstrucciones S.A.	1.883	1.058	0,56	126	0,067	93,3%
11	Inmosolucion S.A.	1.852	11.091	5,99	1.319	0,712	28,8%
12	Corbal Cia. Ltda.	1.111	7.328	6,60	871	0,784	21,6%
13	Conbaquerizo Cia. Ltda.	1.061	7.762	7,32	923	0,870	13,0%
14	Traselec S.A.	996	3.282	3,30	390	0,392	60,8%
15	Andrade Rodas S.A.	712	4.149	5,83	493	0,693	30,7%
16	Moncayo Cia. Ltda.	553	1.580	2,86	188	0,340	66,0%
17	Concalsa S.A.	531	1.829	3,44	217	0,410	59,0%
18	Multihabitat S.A.	527	2.052	3,89	244	0,463	53,7%
19	PMJ Cia. Ltda.	486	2.132	4,39	254	0,522	47,8%
20	Ejeproy Cia. Ltda.	459	3.862	8,41	459	1,000	0,0%
21	Estrella Viteri Cia. Ltda.	453	1.683	3,72	200	0,442	55,8%
22	Vidal Cia. Ltda.	387	3.046	7,87	362	0,936	6,4%
23	Eggoccp Cia. Ltda.	311	2.045	6,58	243	0,782	21,8%

Fuente: Elaboración propia

Tabla 4.2. Resultados de la ETP con la entrada Patrimonio vs. la salida Ingresos por ventas, para el Modelo BCC, input orientado

Patrimonio vs. Ingresos por Ventas / Modelo DEA-BCC									
NOMBRE / RAZON SOCIAL		Total Patrimonio (x0)	Ingresos por Ventas (y0)	m	x1	y1	$x = x1 + (y0 - y1)/m$	ETP=x/x0	Reducción del input (1-ETP)%
1	Conalba S.A.	6.231	10.211	4,209	1.061	7.762	1.643	0,264	73,6%
2	Palosa S.A.	5.522	9.130	4,209	1.061	7.762	1.386	0,251	74,9%
3	Cribeca S.A.	3.006	2.151	13,171	311	2.045	319	0,106	89,4%
4	Valero S.A.	2.963	1.405	9,999.999	311	2.045	311	0,105	89,5%
5	Edificar S.A.	2.960	2.773	13,171	311	2.045	366	0,124	87,6%
6	Consvisiva S.A.	2.823	6.231	6,478	459	3.862	825	0,292	70,8%
7	Covigon S.A.	2.560	11.199	0,153	1.852	11.091	2.558	0,999	0,1%
8	Arama S.A.	2.158	2.109	13,171	311	2.045	316	0,146	85,4%
9	Prabyc Cia. Ltda.	2.010	1.384	9,999.999	311	2.045	311	0,155	84,5%
10	Macconstrucciones S.A.	1.883	1.058	9,999.999	311	2.045	311	0,165	83,5%
11	Inmosolucion S.A.	1.852	11.091	0,153	1.852	11.091	1.852	1,000	0,0%
12	Corbal Cia. Ltda.	1.111	7.328	6,478	459	3.862	994	0,895	10,5%
13	Conbaquerizo Cia. Ltda.	1.061	7.762	4,209	1.061	7.762	1.061	1,000	0,0%
14	Traselec S.A.	996	3.282	11,333	387	3.046	408	0,409	59,1%
15	Andrade Rodas S.A.	712	4.149	6,478	459	3.862	503	0,707	29,3%
16	Moncayo Cia. Ltda.	553	1.580	9,999.999	311	2.045	311	0,562	43,8%
17	Concalsa S.A.	531	1.829	9,999.999	311	2.045	311	0,586	41,4%
18	Multihabitat S.A.	527	2.052	13,171	311	2.045	312	0,591	40,9%
19	PMJ Cia. Ltda.	486	2.132	13,171	311	2.045	318	0,654	34,6%
20	Ejeproy Cia. Ltda.	459	3.862	6,478	459	3.862	459	1,000	0,0%
21	Estrella Viteri Cia. Ltda.	453	1.683	9,999.999	311	2.045	311	0,687	31,3%
22	Vidal Cia. Ltda.	387	3.046	11	387	3.046	387	1,000	0,0%
23	Eggoccp Cia. Ltda.	311	2.045	13,171	311	2.045	311	1,000	0,0%

Fuente: Elaboración propia

Tabla 4.3. Índices de Eficiencia por empresa, 1 input (Patrimonio) - 1 output (Ingresos por ventas).

Puntuaciones de Eficiencia (%)		Patrimonio vs. Ventas		
NOMBRE / RAZON SOCIAL		Modelo DEA-CCR	Modelo DEA-BCC	Eficiencia Escala
		ETG	ETP	EE = ETG / ETP
1	Conalba S.A.	19,50%	26,40%	73,86%
2	Palosa S.A.	19,70%	25,10%	78,49%
3	Cribeca S.A.	8,50%	10,60%	80,19%
4	Valero S.A.	5,60%	10,50%	53,33%
5	Edificar S.A.	11,10%	12,40%	89,52%
6	Consvisiva S.A.	26,20%	29,20%	89,73%
7	Covigon S.A.	52,00%	100,00%	52,00%
8	Arama S.A.	11,60%	14,60%	79,45%
9	Prabyc Cia. Ltda.	8,20%	15,50%	52,90%
10	Macconstrucciones S.A.	6,70%	16,50%	40,61%
11	Inmosolucion S.A.	71,20%	100,00%	71,20%
12	Corbal Cia. Ltda.	78,40%	89,50%	87,60%
13	Conbaquerizo Cia. Ltda.	87,00%	100,00%	87,00%
14	Traselec S.A.	39,20%	40,90%	95,84%
15	Andrade Rodas S.A.	69,30%	70,70%	98,02%
16	Moncayo Cia. Ltda.	34,00%	56,20%	60,50%
17	Concalsa S.A.	41,00%	58,60%	69,97%
18	Multihabitat S.A.	46,30%	59,10%	78,34%
19	PMJ Cia. Ltda.	52,20%	65,40%	79,82%
20	Ejeproy Cia. Ltda.	100,00%	100,00%	100,00%
21	Estrella Viteri Cia. Ltda.	44,20%	68,70%	64,34%
22	Vidal Cia. Ltda.	93,60%	100,00%	93,60%
23	Eggoccp Cia. Ltda.	78,20%	100,00%	78,20%

Fuente: Elaboración propia

En la Tabla 4.3 se presentan los resultados, en porcentaje, de los valores de eficiencia ETG y ETP obtenidos según los modelos DEA-CCR y DEA-BCC.

Nótese que la empresa Ejepray Cia. Ltda. que es eficiente en el modelo CCR, es también eficiente en el modelo BCC, lo que valida los cálculos efectuados. Esta empresa sería entonces la más eficiente de todas para este caso.

Como ya se esperaba, se puede observar que los valores de eficiencia ETG son menores o iguales que los valores de eficiencia ETP para todas las empresas, confirmándose lo expuesto en el Capítulo 1 de que, el estimador T_{CCR} es más exigente que el estimador T_{BCC} , porque la frontera eficiente de este estimador está más cercana a todas las unidades. Nótese también que al usar el estimador T_{CCR} , hay una sola empresa eficiente en cada caso y al usar el estimador T_{BCC} hay varias unidades eficientes

Esta mejora en los resultados de la eficiencia se debe a que al usar el estimador T_{BCC} , el número total de empresas se ha dividido en varios grupos y en cada grupo hay al menos dos empresas eficientes.

A partir de las puntuaciones de eficiencia de la tabla 4.3, se calcula la Eficiencia Escala (EE) mediante la expresión definida oportunamente en 1.4

$$ETG = (EE) \cdot (ETP)$$

o directamente:

$$EE = \frac{x'}{x}$$

Los valores así calculados, para cada una de las 23 empresas, se presentan en la quinta columna de la Tabla 4.3

Matemáticamente, para cualquier empresa, la eficiencia escala EE indica en que porcentaje debe reducirse la eficiencia técnica pura ETP para ser igual a la eficiencia técnica general ETG. Esta reducción se presenta al no considerar los rendimientos variables a escala. Por otro lado, si analizamos la ineficiencia técnica de una empresa, la EE representa una ineficiencia adicional que se tendría al no considerar los rendimientos variables a escala, es decir lo que una organización técnicamente eficiente puede mejorar en su productividad.

4.2.2 MATERIALES Y GASTOS OPERATIVOS vs. INGRESOS POR VENTAS

En este caso se evaluarán la eficiencia técnica general (ETG) y la eficiencia técnica pura (ETP), definidas en el Capítulo 1. Para ello se utilizarán los estimadores T_{CCR} y T_{BCC} y se calcularán los índices de Farrell respectivos.

En la Figura: 4.2 se han representado los datos correspondientes a las 23 empresas seleccionadas (*DMUS*) y se han trazado las fronteras eficientes de los T_{CCR} y T_{BCC} . Como

ejemplo para el cálculo se ha representado la unidad genérica DMU_0 , de coordenadas (x_0, y_0) , el punto de proyección sobre la envolvente CCR, $P(x', y_0)$ y el punto de proyección sobre la envolvente BCC, $Q(x, y_0)$.

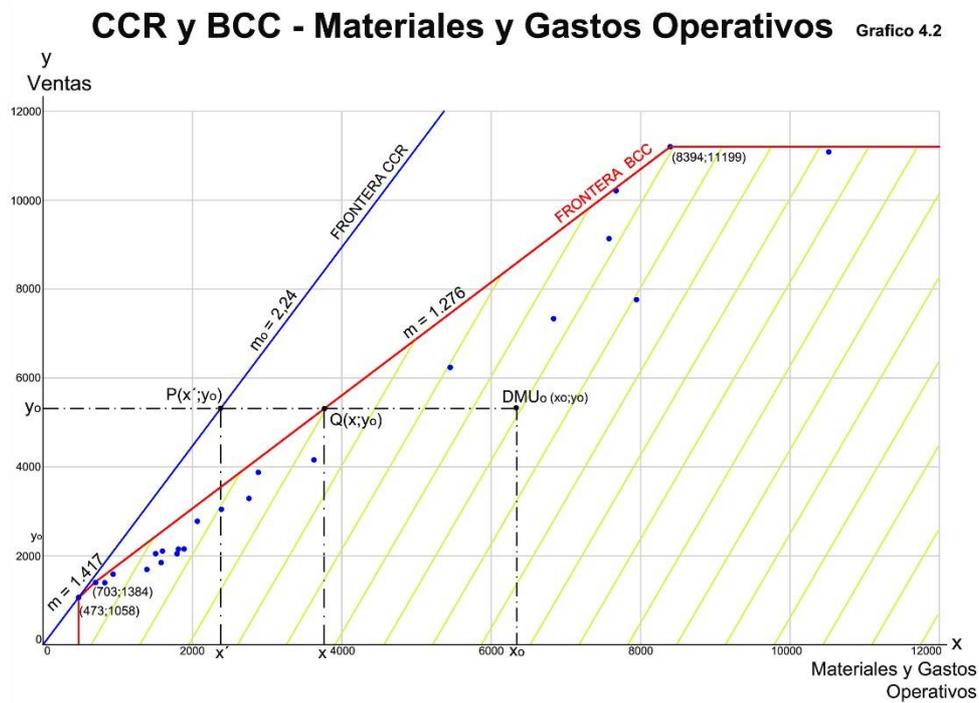


Figura 4.2. Representación de las 23 empresas, caso Materiales y gastos operativos vs. Ingreso por ventas, Modelos CCR y BCC.

Fuente: Elaboración propia.

Para el cálculo de la eficiencia es necesario determinar las abscisas x' , x correspondientes a la DMU₀ analizada:

$$x' = \frac{y_0}{m_0} \quad ; \quad x = x_1 + \frac{y_0 - y_1}{m}$$

La pendiente m_0 , de la envolvente CCR y las pendientes m de cada segmento de la envolvente BCC han sido calculadas previamente y constan en la gráfica.

A continuación se calculan los índices de eficiencia:

$$ETG = \frac{x'}{x_0} \quad ; \quad ETP = \frac{x}{x_0}$$

Con los datos seleccionados y con estos resultados parciales se llenó una hoja de cálculo en Excel para obtener el valor de los índices de eficiencia buscados.

En la Tabla 4.4 se presentan los cálculos realizados con el Modelo DEA-CCR input orientado para obtener el valor del índice de Eficiencia Técnica General (ETG) de cada una de las empresas consideradas.

En la Tabla 4.5 se presentan los cálculos correspondientes al Modelo DEA-BCC input orientado, en este caso para obtener el índice de Eficiencia Técnica Pura (ETP).

En la última columna, de las Tablas 4.4 y 4.5, se indica el porcentaje en que cada empresa debe reducir su cantidad de input (Materiales y gastos operativos) para ser eficiente, manteniendo la misma cantidad de output (Ingresos por ventas).

Tabla 4.4. Resultados de la ETG con la entrada Materiales y gastos operativos vs. la salida Ingresos por ventas, para el Modelo DEA - CCR, input orientado

Materiales y Gastos Operativos vs. Ingresos por Ventas / Modelo DEA-CCR							
	NOMBRE / RAZON SOCIAL	Materiales y gastos operativos (xo)	Ingresos por Ventas (yo)	$m=yo/xo$	$x'=yo/2,24$	$ETG=x'/xo$	Reducción del input
1	Conalba S.A.	7.674	10.211	1,33	4.565	0,595	40,5%
2	Palosa S.A.	7.583	9.130	1,20	4.082	0,538	46,2%
3	Cribeca S.A.	1.881	2.151	1,14	962	0,511	48,9%
4	Valero S.A.	829	1.405	1,69	628	0,758	24,2%
5	Edificar S.A.	2.066	2.773	1,34	1.240	0,600	40,0%
6	Consvivisa S.A.	5.453	6.231	1,14	2.786	0,511	48,9%
7	Covigon S.A.	8.394	11.199	1,33	5.007	0,596	40,4%
8	Arama S.A.	1.595	2.109	1,32	943	0,591	40,9%
9	Prabyc Cia. Ltda.	703	1.384	1,97	619	0,880	12,0%
10	Macconstrucciones S.A.	473	1.058	2,24	473	1,000	0%
11	Inmosolucion S.A.	10.519	11.091	1,05	4.958	0,471	52,9%
12	Corbal Cia. Ltda.	6.838	7.328	1,07	3.276	0,479	52,1%
13	Conbaquerizo Cia. Ltda.	7.948	7.762	0,98	3.470	0,437	56,3%
14	Traselec S.A.	2.757	3.282	1,19	1.467	0,532	46,8%
15	Andrade Rodas S.A.	3.625	4.149	1,14	1.855	0,512	48,8%
16	Moncayo Cia. Ltda.	937	1.580	1,69	706	0,754	24,6%
17	Concalsa S.A.	1.585	1.829	1,15	818	0,516	48,4%
18	Multihabitat S.A.	1.787	2.052	1,15	917	0,513	48,7%
19	PMJ Cia. Ltda.	1.810	2.132	1,18	953	0,527	47,3%
20	Ejeproy Cia. Ltda.	2.878	3.862	1,34	1.727	0,600	40,0%
21	Estrella Viteri Cia. Ltda.	1.389	1.683	1,21	752	0,542	45,8%
22	Vidal Cia. Ltda.	2.392	3.046	1,27	1.362	0,569	43,1%
23	Eggoccp Cia. Ltda.	1.508	2.045	0,74	914	0,606	39,4%

Fuente: Elaboración propia

Tabla 4.5. Resultados de la ETP con la entrada Materiales y gastos operativos vs. la salida Ingresos por ventas, para el Modelo BCC, input orientado

Materiales y Gastos Operativos vs. Ingresos por Ventas / Modelo DEA-BCC									
NOMBRE / RAZON SOCIAL		Materiales gastos ope (xo)	Ingresos por Ventas (yo)	m	x1	y1	$x = x1 + (yo - y1)/m$	ETP=x/xo	Reducción del input (1-ETG)%
1	Conalba S.A.	7.674	10.211	1,276	703	1.384	7.621	0,993	0,7%
2	Palosa S.A.	7.583	9.130	1,276	703	1.384	6.774	0,893	10,7%
3	Cribeca S.A.	1.881	2.151	1,276	703	1.384	1.304	0,693	30,7%
4	Valero S.A.	829	1.405	1,276	703	1.384	719	0,868	13,2%
5	Edificar S.A.	2.066	2.773	1,276	703	1.384	1.792	0,867	13,3%
6	Consvivisa S.A.	5.453	6.231	1,276	703	1.384	4.502	0,826	17,4%
7	Covigon S.A.	8.394	11.199	1,276	703	1.384	8.395	1,000	0,0%
8	Arama S.A.	1.595	2.109	1,276	703	1.384	1.271	0,797	20,3%
9	Prabyc Cia. Ltda.	703	1.384	1,276	703	1.384	703	1,000	0,0%
10	Macconstrucciones S.A.	473	1.058	11,417	473	1.058	473	1,000	0,0%
11	Inmosolucion S.A.	10.519	11.091	1,276	703	1.384	8.310	0,790	21,0%
12	Corbal Cia. Ltda.	6.838	7.328	1,276	703	1.384	5.361	0,784	21,6%
13	Conbaquerizo Cia. Ltda.	7.948	7.762	1,276	703	1.384	5.701	0,717	28,3%
14	Traselec S.A.	2.757	3.282	1,276	703	1.384	2.190	0,795	20,5%
15	Andrade Rodas S.A.	3.625	4.149	1,276	703	1.384	2.870	0,792	20,8%
16	Moncayo Cia. Ltda.	937	1.580	1,276	703	1.384	857	0,914	8,6%
17	Concalsa S.A.	1.585	1.829	1,276	703	1.384	1.052	0,664	33,6%
18	Multihabitat S.A.	1.787	2.052	1,276	703	1.384	1.227	0,686	31,4%
19	PMJ Cia. Ltda.	1.810	2.132	1,276	703	1.384	1.289	0,712	28,8%
20	Ejeproy Cia. Ltda.	2.878	3.862	1,276	703	1.384	2.645	0,919	8,1%
21	Estrella Viteri Cia. Ltda.	1.389	1.683	1,276	703	1.384	937	0,675	32,5%
22	Vidal Cia. Ltda.	2.392	3.046	1,276	703	1.384	2.006	0,838	16,2%
23	Eggoccp Cia. Ltda.	1.508	2.045	1,276	703	1.384	1.221	0,810	19,0%

Fuente: Elaboración propia

Tabla 4.6. Índices de Eficiencia por empresa, 1 input (Materiales y gastos operativos) - 1 output (Ingresos por ventas).

Puntuaciones de Eficiencia (%) Materiales y Gastos Operativos vs. Ventas				
NOMBRE / RAZON SOCIAL		Modelo DEA-CCR	Modelo DEA-BCC	Eficiencia Escala
		ETG	ETP	EE = ETG / ETP
1	Conalba S.A.	59,40%	99,30%	59,82%
2	Palosa S.A.	53,80%	89,30%	60,25%
3	Cribeca S.A.	51,10%	69,30%	73,74%
4	Valero S.A.	75,70%	86,80%	87,21%
5	Edificar S.A.	59,90%	86,70%	69,09%
6	Consvivisa S.A.	51,00%	82,60%	61,74%
7	Covigon S.A.	59,60%	100,00%	59,60%
8	Arama S.A.	59,00%	79,70%	74,03%
9	Prabyc Cia. Ltda.	87,90%	100,00%	87,90%
10	Macconstrucciones S.A.	100,00%	100,00%	100,00%
11	Inmosolucion S.A.	47,10%	79,00%	59,62%
12	Corbal Cia. Ltda.	47,80%	78,40%	60,97%
13	Conbaquerizo Cia. Ltda.	43,60%	71,70%	60,81%
14	Traselec S.A.	53,10%	79,50%	66,79%
15	Andrade Rodas S.A.	51,10%	79,20%	64,52%
16	Moncayo Cia. Ltda.	75,30%	91,40%	82,39%
17	Concalsa S.A.	51,50%	66,40%	77,56%
18	Multihabitat S.A.	51,30%	68,60%	74,78%
19	PMJ Cia. Ltda.	52,60%	71,20%	73,88%
20	Ejeproy Cia. Ltda.	59,90%	91,90%	65,18%
21	Estrella Viteri Cia. Ltda.	54,10%	67,50%	80,15%
22	Vidal Cia. Ltda.	56,80%	83,80%	67,78%
23	Eggoccp Cia. Ltda.	60,50%	81,00%	74,69%

Fuente: Elaboración propia

En la Tabla 4.6 se presentan los resultados, en porcentaje, de los valores de eficiencia ETG y ETP obtenidos según los modelos DEA-CCR y DEA-BCC.

Nótese que la empresa Maconstrucciones S.A. que es eficiente en el modelo CCR, es también eficiente en el modelo BCC, lo que valida los cálculos efectuados. Esta empresa sería entonces la más eficiente de todas para este caso.

Como ya se esperaba, se puede observar que los valores de eficiencia ETG son menores o iguales que los valores de eficiencia ETP para todas las empresas, confirmándose lo expuesto en el Capítulo 1 de que, el estimador T_{CCR} es más exigente que el estimador T_{BCC} , porque la frontera eficiente de este estimador está más cercana a todas las unidades. Nótese también que al usar el estimador T_{CCR} , hay una sola empresa eficiente en cada caso y al usar el estimador T_{BCC} hay varias unidades eficientes

Esta mejora en los resultados de la eficiencia se debe a que al usar el estimador T_{BCC} , el número total de empresas se ha dividido en varios grupos y en cada grupo hay al menos dos empresas eficientes.

A partir de las puntuaciones de eficiencia de la tabla 4.6, se calcula la Eficiencia Escala (EE) mediante la expresión definida oportunamente en 1.4

$$ETG = (EE) \cdot (ETP)$$

o directamente:

$$EE = \frac{x'}{x}$$

Los valores así calculados, para cada una de las 23 empresas, se presentan en la quinta columna de la Tabla 4.6

Matemáticamente, para cualquier empresa, la eficiencia escala EE indica en que porcentaje debe reducirse la eficiencia técnica pura ETP para ser igual a la eficiencia técnica general ETG. Esta reducción se presenta al no considerar los rendimientos variables a escala. Por otro lado, si analizamos la ineficiencia técnica de una empresa, la EE representa una ineficiencia adicional que se tendría al no considerar los rendimientos variables a escala, es decir lo que una organización técnicamente eficiente puede mejorar en su productividad.

4.2.3 GASTO EN PERSONAL vs. INGRESOS POR VENTAS

En este caso se evaluarán la eficiencia técnica general (ETG) y la eficiencia técnica pura (ETP), definidas en el Capítulo 1. Para ello se utilizarán los estimadores T_{CCR} y T_{BCC} y se calcularán los índices de Farrell respectivos.

En la Figura: 4.3 se han representado los datos correspondientes a las 23 empresas seleccionadas (*DMUs*) y se han trazado las fronteras eficientes de los T_{CCR} y T_{BCC} . Como ejemplo para el cálculo se ha representado la unidad genérica DMU_0 , de coordenadas (x_0, y_0) , el punto de proyección sobre la envolvente CCR, $P(x', y_0)$ y el punto de proyección sobre la envolvente BCC, $Q(x, y_0)$.

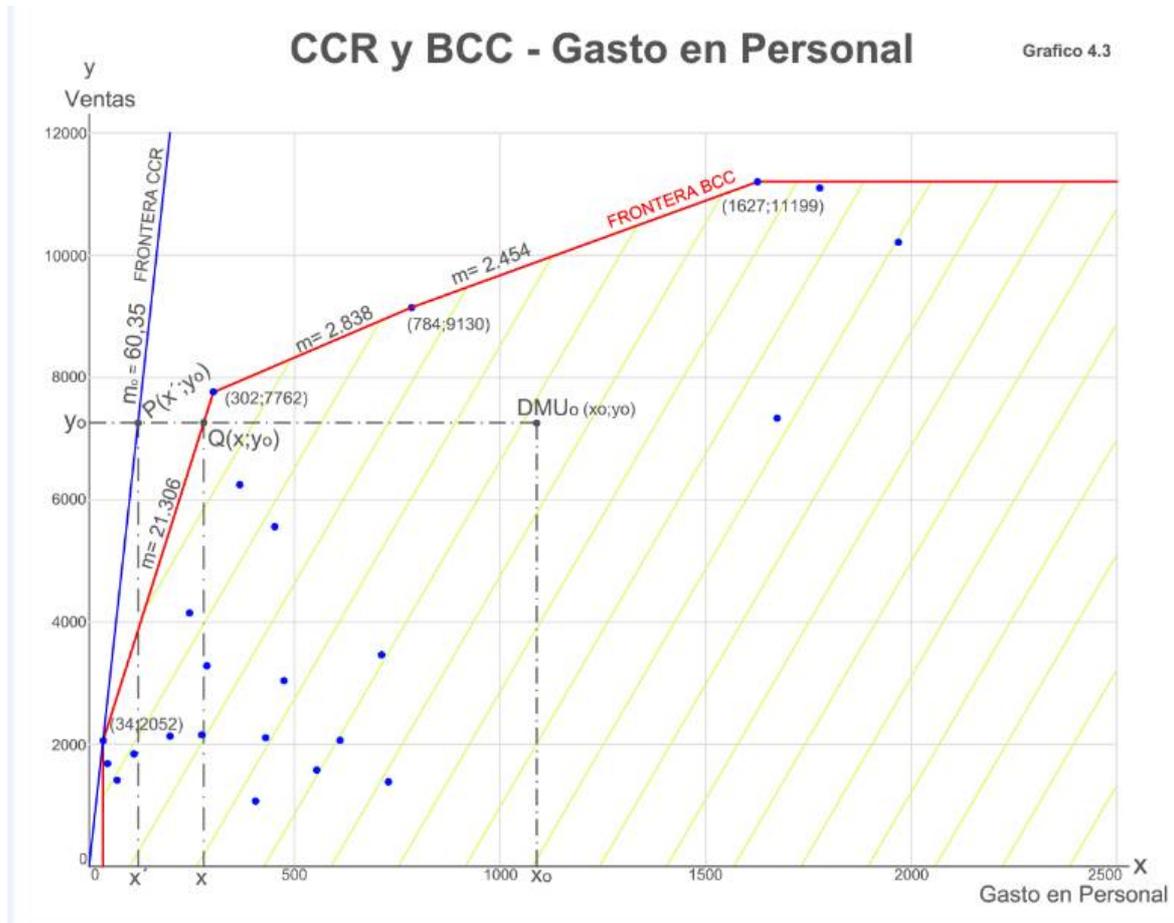


Figura 4.3. Representación de las 23 empresas, caso Gastos en personal vs. Ingreso por ventas, Modelos CCR y BCC

Fuente: Elaboración propia.

Para el cálculo de la eficiencia es necesario determinar las abscisas x' , x correspondientes a la DMU_0 analizada:

$$x' = \frac{y_0}{m_0} \quad ; \quad x = x_1 + \frac{y_0 - y_1}{m}$$

La pendiente m_0 , de la envolvente CCR y las pendientes m de cada segmento de la envolvente BCC han sido calculadas previamente y constan en la gráfica.

A continuación se calculan los índices de eficiencia:

$$ETG = \frac{x'}{x_0} \quad ; \quad ETP = \frac{x}{x_0}$$

Con los datos seleccionados y con estos resultados parciales se llenó una hoja de cálculo en Excel para obtener el valor de los índices de eficiencia buscados.

En la Tabla 4.7 se presentan los cálculos realizados con el Modelo DEA-CCR input orientado para obtener el valor del índice de Eficiencia Técnica General (ETG) de cada una de las empresas consideradas.

En la Tabla 4.8 se presentan los cálculos correspondientes al Modelo DEA-BCC input orientado, en este caso para obtener el índice de Eficiencia Técnica Pura (ETP).

En la última columna, de las Tablas 4.7 y 4.8, se indica el porcentaje en que cada empresa debe reducir su cantidad de input (Gastos en personal) para ser eficiente, manteniendo la misma cantidad de output (Ingresos por ventas).

Tabla 4.7. Resultados de la ETG con la entrada Gasto en personal vs. la salida Ingresos por ventas, para el Modelo DEA - CCR, input orientado.

Gasto en Personal vs. Ingresos por Ventas / Modelo DEA-CCR							
	NOMBRE / RAZON SOCIAL	Gasto Personal (x₀)	Ingresos por Ventas (y₀)	m=y₀/x₀	x'=y₀/60,3 5	ETG=x'/x₀	Reducción del input
1	Conalba S.A.	1.969	10.211	5,19	169	0,086	91,4%
2	Palosa S.A.	784	9.130	11,65	151	0,193	80,7%
3	Cribeca S.A.	273	2.151	7,88	36	0,131	86,9%
4	Valero S.A.	69	1.405	20,36	23	0,337	66,3%
5	Edificar S.A.	451	2.773	6,15	46	0,102	89,8%
6	Consvivisa S.A.	368	6.231	16,93	103	0,281	71,9%
7	Covigon S.A.	1.627	11.199	6,88	186	0,114049	88,6%
8	Arama S.A.	429	2.109	4,92	35	0,081456	91,9%
9	Prabyc Cia. Ltda.	727	1.384	1,90	23	0,031543	96,8%
10	Macconstrucciones S.A.	405	1.058	2,61	18	0,043284	95,7%
11	Inmosolucion S.A.	1.778	11.091	6,24	184	0,103357	89,7%
12	Corbal Cia. Ltda.	1.673	7.328	4,38	121	0,072576	92,7%
13	Conbaquerizo Cia. Ltda.	302	7.762	25,70	129	0,425861	57,4%
14	Traselec S.A.	287	3.282	11,44	54	0,189478	81,1%
15	Andrade Rodas S.A.	245	4.149	16,93	69	0,280594	71,9%
16	Moncayo Cia. Ltda.	554	1.580	2,85	26	0,047255	95,3%
17	Concalsa S.A.	109	1.829	16,78	30	0,278028	72,2%
18	Multihabitat S.A.	34	2.052	60,35	34,00	1,000000	0,0%
19	PMJ Cia. Ltda.	197	2.132	10,82	35	0,179317	82,1%
20	Ejeproy Cia. Ltda.	712	3.862	5,42	64	0,089874	91,0%
21	Estrella Viteri Cia. Ltda.	38	1.683	44,29	28	0,733841	26,6%
22	Vidal Cia. Ltda.	474	3.046	6,43	50	0,106476	89,4%
23	Eggoccp Cia. Ltda.	610	2.045	3,35	33,88	0,055548	94,4%

Fuente: Elaboración propia

Tabla 4.8. Resultados de la ETP con la entrada Gasto en personal vs. la salida Ingresos por ventas, para el Modelo BCC, input orientado

Gasto en Personal vs. Ingresos por Ventas / Modelo DEA-BCC								
NOMBRE / RAZON SOCIAL	Gasto Personal (x ₀)	Ingresos por Ventas (y ₀)	m	x ₁	y ₁	$x = x_1 + (y_0 - y_1)/m$	ETP = x/x ₀	Reducción del input (1-ETP)%
1 Conalba S.A.	1.969	10.211	2,454	784	9.130	1.225	0,621892	37,8%
2 Palosa S.A.	784	9.130	2,454	784	9.130	784	1,000000	0,0%
3 Cribeca S.A.	273	2.151	21,306	34	2.052	39	0,141563	85,8%
4 Valero S.A.	69	1.405	9.999.999	34	2.052	34	0,492753	50,7%
5 Edificar S.A.	451	2.773	21,306	34	2.052	68	0,150422	85,0%
6 Consvisiva S.A.	368	6.231	21,306	34	2.052	230	0,625386	37,5%
7 Covigon S.A.	1.627	11.199	2,454	784	9.130	1.627	1,000070	0,0%
8 Arama S.A.	429	2.109	21,306	34	2.052	37	0,085490	91,5%
9 Prabyc Cia. Ltda.	727	1.384	9.999.999	34	2.052	34	0,046767	95,3%
10 Macconstrucciones S.A.	405	1.058	9.999.999	34	2.052	34	0,083950	91,6%
11 Inmosolucion S.A.	1.778	11.091	2,454	784	9.130	1.583	0,890384	11,0%
12 Corbal Cia. Ltda.	1.673	7.328	21,306	34	2.052	282	0,168338	83,2%
13 Conbaquerizo Cia. Ltda.	302	7.762	2,838	302	7.762	302	1,000000	0,0%
14 Traselec S.A.	287	3.282	21,306	34	2.052	92	0,319617	68,0%
15 Andrade Rodas S.A.	245	4.149	21,306	34	2.052	132	0,540502	45,9%
16 Moncayo Cia. Ltda.	554	1.580	9.999.999	34	2.052	34	0,061372	93,9%
17 Concalisa S.A.	109	1.829	9.999.999	34	2.052	34	0,311926	68,8%
18 Multihabitat S.A.	34	2.052	21,306	34	2.052	34	1,000000	0,0%
19 PMJ Cia. Ltda.	197	2.132	21,306	34	2.052	38	0,191649	80,8%
20 Ejeproy Cia. Ltda.	712	3.862	21,306	34	2.052	119	0,167068	83,3%
21 Estrella Viteri Cia. Ltda.	38	1.683	9.999.999	34	2.052	34	0,894736	10,5%
22 Vidal Cia. Ltda.	474	3.046	21,306	34	2.052	81	0,170155	83,0%
23 Eggoccp Cia. Ltda.	610	2.045	9.999.999	34	2.052	34	0,055738	94,4%

Fuente: Elaboración propia

Tabla 4.9. Índices de Eficiencia por empresa, 1 input (Gasto en personal) - 1 output (Ingresos por ventas).

Puntuaciones de Eficiencia (%) Gastos en personal vs. Ventas				
NOMBRE / RAZON SOCIAL	Modelo DEA-CCR	Modelo DEA-BCC	Eficiencia Escala	
	ETG	ETP	EE = ETG / ETP	
1 Conalba S.A.	8,60%	62,20%	13,83%	
2 Palosa S.A.	19,30%	100,00%	19,30%	
3 Cribeca S.A.	13,10%	14,20%	92,25%	
4 Valero S.A.	33,70%	49,30%	68,36%	
5 Edificar S.A.	10,20%	15,00%	68,00%	
6 Consvisiva S.A.	28,10%	62,50%	44,96%	
7 Covigon S.A.	11,40%	100,00%	11,40%	
8 Arama S.A.	8,10%	8,50%	95,29%	
9 Prabyc Cia. Ltda.	3,20%	4,70%	68,09%	
10 Macconstrucciones S.A.	4,30%	8,40%	51,19%	
11 Inmosolucion S.A.	10,30%	89,00%	11,57%	
12 Corbal Cia. Ltda.	7,30%	16,80%	43,45%	
13 Conbaquerizo Cia. Ltda.	42,60%	100,00%	42,60%	
14 Traselec S.A.	18,90%	32,00%	59,06%	
15 Andrade Rodas S.A.	28,10%	54,10%	51,94%	
16 Moncayo Cia. Ltda.	4,70%	6,10%	77,05%	
17 Concalisa S.A.	27,80%	31,20%	89,10%	
18 Multihabitat S.A.	100,00%	100,00%	100,00%	
19 PMJ Cia. Ltda.	17,90%	19,20%	93,23%	
20 Ejeproy Cia. Ltda.	9,00%	16,70%	53,89%	
21 Estrella Viteri Cia. Ltda.	73,40%	89,50%	82,01%	
22 Vidal Cia. Ltda.	10,60%	17,00%	62,35%	
23 Eggoccp Cia. Ltda.	5,60%	5,60%	100,00%	

Fuente: Elaboración propia

En la Tabla 4.9 se presentan los resultados, en porcentaje, de los valores de eficiencia ETG y ETP obtenidos según los modelos DEA-CCR y DEA-BCC.

Nótese que la empresa Multihabitat S.A. que es eficiente en el modelo CCR, es también eficiente en el modelo BCC, lo que valida los cálculos efectuados. Esta empresa sería entonces la más eficiente de todas para este caso.

Como ya se esperaba, se puede observar que los valores de eficiencia ETG son menores o iguales que los valores de eficiencia ETP para todas las empresas, confirmándose lo expuesto en el Capítulo 1 de que, el estimador T_{CCR} es más exigente que el estimador T_{BCC} , porque la frontera eficiente de este estimador está más cercana a todas las unidades. Nótese también que al usar el estimador T_{CCR} , hay una sola empresa eficiente en cada caso y al usar el estimador T_{BCC} hay varias unidades eficientes

Esta mejora en los resultados de la eficiencia se debe a que al usar el estimador T_{BCC} , el número total de empresas se ha dividido en varios grupos y en cada grupo hay al menos dos empresas eficientes.

A partir de las puntuaciones de eficiencia de la tabla 4.9, se calcula la Eficiencia Escala (EE) mediante la expresión definida oportunamente en 1.4

$$ETG = (EE) \cdot (ETP)$$

o directamente:

$$EE = \frac{x'}{x}$$

Los valores así calculados, para cada una de las 23 empresas, se presentan en la quinta columna de la Tabla 4.9

Matemáticamente, para cualquier empresa, la eficiencia escala EE indica en que porcentaje debe reducirse la eficiencia técnica pura ETP para ser igual a la eficiencia técnica general ETG. Esta reducción se presenta al no considerar los rendimientos variables a escala. Por otro lado, si analizamos la ineficiencia técnica de una empresa, la EE representa una ineficiencia adicional que se tendría al no considerar los rendimientos variables a escala, es decir lo que una organización técnicamente eficiente puede mejorar en su productividad.

4.2.4 TOTAL INSUMOS vs. INGRESOS POR VENTAS

En este caso se evaluarán la eficiencia técnica general (ETG) y la eficiencia técnica pura (ETP), definidas en el Capítulo 1. Para ello se utilizarán los estimadores T_{CCR} y T_{BCC} y se calcularán los índices de Farrell respectivos.

En la Figura: 4.4 se han representado los datos correspondientes a las 23 empresas seleccionadas (*DMUs*) y se han trazado las fronteras eficientes de los T_{CCR} y T_{BCC} . Como

ejemplo para el cálculo se ha representado la unidad genérica DMU_0 , de coordenadas (x_0, y_0) , el punto de proyección sobre la envolvente CCR, $P(x', y_0)$ y el punto de proyección sobre la envolvente BCC, $Q(x, y_0)$.

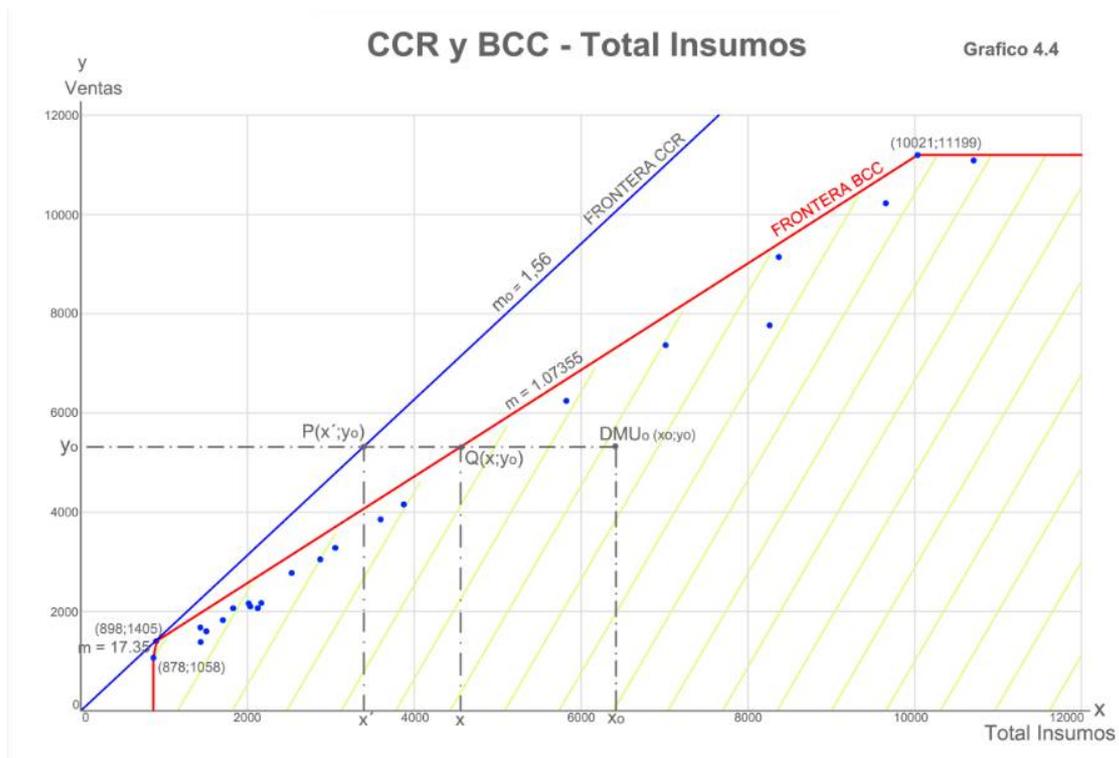


Figura 4.4. Representación de las 23 empresas, caso Total insumos vs. Ingreso por ventas, Modelos CCR y BCC.

Fuente: Elaboración propia.

Para el cálculo de la eficiencia es necesario determinar las abscisas x' , x correspondientes a la DMU_0 analizada:

$$x' = \frac{y_0}{m_0} \quad ; \quad x = x_1 + \frac{y_0 - y_1}{m}$$

La pendiente m_0 , de la envolvente CCR y las pendientes m de cada segmento de la envolvente BCC han sido calculadas previamente y constan en la gráfica.

A continuación se calculan los índices de eficiencia:

$$ETG = \frac{x'}{x_0} \quad ; \quad ETP = \frac{x}{x_0}$$

Con los datos seleccionados y con estos resultados parciales se llenó una hoja de cálculo en Excel para obtener el valor de los índices de eficiencia buscados.

En la Tabla 4.10 se presentan los cálculos realizados con el Modelo DEA-CCR input orientado para obtener el valor del índice de Eficiencia Técnica General (ETG) de cada una de las empresas consideradas.

En la Tabla 4.11 se presentan los cálculos correspondientes al Modelo DEA-BCC input orientado, en este caso para obtener el índice de Eficiencia Técnica Pura (ETP).

En la última columna, de las Tablas 4.10 y 4.11, se indica el porcentaje en que cada empresa debe reducir su cantidad de input (Total insumos) para ser eficiente, manteniendo la misma cantidad de output (Ingresos por ventas).

Tabla 4.10. Resultados de la ETG con la entrada Total insumos vs. la salida Ingresos por ventas, para el Modelo DEA - CCR, input orientado.

Total Insumos vs. Ingresos por Ventas / Modelo DEA-CCR							
	NOMBRE / RAZON SOCIAL	Total insumos utilizados (xo)	Ingresos por Ventas (yo)	$m=yo/xo$	$x=yo/1,56$	$ETG=x/xo$	Reducción del input
1	Conalba S.A.	9.644	10.211	1,06	6.526	0,677	32,3%
2	Palosa S.A.	8.368	9.130	1,09	5.835	0,697	30,3%
3	Cribecca S.A.	2.155	2.151	1,00	1.375	0,638	36,2%
4	Valero S.A.	898	1.405	1,56	898	1,000	0,0%
5	Edificar S.A.	2.516	2.773	1,10	1.772	0,704	29,6%
6	Consvivisa S.A.	5.821	6.231	1,07	3.983	0,684	31,6%
7	Covigon S.A.	10.021	11.199	1,12	7.158	0,714	28,6%
8	Arama S.A.	2.024	2.109	1,04	1.348	0,666	33,4%
9	Prabyc Cia. Ltda.	1.430	1.384	0,97	885	0,619	38,1%
10	Macconstrucciones S.A.	878	1.058	1,21	676	0,770	23,0%
11	Inmosolucion S.A.	10.696	11.091	1,04	7.089	0,663	33,7%
12	Corbal Cia. Ltda.	7.004	7.328	1,05	4.684	0,669	33,1%
13	Conbaquerizo Cia. Ltda.	8.251	7.762	0,94	4.961	0,601	39,9%
14	Traselec S.A.	3.044	3.282	1,08	2.098	0,689	31,1%
15	Andrade Rodas S.A.	3.869	4.149	1,07	2.652	0,685	31,5%
16	Moncayo Cia. Ltda.	1.491	1.580	1,06	1.010	0,677	32,3%
17	Concalsa S.A.	1.694	1.829	1,08	1.169	0,690	31,0%
18	Multihabitat S.A.	1.821	2.052	1,13	1.312	0,720	28,0%
19	PMJ Cia. Ltda.	2.008	2.132	1,06	1.363	0,679	32,1%
20	Ejeproy Cia. Ltda.	3.589	3.862	1,08	2.468	0,688	31,2%
21	Estrella Viteri Cia. Ltda.	1.427	1.683	1,18	1.076	0,754	24,6%
22	Vidal Cia. Ltda.	2.867	3.046	1,06	1.947	0,679	32,1%
23	Eggoccp Cia. Ltda.	2.118	2.045	0,97	1.307	0,617	38,3%

Fuente: Elaboración propia

Tabla 4.11. Resultados de la ETP con la entrada Total insumos vs. la salida Ingresos por ventas, para el Modelo BCC, input orientado

Total Insumos vs. Ingresos por Ventas / Modelo DEA-BCC									
NOMBRE / RAZON SOCIAL	Total insumos (x ₀)	Ingresos por Ventas (y ₀)	m	x ₁	y ₁	$x = x_1 + (y_0 - y_1)/m$	ETP = x/x ₀	Reducción del input (1-ETP)%	
1	Conalba S.A.	9.644	10.211	1,074	898	1.405	9.101	0,944	5,6%
2	Palosa S.A.	8.368	9.130	1,074	898	1.405	8.094	0,967	3,3%
3	Cribeca S.A.	2.155	2.151	1,074	898	1.405	1.593	0,739	26,1%
4	Valero S.A.	898	1.405	1,074	898	1.405	898	1,000	0,0%
5	Edificar S.A.	2.516	2.773	1,074	898	1.405	2.172	0,863	13,7%
6	Consvivisa S.A.	5.821	6.231	1,074	898	1.405	5.393	0,927	7,3%
7	Covigon S.A.	10.021	11.199	1,074	898	1.405	10.021	1,000	0,0%
8	Arama S.A.	2.024	2.109	1,074	898	1.405	1.554	0,768	23,2%
9	Prabyc Cia. Ltda.	1.430	1.384	17,350	878	1.058	897	0,627	37,3%
10	Macconstrucciones S.A.	878	1.058	17,350	878	1.058	878	1,000	0,0%
11	Inmosolucion S.A.	10.696	11.091	1,074	898	1.405	9.920	0,927	7,3%
12	Corbal Cia. Ltda.	7.004	7.328	1,074	898	1.405	6.415	0,916	8,4%
13	Conbaquerizo Cia. Ltda.	8.251	7.762	1,074	898	1.405	6.819	0,827	17,3%
14	Traselec S.A.	3.044	3.282	1,074	898	1.405	2.646	0,869	13,1%
15	Andrade Rodas S.A.	3.869	4.149	1,074	898	1.405	3.454	0,893	10,7%
16	Moncayo Cia. Ltda.	1.491	1.580	1,074	898	1.405	1.061	0,712	28,8%
17	Concalsa S.A.	1.694	1.829	1,074	898	1.405	1.293	0,763	23,7%
18	Multihabitat S.A.	1.821	2.052	1,074	898	1.405	1.501	0,824	17,6%
19	PMJ Cia. Ltda.	2.008	2.132	1,074	898	1.405	1.575	0,784	21,6%
20	Ejeproy Cia. Ltda.	3.589	3.862	1,074	898	1.405	3.187	0,888	11,2%
21	Estrella Viteri Cia. Ltda.	1.427	1.683	1,074	898	1.405	1.157	0,811	18,9%
22	Vidal Cia. Ltda.	2.867	3.046	1,074	898	1.405	2.427	0,846	15,4%
23	Eggoccp Cia. Ltda.	2.118	2.045	1,074	898	1.405	1.494	0,705	29,5%

Fuente: Elaboración propia

Tabla 4.12. Índices de Eficiencia por empresa, 1 input (Total insumos) - 1 output (Ingresos por ventas).

Puntuaciones de Eficiencia (%)		Total Insumos vs. Ventas		
NOMBRE / RAZON SOCIAL	Modelo DEA-CCR	Modelo DEA-BCC	Eficiencia Escala	
	ETG	ETP	EE = ETG / ETP	
1	Conalba S.A.	67,90%	94,40%	71,93%
2	Palosa S.A.	69,90%	96,70%	72,29%
3	Cribeca S.A.	64,00%	73,90%	86,60%
4	Valero S.A.	100,00%	100,00%	100,00%
5	Edificar S.A.	70,70%	86,30%	81,92%
6	Consvivisa S.A.	68,60%	92,70%	74,00%
7	Covigon S.A.	71,60%	100,00%	71,60%
8	Arama S.A.	66,80%	76,80%	86,98%
9	Prabyc Cia. Ltda.	62,00%	62,70%	98,88%
10	Macconstrucciones S.A.	77,20%	100,00%	77,20%
11	Inmosolucion S.A.	66,50%	92,70%	71,74%
12	Corbal Cia. Ltda.	67,10%	91,60%	73,25%
13	Conbaquerizo Cia. Ltda.	60,30%	82,70%	72,91%
14	Traselec S.A.	69,10%	86,90%	79,52%
15	Andrade Rodas S.A.	68,70%	89,30%	76,93%
16	Moncayo Cia. Ltda.	67,90%	71,20%	95,37%
17	Concalsa S.A.	69,20%	76,30%	90,69%
18	Multihabitat S.A.	72,20%	82,40%	87,62%
19	PMJ Cia. Ltda.	68,10%	78,40%	86,86%
20	Ejeproy Cia. Ltda.	69,00%	88,80%	77,70%
21	Estrella Viteri Cia. Ltda.	75,60%	81,10%	93,22%
22	Vidal Cia. Ltda.	68,10%	84,60%	80,50%
23	Eggoccp Cia. Ltda.	61,90%	70,50%	87,80%

Fuente: Elaboración propia

En la Tabla 4.12 se presentan los resultados, en porcentaje, de los valores de eficiencia ETG y ETP obtenidos según los modelos DEA-CCR y DEA-BCC.

Nótese que la empresa Valero S.A. que es eficiente en el modelo CCR, es también eficiente en el modelo BCC, lo que valida los cálculos efectuados. Esta empresa sería entonces la más eficiente de todas para este caso.

Como ya se esperaba, se puede observar que los valores de eficiencia ETG son menores o iguales que los valores de eficiencia ETP para todas las empresas, confirmándose lo expuesto en el Capítulo 1 de que, el estimador T_{CCR} es más exigente que el estimador T_{BCC} , porque la frontera eficiente de este estimador está más cercana a todas las unidades. Nótese también que al usar el estimador T_{CCR} , hay una sola empresa eficiente en cada caso y al usar el estimador T_{BCC} hay varias unidades eficientes

Esta mejora en los resultados de la eficiencia se debe a que al usar el estimador T_{BCC} , el número total de empresas se ha dividido en varios grupos y en cada grupo hay al menos dos empresas eficientes.

A partir de las puntuaciones de eficiencia de la Tabla 4.12, se calcula la Eficiencia Escala (EE) mediante la expresión definida oportunamente en 1.4

$$ETG = (EE) \cdot (ETP)$$

o directamente:

$$EE = \frac{x'}{x}$$

Los valores así calculados, para cada una de las 23 empresas, se presentan en la quinta columna de la Tabla 4.12

Matemáticamente, para cualquier empresa, la eficiencia escala EE indica en que porcentaje debe reducirse la eficiencia técnica pura ETP para ser igual a la eficiencia técnica general ETG. Esta reducción se presenta al no considerar los rendimientos variables a escala. Por otro lado, si analizamos la ineficiencia técnica de una empresa, la EE representa una ineficiencia adicional que se tendría al no considerar los rendimientos variables a escala, es decir lo que una organización técnicamente eficiente puede mejorar en su productividad.

4.2.5 OBSERVACIONES SOBRE LOS CASOS DE 1 INPUT -1 OUTPUT

Una vez terminados de analizar los 4 casos de 1 input – 1 output, se propone observar las empresas que aparecen con más frecuencia como eficientes. Para ello se elaboró la Tabla 4.13, que muestra las empresas eficientes para cada caso.

Tabla 4.13. Empresas eficientes para los casos 1 input – 1 output, según los modelos DEA – CCR y DEA - BCC

EMPRESAS EFICIENTES PARA 1 INPUT - 1 OUTPUT		
INPUT	DEA-CRR	DEA-BCC
Patrimonio	Ejeproy Cia. Ltda.	Covigon S.A.
		Conbaquerizo Cia. Ltda.
		Ejeproy Cia. Ltda.
		Vidal Cia. Ltda.
		Eggoccp Cia. Ltda.
Materiales y Gastos Operativos	Macconstrucciones S.A.	Covigon S.A.
		Prabyc Cia. Ltda.
		Macconstrucciones S.A.
Gasto en Personal	Multihabitat S.A.	Covigon S.A.
		Conbaquerizo Cia. Ltda.
		Multihabitat S.A.
Total Insumos	Valero S.A.	Valero S.A.
		Covigon S.A.
		Macconstrucciones S.A.

Fuente: Elaboración propia

Nótese que las empresas eficientes son diferentes según el input que se analiza. Por ejemplo, la empresa Ejeproy Cia. Ltda. que es la más eficiente si comparamos su patrimonio con su nivel de ventas, no vuelve a ser eficiente en ningún otro caso. Por el contrario, la empresa Covigon S.A. es eficiente en todos los casos. Conbaquerizo Cia. Ltda. y Macconstrucciones S.A. son eficientes en dos casos. Se puede concluir, entonces, que estas empresas forman el grupo de las más eficientes hasta lo que va del presente estudio.

Poder analizar por separado estos casos es uno de los objetivos planteados al inicio del capítulo y justifica el estudio de 1 input – 1 output. Nótese también lo importante de utilizar el input Total insumos, con el objeto de comparar con los resultados que se obtendrán cuando se usen los inputs Materiales y gastos operativos y Gasto en personal, por separado.

4.3 CASOS CCR : 2 INPUT – 1 OUPUT

Lo que se pretende al analizar estos casos es observar el cambio en los valores de la eficiencia anteriores al incorporar un input más. Ahora se podrá observar la eficiencia de cualquiera de las empresas seleccionadas, al tomar un par de inputs simultáneamente, por ejemplo Patrimonio e Insumos totales.

Antes de estudiar estos casos, conviene indicar lo siguiente: Con los 4 inputs considerados son posibles 6 combinaciones al formar parejas entre ellos. De éstas se analizarán 4 y se desecharán 2. Las parejas de inputs que no se utilizarán son: Materiales y gastos operativos – Insumos, y Gasto en personal – Insumos. La razón para descartarlas es porque el input Insumos es la suma de los otros dos.

4.3.1 PATRIMONIO – MATERIALES vs. INGRESOS POR VENTAS

Para la representación gráfica (Figura 4.5) de este caso, en el eje horizontal (x) se representa la razón *Patrimonio/Ventas*, y en el eje vertical (y) la razón *Materiales/Ventas*. Estos valores se presentan en la tabla de Excel como x_0 y y_0 respectivamente y han sido multiplicados por 100 y aproximados al entero más cercano.

Se ha representado la envolvente determinada por las empresas eficientes, indicando la pendiente (m) de cada segmento de la misma. También se han trazado los radios vectores, con sus respectivas pendientes, correspondientes a las unidades eficientes. Estos radios vectores delimitan los conos I y II que permiten formar grupos de unidades para efectos de cálculo. Para mayores detalles referirse al subtema 1.3.3, El Método de Farrell, de este trabajo de investigación.

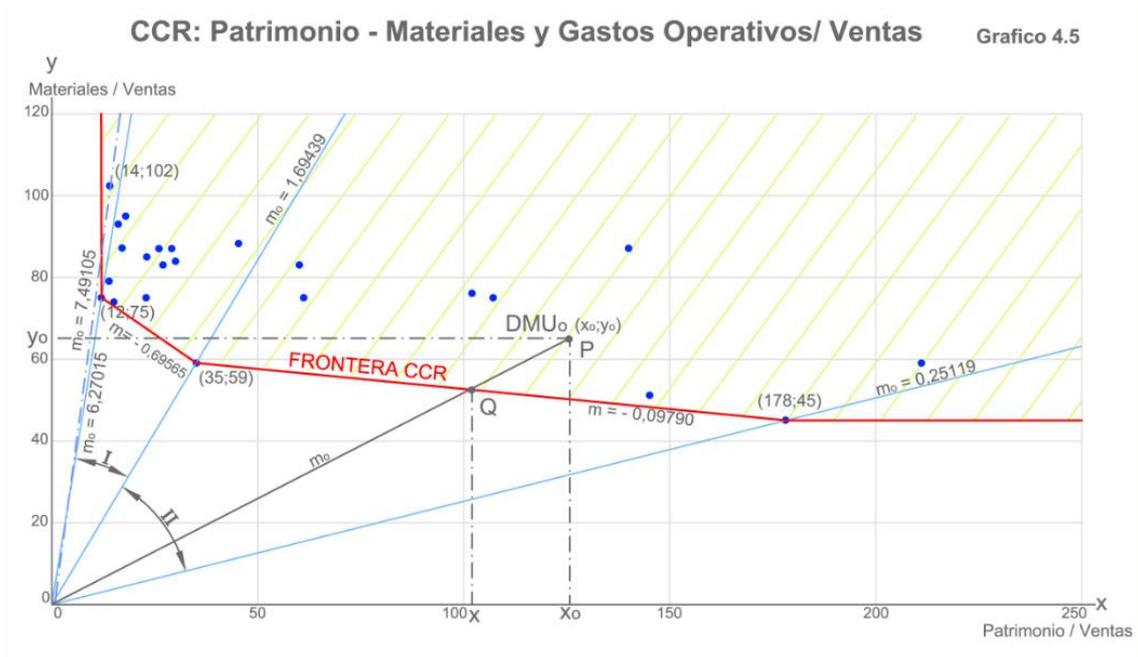


Figura 4.5. Representación de las 23 empresas, caso Patrimonio - Materiales y gastos operativos vs. Ingreso por ventas, Modelos CCR.

Fuente: Elaboración propia.

La frontera eficiente representada en este caso corresponde al estimador T_{CCR} que permite calcular el índice de eficiencia técnica general (ETG)

$$ETG = \frac{\overline{OQ}}{\overline{OP}} = \frac{x}{x_0}$$

Siendo

$$x = \frac{mx_1 - y_1}{m - m_0}$$

Los valores de x_1 y y_1 dependen del cono al que pertenece la unidad evaluada.

Para cada grupo de unidades I y II se ha procedido a evaluar la eficiencia en una secuencia de cálculos realizados en la Tabla 4.14 de Excel.

En la última columna de esta tabla se indica la reducción porcentual, que la unidad ineficiente, debe realizar en sus inputs (patrimonio – materiales y gastos operativos) para alcanzar la eficiencia, manteniendo su nivel actual de output (ingresos por ventas).

Es de notar que en este modelo CCR: 2 inputs - 1 output, hay varias empresas eficientes que definen la envolvente, a diferencia de los modelos CCR: 1 input - 1 output, en los cuales existe solamente una empresa eficiente. Esto en general significa una mejora en el índice de eficiencia para todas las empresas. Estos resultados son plenamente justificables, pues al tomarse 2 inputs, uno de ellos compensaría de alguna manera la ineficiencia del otro.

Tabla 4.14. Cálculo de la ETG, 2 input (Patrimonio - Materiales y gastos operativos) vs., 1 output (Ingresos por ventas), para el Modelo DEA - CCR, input orientado.

Patrimonio - Materiales y gastos operativos vs. Ingresos por Ventas / Modelo DEA-CCR													
NOMBRE / RAZON SOCIAL		Total Patrimonio	Materia-les y gas-tos operativos	Ingresos por Ventas	Xo = patrimonio o/ventas	Yo = materiales/ventas	mo = Yo/Xo	m	X1	Y1	X = (m.X1-Y1) / (m-mo)	ETG = X/Xo	Reducción del input
1	Conalba S.A.	6.231	7.674	10.211	61,0224	75,1542	1,2316	-0,0979	35,0000	59,3040	47,1841	0,7732	22,7%
2	Palosa S.A.	5.522	7.583	9.130	60,4819	83,0559	1,3732	-0,0979	35,0000	59,3040	42,6409	0,7050	29,5%
3	Cribeca S.A.	3.006	1.881	2.151	139,7490	87,4477	0,6257	-0,0979	35,0000	59,3040	86,6864	0,6203	38,0%
4	Valero S.A.	2.963	829	1.405	210,8897	59,0036	0,2798	-0,0979	35,0000	59,3040	166,0926	0,7876	21,2%
5	Edificar S.A.	2.960	2.066	2.773	106,7436	74,5041	0,6980	-0,0979	35,0000	59,3040	78,8197	0,7384	26,2%
6	Consvivisa S.A.	2.823	5.453	6.231	45,3057	87,5140	1,9316	-0,6957	11,8850	74,5210	31,5112	0,6955	30,4%
7	Covigon S.A.	2.560	8.394	11.199	22,8592	74,9531	3,2789	-0,6957	11,8850	74,5210	20,8297	0,9112	8,9%
8	Arama S.A.	2.158	1.595	2.109	102,3234	75,6283	0,7391	-0,0979	35,0000	59,3040	74,9459	0,7324	26,8%
9	Prabyc Cia. Ltda.	2.010	703	1.384	145,2312	50,7948	0,3498	-0,0979	35,0000	59,3040	140,1325	0,9649	3,5%
10	Macconstrucciones S.A.	1.883	473	1.058	177,9773	44,7070	0,2512	-0,0979	177,9773	44,7070	177,9773	1,0000	0,0%
11	Inmosolucion S.A.	1.852	10.519	11.091	16,6982	94,8427	5,6798	-0,6957	11,8850	74,5210	12,9856	0,7777	22,2%
12	Corbal Cia. Ltda.	1.111	6.838	7.328	15,1610	93,3133	6,1548	-0,6957	11,8850	74,5210	12,0851	0,7971	20,3%
13	Conbaquerizo Cia. Ltda.	1.061	7.948	7.762	13,6692	102,3963	7,4910					0,8813	11,9%
14	Traselec S.A.	996	2.757	3.282	30,3473	84,0037	2,7681	-0,6957	11,8850	74,5210	23,9017	0,7876	21,2%
15	Andrade Rodas S.A.	712	3.625	4.149	17,1608	87,3705	5,0913	-0,6957	11,8850	74,5210	14,3061	0,8337	16,6%
16	Moncayo Cia. Ltda.	553	937	1.580	35,0000	59,3038	1,6944	-0,6957	35,0000	59,3040	35,0001	1,0000	0,0%
17	Concalisa S.A.	531	1.585	1.829	29,0323	86,6594	2,9849	-0,6957	11,8850	74,5210	22,4934	0,7748	22,5%
18	Multihabitat S.A.	527	1.787	2.052	25,6823	87,0858	3,3909	-0,6957	11,8850	74,5210	20,2589	0,7888	21,1%
19	PMJ Cia. Ltda.	486	1.810	2.132	22,7955	84,8968	3,7243	-0,6957	11,8850	74,5210	18,7308	0,8217	17,8%
20	Ejeproy Cia. Ltda.	459	2.878	3.862	11,8850	74,5210	6,2702	-0,6957	11,8850	74,5210	11,8850	1,0000	0,0%
21	Estrella Viteri Cia. Ltda.	453	1.389	1.683	26,9162	82,5312	3,0662	-0,6957	11,8850	74,5210	22,0073	0,8176	18,2%
22	Vidal Cia. Ltda.	387	2.392	3.046	12,7052	78,5292	6,1809	-0,6957	11,8850	74,5210	12,0393	0,9476	5,2%
23	Eggoccp Cia. Ltda.	311	1.508	2.045	15,2078	73,7408	4,8489	-0,6957	11,8850	74,5210	14,9316	0,9818	1,8%

Fuente: Elaboración propia

4.3.2 PATRIMONIO – GASTO EN PERSONAL vs. INGRESOS POR VENTAS

Para la representación gráfica (Figura 4.6) de este caso, en el eje horizontal (x) se representa la razón *Patrimonio/Ventas*, y en el eje vertical (y) la razón *Gasto en personal/Ventas*. Estos valores se presentan en la tabla de Excel como x_0 y y_0 respectivamente y han sido multiplicados por 100 y aproximados al entero más cercano.

Se ha representado la envolvente determinada por las empresas eficientes, indicando la pendiente (m) de cada segmento de la misma. También se han trazado los radios vectores, con sus respectivas pendientes, correspondientes a las unidades eficientes. Estos radios vectores delimitan los conos I y II que permiten formar grupos de unidades para efectos de cálculo. Para mayores detalles referirse al subtema 1.3.3, El Método de Farrell, de este trabajo de investigación.

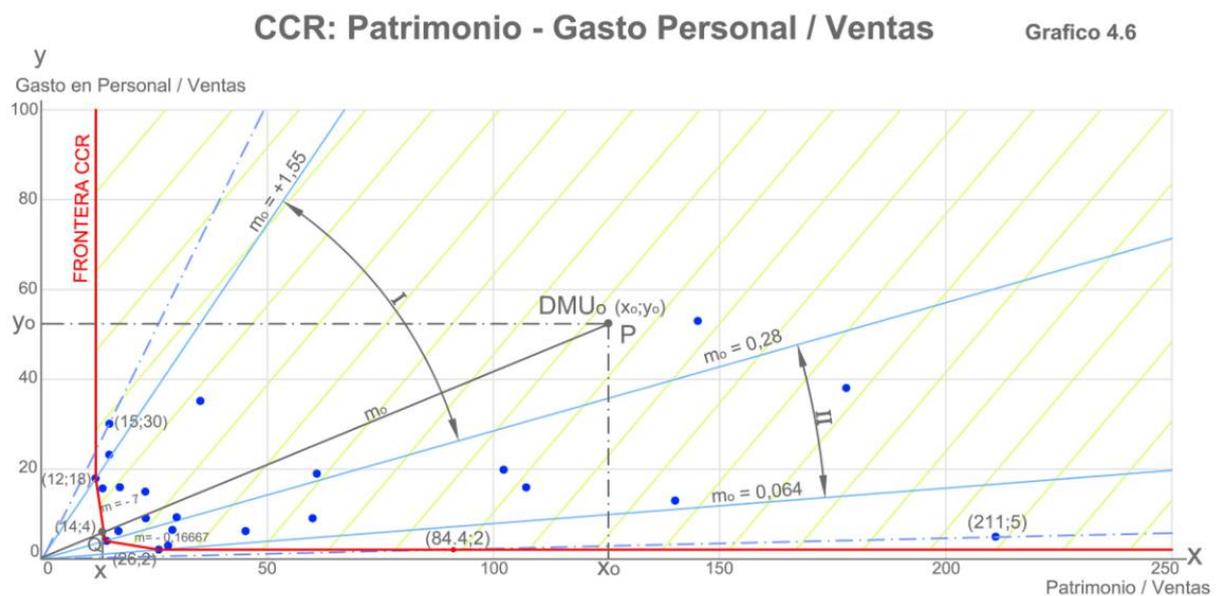


Figura 4.6. Representación de las 23 empresas, caso Patrimonio – Gasto personal vs. Ingreso por ventas, Modelos CCR.

Fuente: Elaboración propia.

La frontera eficiente representada en este caso corresponde al estimador T_{CCR} que permite calcular el índice de eficiencia técnica general (ETG)

$$ETG = \frac{\overline{OQ}}{\overline{OP}} = \frac{x}{x_0}$$

Siendo

$$x = \frac{mx_1 - y_1}{m - m_0}$$

Los valores de x_1 y y_1 dependen del cono al que pertenece la unidad evaluada.

Para cada grupo de unidades I y II se ha procedido a evaluar la eficiencia en una secuencia de cálculos realizados en la Tabla 4.15 de Excel.

En la última columna de esta tabla se indica la reducción porcentual, que la unidad ineficiente, debe realizar en sus inputs (patrimonio – materiales y gastos operativos) para alcanzar la eficiencia, manteniendo su nivel actual de output (ingresos por ventas).

Es de notar que en este modelo CCR 2 inputs- 1 output, hay varias empresas eficientes que definen la envolvente, a diferencia de los modelos CCR 1 input-1 output, en los cuales existe solamente una empresa eficiente. Esto en general significa una mejora en el índice de eficiencia para todas las empresas. Estos resultados son plenamente justificables, pues al tomarse 2 inputs, uno de ellos compensaría de alguna manera la ineficiencia del otro.

Tabla 4.15. Cálculo de la ETG, 2 input (Patrimonio - Gasto en personal) vs., 1 output (Ingresos por ventas), para el Modelo DEA - CCR, input orientado

Patrimonio - Gasto en personal vs. Ingresos por Ventas / Modelo DEA-CCR													
NOMBRE / RAZON SOCIAL		Total Patrimonio	Gasto Personal	Ingresos por Ventas	Xo = patrimonio o/ventas	Yo = GastoPersonal/ventas	mo = Yo/Xo	m	X1	Y1	X = (m.X1 - Y1) / (m-mo)	ETG = X/Xo	Reducción del input
1	Conalba S.A.	6.231	1.969	10.211	61,0224	19,2831	0,3160	-7,0000	11,8850	18,4360	13,8916	0,2276	77,2%
2	Palosa S.A.	5.522	784	9.130	60,4819	8,5871	0,1420	-0,1667	13,6692	3,8907	19,9870	0,3305	67,0%
3	Cribeca S.A.	3.006	273	2.151	139,7490	12,6918	0,0908	-0,1667	13,6692	3,8907	23,9582	0,1714	82,9%
4	Valero S.A.	2.963	69	1.405	210,8897	4,9110	0,0233				71,2516	0,3379	66,2%
5	Edificar S.A.	2.960	451	2.773	106,7436	16,2640	0,1524	-0,1667	13,6692	3,8907	19,3363	0,1811	81,9%
6	Consvivisa S.A.	2.823	368	6.231	45,3057	5,9060	0,1304	-0,1667	25,6823	1,6569	19,9893	0,4412	55,9%
7	Covigon S.A.	2.560	1.627	11.199	22,8592	14,5281	0,6355	-7,0000	11,8850	18,4360	13,3102	0,5823	41,8%
8	Arama S.A.	2.158	429	2.109	102,3234	20,3414	0,1988	-0,1667	13,6692	3,8907	16,8797	0,1650	83,5%
9	Prabyc Cia. Ltda.	2.010	727	1.384	145,2312	52,5289	0,3617	-7,0000	11,8850	18,4360	13,8054	0,0951	90,5%
10	Macconstrucciones S.A.	1.883	405	1.058	177,9773	38,2798	0,2151	-0,1667	13,6692	3,8907	16,1595	0,0908	90,9%
11	Inmosolucion S.A.	1.852	1.778	11.091	16,6982	16,0310	0,9600	-7,0000	11,8850	18,4360	12,7676	0,7646	23,5%
12	Corbal Cia. Ltda.	1.111	1.673	7.328	15,1610	22,8302	1,5059	-7,0000	11,8850	18,4360	11,9484	0,7881	21,2%
13	Conbaquerizo Cia. Ltda.	1.061	302	7.762	13,6692	3,8907	0,2846	-7,0000	13,6692	3,8907	13,6692	1,0000	0,0%
14	Traselec S.A.	996	287	3.282	30,3473	8,7447	0,2882	-7,0000	11,8850	18,4360	13,9447	0,4595	54,0%
15	Andrade Rodas S.A.	712	245	4.149	17,1608	5,9050	0,3441	-7,0000	11,8850	18,4360	13,8385	0,8064	19,4%
16	Moncayo Cia. Ltda.	553	554	1.580	35,0000	35,0633	1,0018	-7,0000	11,8850	18,4360	12,7010	0,3629	63,7%
17	Concalsa S.A.	531	109	1.829	29,0323	5,9595	0,2053	-0,1667	13,6692	3,8907	16,5857	0,5713	42,9%
18	Multihabitat S.A.	527	34	2.052	25,6823	1,6569	0,0645	-0,1667	25,6823	1,6569	25,6822	1,0000	0,0%
19	PMJ Cia. Ltda.	486	197	2.132	22,7955	9,2402	0,4053	-7,0000	11,8850	18,4360	13,7240	0,6020	39,8%
20	Ejeproy Cia. Ltda.	459	712	3.862	11,8850	18,4360	1,5512	-7,0000	11,8850	18,4360	11,8850	1,0000	0,0%
21	Estrella Viteri Cia. Ltda.	453	38	1.683	26,9162	2,2579	0,0839	-0,1667	25,6823	1,6569	23,6968	0,8804	12,0%
22	Vidal Cia. Ltda.	387	474	3.046	12,7052	15,5614	1,2248	-7,0000	11,8850	18,4360	12,3566	0,9726	2,7%
23	Egoccp Cia. Ltda.	311	610	2.045	15,2078	29,8289	1,9614				11,8850	0,7815	21,8%

Fuente: Elaboración propia

4.3.3 PATRIMONIO – TOTAL INSUMOS vs. INGRESOS POR VENTAS

Para la representación gráfica (Figura 4.7) de este caso, en el eje horizontal (x) se representa la razón *Patrimonio/Ventas*, y en el eje vertical (y) la razón *Total insumos/Ventas*. Estos valores se presentan en la tabla de Excel como x_0 y y_0 respectivamente y han sido multiplicados por 100 y aproximados al entero más cercano.

Se ha representado la envolvente determinada por las empresas eficientes, indicando la pendiente (m) de cada segmento de la misma. También se han trazado los radios vectores, con sus respectivas pendientes, correspondientes a las unidades eficientes. Estos radios vectores delimitan los conos I y II que permiten formar grupos de unidades para efectos de cálculo. Para mayores detalles referirse al subtema 1.3.3, El Método de Farrell, de este trabajo de investigación.

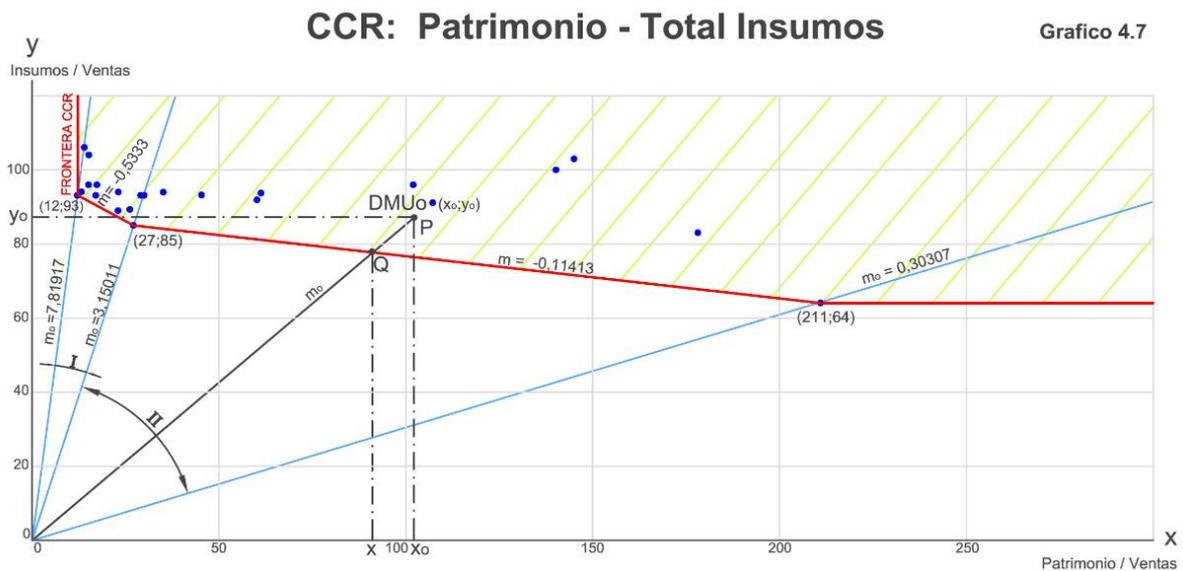


Figura 4.7. Representación de las 23 empresas, caso Patrimonio – Total insumos vs. Ingreso por ventas, Modelos CCR.

Fuente: Elaboración propia.

La frontera eficiente representada en este caso corresponde al estimador T_{CCR} que permite calcular el índice de eficiencia técnica general (ETG)

$$ETG = \frac{\overline{OQ}}{\overline{OP}} = \frac{x}{x_0}$$

Siendo

$$x = \frac{mx_1 - y_1}{m - m_0}$$

Los valores de x_1 y y_1 dependen del cono al que pertenece la unidad evaluada.

Para cada grupo de unidades I y II se ha procedido a evaluar la eficiencia en una secuencia de cálculos realizados en la Tabla 4.16 de Excel.

En la última columna de esta tabla se indica la reducción porcentual, que la unidad ineficiente, debe realizar en sus inputs (patrimonio – materiales y gastos operativos) para alcanzar la eficiencia, manteniendo su nivel actual de output (ingresos por ventas).

Es de notar que en este modelo CCR 2 inputs- 1 output, hay varias empresas eficientes que definen la envolvente, a diferencia de los modelos CCR 1 input-1 output, en los cuales existe solamente una empresa eficiente. Esto en general significa una mejora en el índice de eficiencia para todas las empresas. Estos resultados son plenamente justificables, pues al tomarse 2 inputs, uno de ellos compensaría de alguna manera la ineficiencia del otro.

Tabla 4.16. Cálculo de la ETG, 2 input (Patrimonio - Total insumos) vs., 1 output (Ingresos por ventas), para el Modelo DEA - CCR, input orientado

Patrimonio - Total Insumos vs. Ingresos por Ventas / Modelo DEA-CCR													
NOMBRE / RAZON SOCIAL	Total Patrimonio	Total insumos utilizados	Ingresos por Ventas	Xo = patrimonio/ventas	Yo = insumos/ventas	mo = Yo/Xo	m	X1	Y1	X = (m.X1-Y1) / (m-mo)	ETG = X/Xo	Reducción del input	
1	Conalba S.A.	6.231	9.644	10.211	61,0224	94,4472	1,5477	-0,1141	26,9162	84,7891	52,8686	0,8664	13,4%
2	Palosa S.A.	5.522	8.368	9.130	60,4819	91,6539	1,5154	-0,1141	26,9162	84,7891	53,9183	0,8915	10,9%
3	Cribecca S.A.	3.006	2.155	2.151	139,7490	100,1860	0,7169	-0,1141	26,9162	84,7891	105,7255	0,7565	24,3%
4	Valero S.A.	2.963	898	1.405	210,8897	63,9146	0,3031	-0,1141	210,8897	63,9146	210,8897	1,0000	0,0%
5	Edificar S.A.	2.960	2.516	2.773	106,7436	90,7321	0,8500	-0,1141	26,9162	84,7891	91,1299	0,8537	14,6%
6	Consvisia S.A.	2.823	5.821	6.231	45,3057	93,4200	2,0620	-0,1141	26,9162	84,7891	40,3751	0,8912	10,9%
7	Covigon S.A.	2.560	10.021	11.199	22,8592	89,4812	3,9145	-0,5333	11,885	92,9311	22,3189	0,9764	2,4%
8	Arama S.A.	2.158	2.024	2.109	102,3234	95,9697	0,9379	-0,1141	26,9162	84,7891	83,5153	0,8162	18,4%
9	Prabyc Cia. Ltda.	2.010	1.430	1.384	145,2312	103,3237	0,7114	-0,1141	26,9162	84,7891	106,4243	0,7328	26,7%
10	Macconstrucciones S.A.	1.883	878	1.058	177,9773	82,9868	0,4663	-0,1141	26,9162	84,7891	151,3783	0,8505	14,9%
11	Inmosolucion S.A.	1.852	10.696	11.091	16,6982	96,4386	5,7754	-0,5333	11,885	92,9311	15,7353	0,9423	5,8%
12	Corbal Cia. Ltda.	1.111	7.004	7.328	15,1610	95,5786	6,3042	-0,5333	11,885	92,9311	14,5183	0,9576	4,2%
13	Conbaquerizo Cia. Ltda.	1.061	8.251	7.762	13,6692	106,2999	7,7766	-0,5333	11,885	92,9311	11,9459	0,8739	12,6%
14	Traselec S.A.	996	3.044	3.282	30,3473	92,7483	3,0562	-0,1141	26,9162	84,7891	27,7133	0,9132	8,7%
15	Andrade Rodas S.A.	712	3.869	4.149	17,1608	93,2514	5,4340	-0,5333	11,885	92,9311	16,6356	0,9694	3,1%
16	Moncayo Cia. Ltda.	553	1.491	1.580	35,0000	94,3671	2,6962	-0,1141	26,9162	84,7891	31,2636	0,8932	10,7%
17	Concalisa S.A.	531	1.694	1.829	29,0323	92,6189	3,1902	-0,5333	11,885	92,9311	26,6601	0,9183	8,2%
18	Multihabitat S.A.	527	1.821	2.052	25,6823	88,7427	3,4554	-0,5333	11,885	92,9311	24,8875	0,9691	3,1%
19	PMJ Cia. Ltda.	486	2.008	2.132	22,7955	94,1839	4,1317	-0,5333	11,885	92,9311	21,2796	0,9335	6,6%
20	Ejeproy Cia. Ltda.	459	3.589	3.862	11,8850	92,9311	7,8192	-0,5333	11,885	92,9311	11,8850	1,0000	0,0%
21	Estrella Viteri Cia. Ltda.	453	1.427	1.683	26,9162	84,7891	3,1501	-0,5333	26,9162	84,7891	26,9162	1,0000	0,0%
22	Vidal Cia. Ltda.	387	2.867	3.046	12,7052	94,1234	7,4083	-0,5333	11,885	92,9311	12,5000	0,9838	1,6%
23	Eggoccp Cia. Ltda.	311	2.118	2.045	15,2078	103,5697	6,8103	-0,5333	11,885	92,9311	13,5178	0,8889	11,1%

Fuente: Elaboración propia

4.3.4 MATERIALES – GASTO EN PERSONAL vs. INGRESOS POR VENTAS

Para la representación gráfica (Figura 4.8) de este caso, en el eje horizontal (x) se representa la razón *Materiales/Ventas*, y en el eje vertical (y) la razón *Gasto Personal/Ventas*. Estos valores se representan en la tabla de Excel como x_0 y y_0 respectivamente y han sido multiplicados por 100 y aproximados al entero más cercano.

Se ha representado la envolvente determinada por las empresas eficientes, indicando la pendiente (m) de cada segmento de la misma. También se han trazado los radios vectores, con sus respectivas pendientes, correspondientes a las unidades eficientes. Estos radios vectores delimitan los conos I y II que permiten formar grupos de unidades para efectos de cálculo. Para mayores detalles referirse al subtema 1.3.3, El Método de Farrell, de este trabajo de investigación.

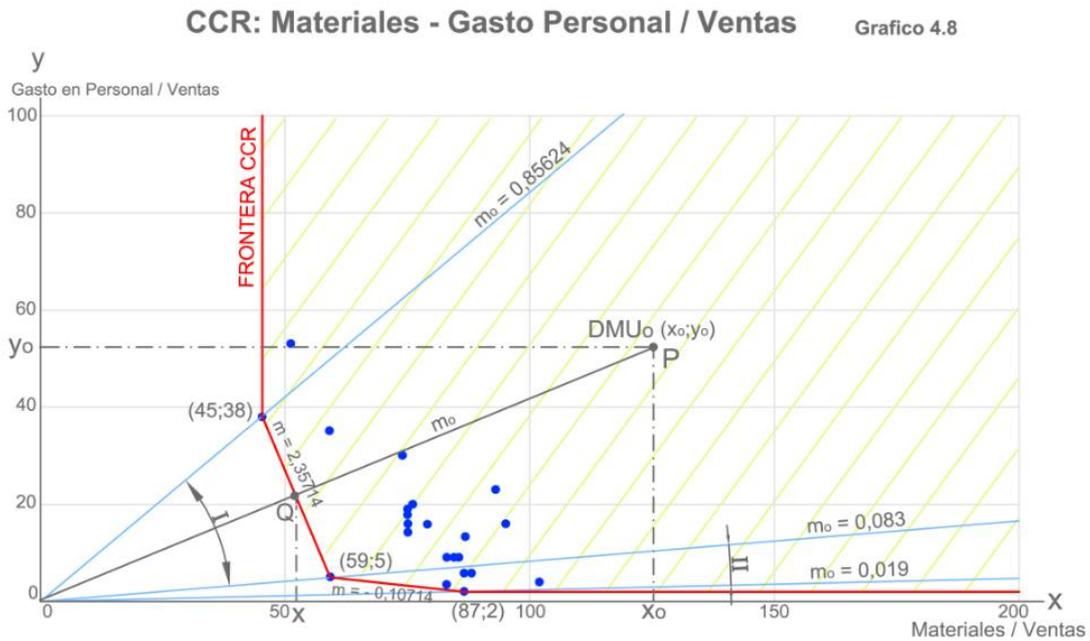


Figura 4.8. Representación de las 23 empresas, caso Materiales y gastos operativos – Gasto personal vs. Ingreso por ventas, Modelos CCR

Fuente: Elaboración propia

La frontera eficiente representada en este caso corresponde al estimador T_{CCR} que permite calcular el índice de eficiencia técnica general (ETG)

$$ETG = \frac{\overline{OQ}}{\overline{OP}} = \frac{x}{x_0}$$

Siendo

$$x = \frac{mx_1 - y_1}{m - m_0}$$

Los valores de x_1 y y_1 dependen del cono al que pertenece la unidad evaluada. Para cada grupo de unidades I y II se ha procedido a evaluar la eficiencia en una secuencia de cálculos realizados en la Tabla 4.17 de Excel.

En la última columna de esta tabla se indica la reducción porcentual, que la unidad ineficiente, debe realizar en sus inputs (patrimonio – materiales y gastos operativos) para alcanzar la eficiencia, manteniendo su nivel actual de output (ingresos por ventas).

Es de notar que en este modelo CCR: 2 inputs - 1 output, hay varias empresas eficientes que definen la envolvente, a diferencia de los modelos CCR: 1 input - 1 output, en los cuales existe solamente una empresa eficiente. Esto en general significa una mejora en el índice de eficiencia para todas las empresas. Estos resultados son plenamente justificables, pues al tomarse 2 inputs, uno de ellos compensaría de alguna manera la ineficiencia del otro.

Tabla 4.17. Cálculo de la ETG, 2 input (Materiales y gastos operativos - Gasto en personal) vs., 1 output (Ingresos por ventas), para el Modelo DEA - CCR, input orientado

Materiales y gastos operativos - Gasto en Personal vs. Ingresos por Ventas / Modelo DEA-CCR													
NOMBRE / RAZON SOCIAL		Materiales y gastos operativos	Gasto Personal	Ingresos por Ventas	Xo = materiales/ventas	Yo = GastoPer./ventas	mo = Yo/Xo	m	X1	Y1	X = (m.X1-Y1) / (m-mo)	ETG = X/Xo	Reducción del input
1	Conalba S.A.	7.674	1.969	10.211	75,1542	19,2831	0,2566	-2,3571	44,707	38,2798	54,9640	0,7313	26,9%
2	Palosa S.A.	7.583	784	9.130	83,0559	8,5871	0,1034	-2,3571	44,707	38,2798	58,3860	0,7030	29,7%
3	Cribecca S.A.	1.881	273	2.151	87,4477	12,6918	0,1451	-2,3571	44,707	38,2798	57,4119	0,6565	34,3%
4	Valero S.A.	829	69	1.405	59,0036	4,9110	0,0832	-2,3571	59,0036	4,911	59,0036	1,0000	0,0%
5	Edificar S.A.	2.066	451	2.773	74,5041	16,2640	0,2183	-2,3571	44,707	38,2798	55,7810	0,7487	25,1%
6	Consvivisa S.A.	5.453	368	6.231	87,5140	5,9060	0,0675	-0,1071	59,0036	4,911	64,3241	0,7350	26,5%
7	Covigon S.A.	8.394	1.627	11.199	74,9531	14,5281	0,1938	-2,3571	44,707	38,2798	56,3160	0,7514	24,9%
8	Arama S.A.	1.595	429	2.109	75,6283	20,3414	0,2690	-2,3571	44,707	38,2798	54,7048	0,7233	27,7%
9	Prabyc Cia. Ltda.	703	727	1.384	50,7948	52,5289	1,0341					0,8780	12,2%
10	Macconstrucciones S.A.	473	405	1.058	44,7070	38,2798	0,8562	-2,3571	44,707	38,2798	44,7070	1,0000	0,0%
11	Inmosolucion S.A.	10.519	1.778	11.091	94,8427	16,0310	0,1690	-2,3571	44,707	38,2798	56,8689	0,5996	40,0%
12	Corbal Cia. Ltda.	6.838	1.673	7.328	93,3133	22,8302	0,2447	-2,3571	44,707	38,2798	55,2157	0,5917	40,8%
13	Conbaquerizo Cia. Ltda.	7.948	302	7.762	102,3963	3,8907	0,0380	-0,1071	59,0036	4,911	77,3934	0,7558	24,4%
14	Traselec S.A.	2.757	287	3.282	84,0037	8,7447	0,1041	-2,3571	44,707	38,2798	58,3692	0,6948	30,5%
15	Andrade Rodas S.A.	3.625	245	4.149	87,3705	5,9050	0,0676	-0,1071	59,0036	4,911	64,2871	0,7358	26,4%
16	Moncayo Cia. Ltda.	937	554	1.580	59,3038	35,0633	0,5912	-2,3571	44,707	38,2798	48,7251	0,8216	17,8%
17	Concalsa S.A.	1.585	109	1.829	86,6594	5,9595	0,0688	-0,1071	59,0036	4,911	63,8546	0,7368	26,3%
18	Multihabitat S.A.	1.787	34	2.052	87,0858	1,6569	0,0190	-0,1071	87,0858	1,6569	87,0856	1,0000	0,0%
19	PMJ Cia. Ltda.	1.810	197	2.132	84,8968	9,2402	0,1088	-2,3571	44,707	38,2798	58,2569	0,6862	31,4%
20	Ejeproy Cia. Ltda.	2.878	712	3.862	74,5210	18,4360	0,2474	-2,3571	44,707	38,2798	55,1578	0,7402	26,0%
21	Estrella Viteri Cia. Ltda.	1.389	38	1.683	82,5312	2,2579	0,0274	-0,1071	87,0858	1,6569	81,6911	0,9898	1,0%
22	Vidal Cia. Ltda.	2.392	474	3.046	78,5292	15,5614	0,1982	-2,3571	44,707	38,2798	56,2206	0,7159	28,4%
23	Eggoccp Cia. Ltda.	1.508	610	2.045	73,7408	29,8289	0,4045	-2,3571	44,707	38,2798	52,0198	0,7054	29,5%

Fuente: Elaboración propia.

4.3.5 CASOS BCC: 2 INPUT – 1 OUPUT

La envolvente para estos casos ya no tiene una representación gráfica en dos dimensiones y por lo tanto el cálculo de la eficiencia no se puede realizar en forma manual, por lo que a partir de aquí y para casos más complejos, con más inputs y outputs, los problemas, tanto en el modelo CCR como en el BCC, se resolverán mediante programación matemática. Los modelos utilizados serán los que se explicaron en el capítulo 2: input orientados en su forma multiplicativa y envolvente.

La solución de cada uno de los casos que se plantearán implica resolver un problema de programación lineal con una gran cantidad de operaciones matemáticas, razón por la cual no tiene sentido resolver un problema de estos en forma manual, para ello, es indispensable la utilización de software matemático. En este trabajo de investigación utilizaremos el Frontier Analyst, que es un software especializado para el Análisis Envolvente de Datos (DEA).

Se podrían utilizar otros paquetes informáticos como Lenguaje R, STATA 13, la herramienta Solver de Excel y otros. El inconveniente que tenemos al usar estos paquetes es lo laborioso que resulta tanto el planteamiento como la solución de cada problema. Esto debido a dos razones: la primera es que el usuario necesita saber programación para plantearse el algoritmo de solución de cada problema, y la segunda es la gran cantidad de operaciones implicadas. Por ejemplo en nuestro caso, para encontrar la eficiencia de cada empresa constructora, se debe resolver un problema de programación lineal con un sistema de 25 ecuaciones con 4 variable básicas y 23 variables de holgura, en el caso de que se trabaje con el problema primal de forma multiplicativa. Similar situación se presenta si se prefiere el modelo dual en forma envolvente, con un sistema de 5 ecuaciones de 24 variables básicas y 4 variables de holgura. Finalmente, y para complicar más la situación, para tener información sobre la eficiencia de todas las empresas constructoras seleccionadas, tendríamos que repetir 23 veces el procedimiento indicado.

La ventaja de utilizar Frontier Analyst es que se cargan directamente los datos correspondientes a los inputs y outputs de todas las empresas y este software nos entrega directamente el índice de eficiencia de cada empresa sin tener que plantear ningún algoritmo de programación.

4.4 EVALUACIÓN DE LA EFICIENCIA UTILIZANDO FRONTIER ANALYST

4.4.1 APLICACIÓN DEA – FRONTIER

En esta parte se analizarán los 4 casos 2 inputs- 1 output que fueron trabajados en forma manual, pero ahora tanto en los modelos CCR y BCC. También se analizará el caso más general de esta investigación, el de 3 inputs – 1 output, con el cual se pretende tener información completa sobre la eficiencia del grupo de empresas constructoras seleccionadas.

Al finalizar el estudio de los 4 casos con el modelo CCR se elaborará una tabla con los resultados obtenidos en forma manual conjuntamente con los resultados ahora obtenidos con el uso del

Frontier Analyst. El objetivo de este cuadro será comparar los resultados para validar los cálculos manuales.

Así mismo, al finalizar los 4 casos se confeccionarán tablas para comparar los resultados obtenidos con el modelo CCR con los resultados obtenidos con el modelo BCC, ambos usando Frontier Analyst. Esto con el objeto de calcular para cada caso la eficiencia escala (EE).

Antes de continuar con la exposición de cada uno de estos casos queremos resaltar las ventajas de usar el software escogido para este trabajo.

Como ya se indicó anteriormente, el Frontier Analyst es una herramienta creada especialmente para evaluar la eficiencia mediante el Análisis Envolvente de Datos (DEA), que entre otras presenta las siguientes características básicas:

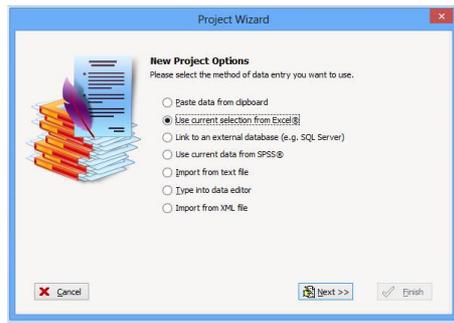
- Capacidad para evaluar desde 5 hasta 500 DMUs.
- Posibilidad de incluir hasta 32 variables input y output.
- Las variables input y output pueden ser habilitadas o deshabilitadas, de manera individual, en cada análisis.
- Los datos se pueden editar directamente o copiar desde hojas de cálculo Excel.
- Posibilidad de usar los modelos CCR y BCC, tanto input como output orientados.
- Resultados detallados sobre la eficiencia de cada DMU, reducción de inputs, contribución de pares eficientes, entre otros.
- Posibilidad de elaborar informes con los resultados obtenidos.

Como ejemplo de las posibilidades que ofrece el Frontier Analyst, al final se elaborará un informe completo de uno de los casos estudiados. Se escogerá el de 2 inputs - 1 output: Patrimonio – Total insumos vs. Ingresos por ventas, que se analizará con los modelos DEA – CCR y DEA - BCC. Si se quiere comparar estos resultados, con los que se pudieran obtener usando otro paquete informático, se debe tener en cuenta que Frontier Analyst utiliza el modelo dual en forma envolvente.

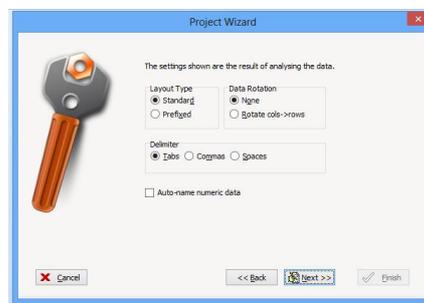
4.4.2 2 INPUTS – 1 OUTPUT / CCR

Para cada uno de los casos indicados a continuación, se han introducido directamente los datos de los inputs y outputs correspondientes y los resultados obtenidos se muestran en capturas de pantallas del software DEA Frontier Analyst, versión 4.1.0 (2012).

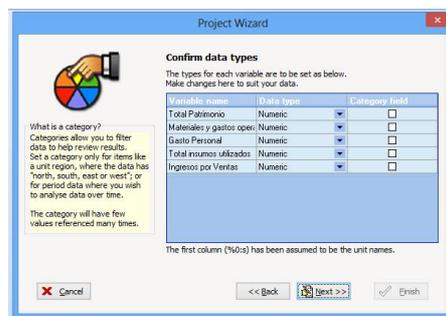
Para crear un nuevo proyecto en Frontier, en la ventana principal de Frontier, esquina superior izquierda se da un clic en el ícono de Frontier , luego se selecciona "**New project**", obteniéndose el siguiente cuadro de diálogo.



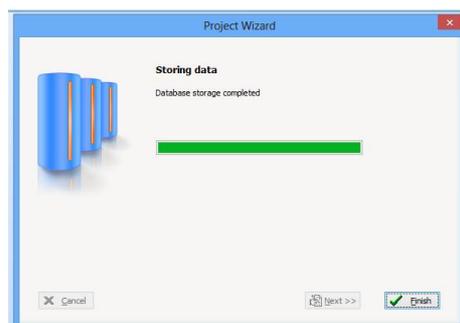
Para ingresar los datos desde un archivo de Excel, en el que constan los Datos definitivos de las 23 empresas para nuestro trabajo de investigación, se escoge la opción **"Use current selection from Excel"** y a continuación **"Next"**. A continuación se señala el bloque de datos de las empresas en Excel y se copia mediante **"Control C"**. En Frontier hacer clic en **"Next"** y se presenta por defecto el cuadro de diálogo siguiente.



Dar una vez más **"Next"** para confirmar las variables de entrada



Nuevamente clic en **"Next"** y se obtiene la confirmación de que los datos han sido almacenados,



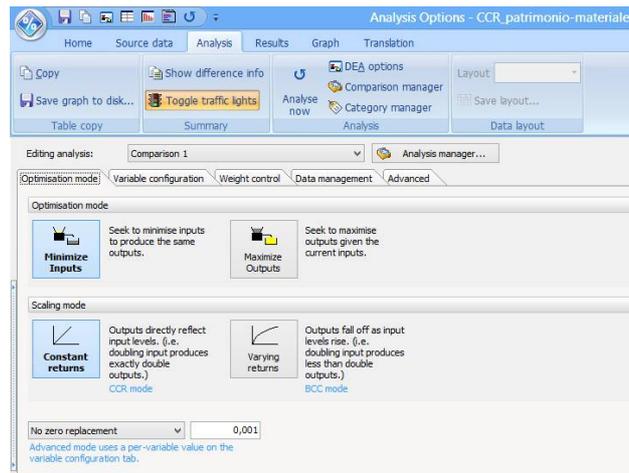
Hacer clic en "Finish" para obtener la pantalla definitiva "Data Viewer – Untitled – Frontier Analyst".

Unit Name	Activ	Total Patrimonio	Materiales y gastos ope	Gasto Personal	Total insumos utilizados	Ingresos por Ventas
01 Conalba S.A.	<input checked="" type="checkbox"/>	6.231,00	7.674,00	1.969,00	9.644,00	10.211,00
02 Palosa S.A.	<input checked="" type="checkbox"/>	5.522,00	7.583,00	784,00	8.368,00	9.130,00
03 Cibeca S.A.	<input checked="" type="checkbox"/>	3.006,00	1.881,00	273,00	2.155,00	2.151,00
04 Valero S.A.	<input checked="" type="checkbox"/>	2.963,00	829,00	69,00	898,00	1.405,00
05 Edificar S.A.	<input checked="" type="checkbox"/>	2.960,00	2.066,00	451,00	2.516,00	2.773,00
06 Consvirvia S.A.	<input checked="" type="checkbox"/>	2.823,00	5.453,00	368,00	5.821,00	6.231,00
07 Covigon S.A.	<input checked="" type="checkbox"/>	2.560,00	8.394,00	1.627,00	10.021,00	11.199,00
08 Arama S.A.	<input checked="" type="checkbox"/>	2.158,00	1.595,00	429,00	2.024,00	2.109,00
09 Pralyce Cia. Ltda.	<input checked="" type="checkbox"/>	2.010,00	703,00	727,00	1.430,00	1.384,00
10 Macconstrucciones S.A.	<input checked="" type="checkbox"/>	1.883,00	473,00	405,00	878,00	1.058,00
11 Inmosolucion S.A.	<input checked="" type="checkbox"/>	1.852,00	10.519,00	1.778,00	10.536,00	11.091,00
12 Corbal Cia. Ltda.	<input checked="" type="checkbox"/>	1.111,00	6.838,00	1.673,00	7.004,00	7.328,00
13 Conbaquerizo Cia. Ltda.	<input checked="" type="checkbox"/>	1.061,00	7.948,00	302,00	8.251,00	7.762,00
14 Traselec S.A.	<input checked="" type="checkbox"/>	996,00	2.757,00	297,00	3.044,00	3.282,00
15 Andrade Rodas S.A.	<input checked="" type="checkbox"/>	712,00	3.625,00	245,00	3.869,00	4.149,00
16 Moncayo Cia. Ltda.	<input checked="" type="checkbox"/>	553,00	937,00	554,00	1.491,00	1.580,00
17 Concalca S.A.	<input checked="" type="checkbox"/>	531,00	1.585,00	109,00	1.694,00	1.829,00
18 Multihabitat S.A.	<input checked="" type="checkbox"/>	527,00	1.787,00	34,00	1.821,00	2.052,00
19 PMJ Cia. Ltda.	<input checked="" type="checkbox"/>	486,00	1.810,00	197,00	2.008,00	2.132,00
20 Ejepray Cia. Ltda.	<input checked="" type="checkbox"/>	459,00	2.878,00	712,00	3.589,00	3.862,00
21 Estrella Viten Cia. Ltda.	<input checked="" type="checkbox"/>	453,00	1.389,00	38,00	1.427,00	1.683,00
22 Vidal Cia. Ltda.	<input checked="" type="checkbox"/>	387,00	2.382,00	474,00	2.867,00	3.046,00
23 Eggooccp Cia. Ltda.	<input checked="" type="checkbox"/>	311,00	1.508,00	610,00	2.118,00	2.045,00

Una vez cargados los datos en la ventana principal de Frontier, se preparan los datos para el caso Patrimonio – materiales y gastos operativos vs. Ingresos por ventas, para lo cual se eliminan las entradas Gasto Personal y Total insumos utilizados, para ésto se posiciona en cualquier dato de estas columnas y damos clic en "Delete input/output" y se confirma la eliminación de la entrada respectiva. Para definir qué variables son de entrada o salida, se da clic con el botón derecho del mouse en cualquier dato y se selecciona "Controlled input" que corresponde a una variable de entrada y "output" para una variable de salida.

Unit Name	Activ	Total Patrimonio	Materiales y gastos oper	Ingresos por Ventas
01 Conalba S.A.	<input checked="" type="checkbox"/>	6.231,00	7.674,00	10.211,00
02 Palosa S.A.	<input checked="" type="checkbox"/>	5.522,00	7.583,00	9.130,00
03 Cibeca S.A.	<input checked="" type="checkbox"/>	3.006,00	1.881,00	2.151,00
04 Valero S.A.	<input checked="" type="checkbox"/>	2.963,00	829,00	1.405,00
05 Edificar S.A.	<input checked="" type="checkbox"/>	2.960,00	2.066,00	2.773,00
06 Consvirvia S.A.	<input checked="" type="checkbox"/>	2.823,00	5.453,00	6.231,00
07 Covigon S.A.	<input checked="" type="checkbox"/>	2.560,00	8.394,00	11.199,00
08 Arama S.A.	<input checked="" type="checkbox"/>	2.158,00	1.595,00	2.109,00
09 Pralyce Cia. Ltda.	<input checked="" type="checkbox"/>	2.010,00	703,00	1.384,00
10 Macconstrucciones S.A.	<input checked="" type="checkbox"/>	1.883,00	473,00	1.058,00
11 Inmosolucion S.A.	<input checked="" type="checkbox"/>	1.852,00	10.519,00	11.091,00
12 Corbal Cia. Ltda.	<input checked="" type="checkbox"/>	1.111,00	6.838,00	7.328,00
13 Conbaquerizo Cia. Ltda.	<input checked="" type="checkbox"/>	1.061,00	7.948,00	7.762,00
14 Traselec S.A.	<input checked="" type="checkbox"/>	996,00	2.757,00	3.282,00
15 Andrade Rodas S.A.	<input checked="" type="checkbox"/>	712,00	3.625,00	4.149,00
16 Moncayo Cia. Ltda.	<input checked="" type="checkbox"/>	553,00	937,00	1.580,00
17 Concalca S.A.	<input checked="" type="checkbox"/>	531,00	1.585,00	1.829,00
18 Multihabitat S.A.	<input checked="" type="checkbox"/>	527,00	1.787,00	2.052,00
19 PMJ Cia. Ltda.	<input checked="" type="checkbox"/>	486,00	1.810,00	2.132,00
20 Ejepray Cia. Ltda.	<input checked="" type="checkbox"/>	459,00	2.878,00	3.862,00
21 Estrella Viten Cia. Ltda.	<input checked="" type="checkbox"/>	453,00	1.389,00	1.683,00
22 Vidal Cia. Ltda.	<input checked="" type="checkbox"/>	387,00	2.382,00	3.046,00
23 Eggooccp Cia. Ltda.	<input checked="" type="checkbox"/>	311,00	1.508,00	2.045,00

A continuación se selecciona "Analysis" y luego "DEA options" señalar para el Modelo DEA – CCR input orientado, obteniéndose el cuadro de diálogo siguiente.



Finalmente se selecciona “**Analyse now**” y se llega a los resultados presentados en la Figura 4.9

4.4.2.1 Patrimonio – Materiales y Gastos Operativos vs. Ingresos por ventas

Unit name	Score	Efficient	Condition
01 Conalba S.A.	77,3%		Red
02 Palosa S.A.	70,5%		Red
03 Cribeca S.A.	61,8%		Red
04 Valero S.A.	78,1%		Red
05 Edificar S.A.	73,6%		Red
06 Consvivisa S.A.	70,2%		Red
07 Covigon S.A.	91,5%		Yellow
08 Arama S.A.	73,0%		Red
09 Prabyc Cia. Ltda.	95,8%		Yellow
10 Macconstrucciones S.A.	100,0%	✓	Green
11 Inmosolucion S.A.	77,8%		Red
12 Corbal Cia. Ltda.	79,7%		Red
13 Conbaquerizo Cia. Ltda.	86,9%		Red
14 Traselec S.A.	79,2%		Red
15 Andrade Rodas S.A.	83,5%		Red
16 Moncayo Cia. Ltda.	100,0%	✓	Green
17 Concalca S.A.	77,9%		Red
18 Multihabitat S.A.	79,2%		Red
19 PMJ Cia. Ltda.	82,4%		Red
20 Ejeproy Cia. Ltda.	100,0%	✓	Green
21 Estrella Viteri Cia. Ltda.	82,1%		Red
22 Vidal Cia. Ltda.	94,8%		Yellow
23 units	Min: 61,82		

Figura 4.9. Ventana Frontier; Resultados de Eficiencia ETG, caso Patrimonio – Materiales y gastos operativos vs. Ingresos por ventas, Modelo CCR

Fuente: Elaboración propia

Como se puede observar en cada ventana de Frontier; aparecen las empresas en el mismo orden decreciente, de acuerdo al patrimonio. En la columna “**Score**”, se muestra el puntaje de eficiencia obtenido por cada empresa. En la columna “**Efficient**” se marcan las empresas con eficiencia del 100% y en la columna “**Condition**”, usando un semáforo, se indica el estado de la

empresa: el color verde para empresas eficientes, el color amarillo para empresas con índice de eficiencia aceptables, y el color rojo para empresas con índice de eficiencia inaceptables.

4.4.2.2 Patrimonio – Gasto en Personal vs. Ingresos por ventas

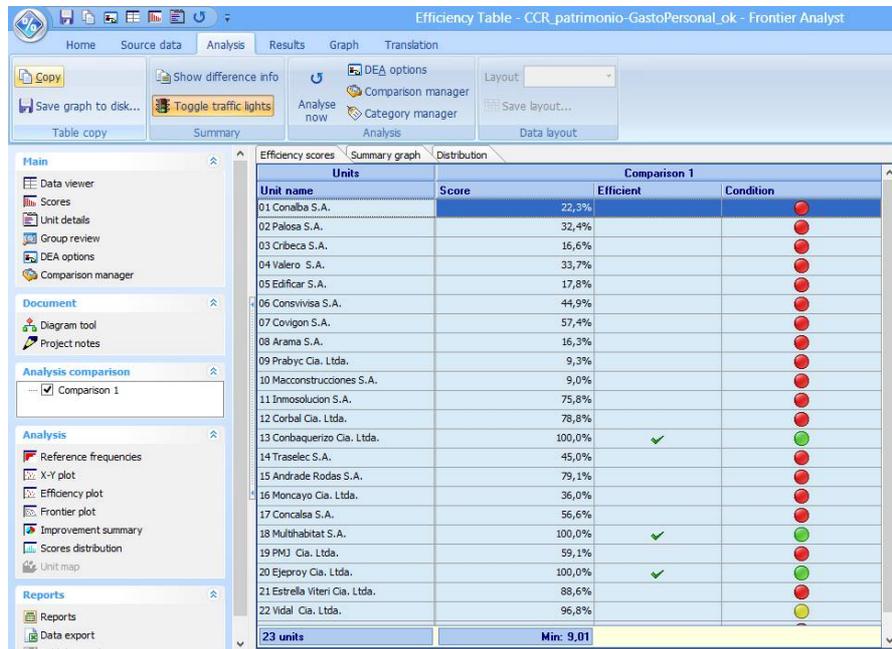


Figura 4.10. Ventana Frontier; Resultados de Eficiencia ETG, caso Patrimonio – Gasto en personal vs. Ingresos por ventas, Modelo CCR

Fuente: Elaboración propia

4.4.2.3 Patrimonio – Total Insumos vs. Ingresos por ventas

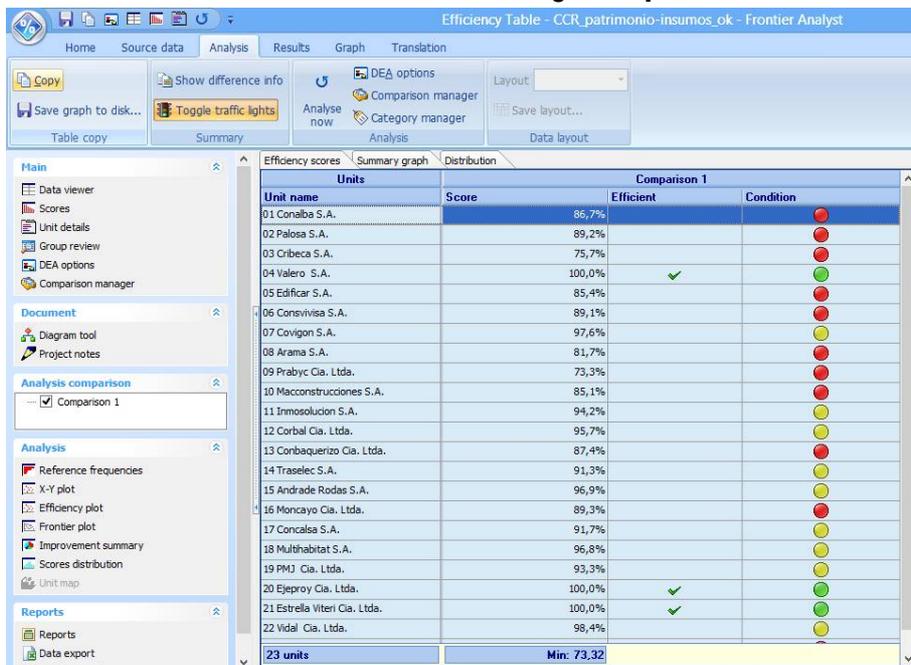


Figura 4.11.: Ventana Frontier; Resultados de Eficiencia ETG, caso Patrimonio – Total insumos vs. Ingresos por ventas, Modelo CCR

Fuente: Elaboración propia

4.4.2.4 Materiales y Gastos Operativos – Gasto en Personal vs. Ingresos por ventas

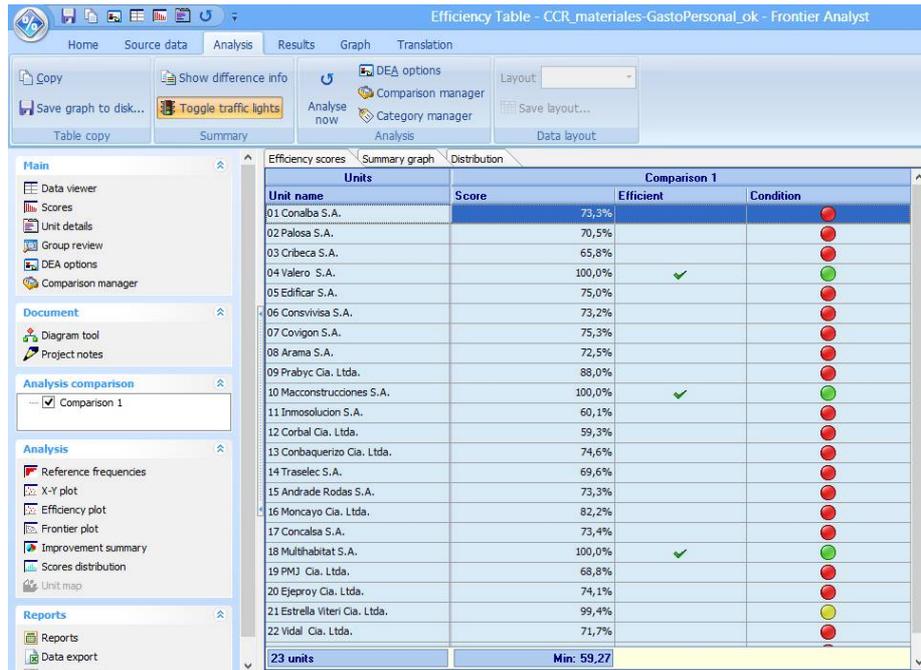


Figura 4.12. Ventana Frontier; Resultados de Eficiencia ETG, caso Materiales y gastos operativos – Gasto en personal vs. Ingresos por ventas, Modelo CCR

Fuente: Elaboración propia

4.4.2.5 Comparación entre los resultados del cálculo manual y Frontier

Tabla 4.18. Comparación de resultados entre cálculo manual y Frontier, casos 2 input – 1 output. Modelo DEA – CCR

EFICIENCIA: 2 INPUT - 1 OUTPUT / CCR									
Nombre de la Unidad	Patrimonio - Materiales vs. Ventas		Patrimonio - GasPersonal vs. Ventas		Patrimonio - Insumos vs. Ventas		Materiales - GasPersonal vs. Ventas		
	Manual	Frontier	Manual	Frontier	Manual	Frontier	Manual	Frontier	
1 Conalba S.A.	77,3%	77,3%	22,8%	22,3%	86,6%	86,7%	73,1%	73,3%	
2 Palosa S.A.	70,5%	70,5%	33,0%	32,4%	89,1%	89,2%	70,3%	70,5%	
3 Cribeca S.A.	62,0%	61,8%	17,1%	16,6%	75,7%	75,7%	65,7%	65,8%	
4 Valero S.A.	78,8%	78,1%	33,8%	33,7%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	
5 Edificar S.A.	73,8%	73,6%	18,1%	17,8%	85,4%	85,4%	74,9%	75,0%	
6 Consvisiva S.A.	69,6%	70,2%	44,1%	44,9%	89,1%	89,1%	73,5%	73,2%	
7 Covigon S.A.	91,1%	91,5%	58,2%	57,4%	97,6%	97,6%	75,1%	75,3%	
8 Arama S.A.	73,2%	73,0%	16,5%	16,3%	81,6%	81,7%	72,3%	72,5%	
9 Prabyc Cia. Ltda.	96,5%	95,8%	9,5%	9,3%	73,3%	73,3%	87,8%	88,0%	
10 Macconstrucciones S.A.	100,0%	100,0%	9,1%	9,0%	85,1%	85,1%	100,0%	100,0%	
11 Inmosolucion S.A.	77,8%	77,8%	76,5%	75,8%	94,2%	94,2%	60,0%	60,1%	
12 Corbal Cia. Ltda.	79,7%	79,7%	78,8%	78,8%	95,8%	95,7%	59,2%	59,3%	
13 Conbaquerizo Cia. Ltda.	88,1%	86,9%	100,0%	100,0%	87,4%	87,4%	75,6%	74,6%	
14 Traselec S.A.	78,8%	79,2%	46,0%	45,0%	91,3%	91,3%	69,5%	69,6%	
15 Andrade Rodas S.A.	83,4%	83,5%	80,6%	79,1%	96,9%	96,9%	73,6%	73,3%	
16 Moncayo Cia. Ltda.	100,0%	100,0%	36,3%	36,0%	89,3%	89,3%	82,2%	82,2%	
17 Concalisa S.A.	77,5%	77,9%	57,1%	56,6%	91,8%	91,7%	73,7%	73,4%	
18 Multihabitat S.A.	78,9%	79,2%	100,0%	100,0%	96,9%	96,8%	100,0%	100,0%	
19 PMJ Cia. Ltda.	82,2%	82,4%	60,2%	59,1%	93,4%	93,3%	68,6%	68,8%	
20 Ejepray Cia. Ltda.	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	74,0%	74,1%	
21 Estrella Viteri Cia. Ltda.	81,8%	82,1%	88,0%	88,6%	100,0%	100,0%	99,0%	99,4%	
22 Vidal Cia. Ltda.	94,8%	94,8%	97,3%	96,8%	98,4%	98,4%	71,6%	71,7%	
23 Eggoccp Cia. Ltda.	98,2%	98,3%	78,2%	78,2%	88,9%	88,9%	70,5%	70,6%	

Fuente: Elaboración propia

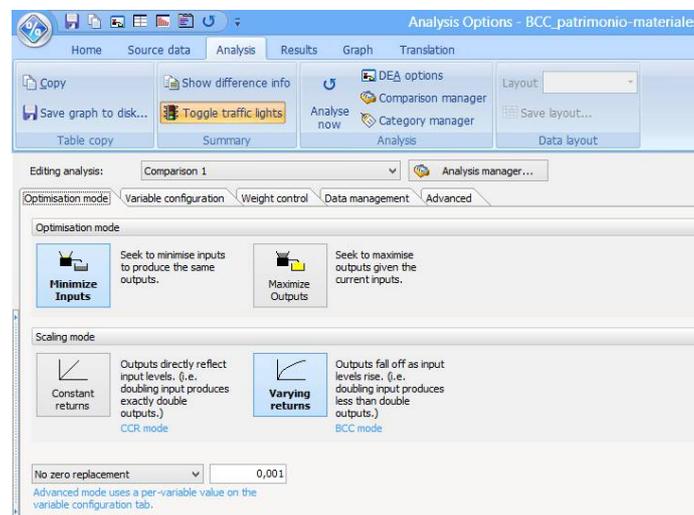
Como se puede observar los resultados que obtuvimos en forma manual son muy similares a los resultados obtenidos mediante Frontier Analyst. La diferencia relativa entre unos y otros es de menos del 1% para todos los casos. Esta diferencia se debe al número de cifras decimales utilizadas en los cálculos. Este margen de error se considera aceptable para este tipo de estudios. En cuanto a las empresas consideradas eficientes hay una concordancia plena con los resultados manuales.

Recordemos que los resultados que obtuvimos en forma manual se basan en el método de Farrell, explicados en el capítulo 1, en tanto que los resultados con Frontier Analyst se basan en los métodos DEA, explicados en el capítulo 2. Si tomamos en cuenta que el método de Farrell desarrollado aquí es gráfico y que la metodología DEA se basa en programación lineal, el hecho de que los resultados obtenidos de ambas maneras concuerden plenamente, valida la teoría expuesta en los capítulos anteriores.

Por lo que se ha cumplido, de esta manera, uno de los objetivos propuestos en este trabajo de investigación.

4.4.3 2 INPUTS – 1 OUTPUT / BCC

4.4.3.1 Patrimonio – Materiales y Gastos Operativos vs. Ingresos por ventas



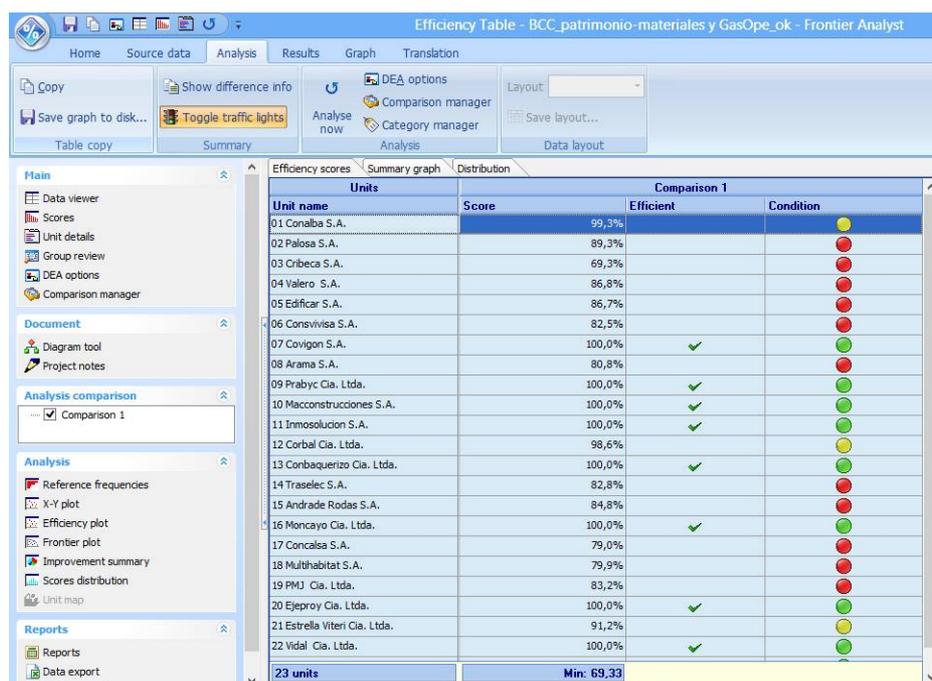


Figura 4.13. Ventana Frontier; Resultados de Eficiencia ETP, caso Patrimonio – Materiales y gastos operativos vs. Ingresos por ventas, Modelo BCC

Fuente: Elaboración propia

Tabla 4.19. Índices de Eficiencia General, Pura y Escala con Frontier, 2 input (Patrimonio – Materiales y gastos operativos) vs. 1 output (Ingresos por ventas).

NOMBRE / RAZON SOCIAL		Puntuaciones de Eficiencia (%) Patrimonio - Materiales vs. Ventas		
		Modelo DEA-CCR ETG	Modelo DEA-BCC ETP	Eficiencia Escala EE = ETG / ETP
1	Conalba S.A.	77,3%	99,30%	77,84%
2	Palosa S.A.	70,5%	89,30%	78,95%
3	Cribea S.A.	61,8%	69,30%	89,18%
4	Valero S.A.	78,1%	86,80%	89,98%
5	Edificar S.A.	73,6%	86,70%	84,89%
6	Consvisiva S.A.	70,2%	82,50%	85,09%
7	Covigon S.A.	91,5%	100,00%	91,50%
8	Arama S.A.	73,0%	80,80%	90,35%
9	Prabyc Cia. Ltda.	95,8%	100,00%	95,80%
10	Macconstrucciones S.A.	100,0%	100,00%	100,00%
11	Inmosolucion S.A.	77,8%	100,00%	77,80%
12	Corbal Cia. Ltda.	79,7%	98,60%	80,83%
13	Conbaquerizo Cia. Ltda.	86,9%	100,00%	86,90%
14	Traselec S.A.	79,2%	82,80%	95,65%
15	Andrade Rodas S.A.	83,5%	84,80%	98,47%
16	Moncayo Cia. Ltda.	100,0%	100,00%	100,00%
17	Concalisa S.A.	77,9%	79,00%	98,61%
18	Multihabitat S.A.	79,2%	79,90%	99,12%
19	PMJ Cia. Ltda.	82,4%	83,20%	99,04%
20	Ejeprroy Cia. Ltda.	100,0%	100,00%	100,00%
21	Estrella Viteri Cia. Ltda.	82,1%	91,20%	90,02%
22	Vidal Cia. Ltda.	94,8%	100,00%	94,80%
23	Eggoccp Cia. Ltda.	98,3%	100,00%	98,30%

Fuente: Elaboración propia

Analizando los resultados mostrados en este cuadro se puede observar que los índices de eficiencia son mejores para todas las empresas, comparados con los mostrados en los cuadros de los casos 4.2.1 y 4.2.2 de 1 input - 1 output, correspondientes a patrimonio y materiales y gastos operativos respectivamente. Esto valida nuestra hipótesis de que la eficiencia mejora conforme aumenta el número de variables consideradas.

Nótese que en la columna de eficiencia escala (EE) las empresas para ser eficientes tiene que haberlo sido también en las columnas anteriores, es decir cuando la unidad pertenece tanto a la frontera CCR como a la frontera BCC.

Recordemos que el número de empresas eficientes aumenta si se utiliza el modelo BCC debido a que la frontera eficiente en este caso es más cercana a todas las unidades, debido a la introducción de los rendimientos variables a escala explicados en el capítulo 2.

4.4.3.2 Patrimonio – Gasto en Personal vs. Ingresos por ventas

Unit name	Score	Efficient	Condition
01 Conalba S.A.	62,2%		
02 Palosa S.A.	100,0%	✓	●
03 Cribeca S.A.	17,3%		●
04 Valero S.A.	49,3%		●
05 Edificar S.A.	19,0%		●
06 Consivisa S.A.	62,5%		●
07 Covigon S.A.	100,0%	✓	●
08 Arama S.A.	22,0%		●
09 Prabyc Cia. Ltda.	21,1%		●
10 Macconstrucciones S.A.	23,3%		●
11 Inmosolucion S.A.	100,0%	✓	●
12 Corbal Cia. Ltda.	89,5%		●
13 Conbaquerizo Cia. Ltda.	100,0%	✓	●
14 Traselec S.A.	58,3%		●
15 Andrade Rodas S.A.	92,2%		●
16 Moncayo Cia. Ltda.	67,0%		●
17 Concalsa S.A.	83,6%		●
18 Multihabitat S.A.	100,0%	✓	●
19 PMJ Cia. Ltda.	89,4%		●
20 Ejepray Cia. Ltda.	100,0%	✓	●
21 Estrella Viteri Cia. Ltda.	100,0%	✓	●
22 Vidal Cia. Ltda.	100,0%	✓	●
23 units	Min: 17,31		

Figura 4.14. Ventana Frontier; Resultados de Eficiencia ETP, caso Patrimonio – Gasto en personal vs. Ingresos por ventas, Modelo BCC

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 4.20. Índices de Eficiencia General, Pura y Escala con Frontier, 2 input (Patrimonio – Gasto en personal) vs. 1 output (Ingresos por ventas)

Puntuaciones de Eficiencia (%) Patrimonio - Gasto Personal vs. Ventas				
NOMBRE / RAZON SOCIAL		Modelo DEA-CCR	Modelo DEA-BCC	Eficiencia Escala
		ETG	ETP	EE = ETG / ETP
1	Conalba S.A.	22,3%	62,20%	35,85%
2	Palosa S.A.	32,4%	100,00%	32,40%
3	Cribeca S.A.	16,6%	17,30%	95,95%
4	Valero S.A.	33,7%	49,30%	68,36%
5	Edificar S.A.	17,8%	19,00%	93,68%
6	Convivisa S.A.	44,9%	62,50%	71,84%
7	Covigon S.A.	57,4%	100,00%	57,40%
8	Arama S.A.	16,3%	22,00%	74,09%
9	Prabyc Cia. Ltda.	9,3%	21,10%	44,08%
10	Macconstrucciones S.A.	9,0%	23,30%	38,63%
11	Inmosolucion S.A.	75,8%	100,00%	75,80%
12	Corbal Cia. Ltda.	78,8%	89,50%	88,04%
13	Conbaquerizo Cia. Ltda.	100,0%	100,00%	100,00%
14	Traselec S.A.	45,0%	58,30%	77,19%
15	Andrade Rodas S.A.	79,1%	92,20%	85,79%
16	Moncayo Cia. Ltda.	36,0%	67,00%	53,73%
17	Concalca S.A.	56,6%	83,60%	67,70%
18	Multihabitat S.A.	100,0%	100,00%	100,00%
19	PMJ Cia. Ltda.	59,1%	89,40%	66,11%
20	Ejeproy Cia. Ltda.	100,0%	100,00%	100,00%
21	Estrella Viteri Cia. Ltda.	88,6%	100,00%	88,60%
22	Vidal Cia. Ltda.	96,8%	100,00%	96,80%
23	Eggoccp Cia. Ltda.	78,2%	100,00%	78,20%

Fuente: Elaboración propia

Analizando los resultados mostrados en este cuadro se puede observar que los índices de eficiencia son mejores para todas las empresas, comparados con los mostrados en los cuadros de los casos expuestos en 4.2.1 y 4.2.3 de 1 input - 1 output, correspondientes a patrimonio y gasto en personal respectivamente. Esto valida nuestra hipótesis de que la eficiencia mejora conforme aumenta el número de variables consideradas.

Nótese que en la columna de eficiencia escala (EE) las empresas para ser eficientes tiene que haberlo sido también en las columnas anteriores, es decir cuando la unidad pertenece tanto a la frontera CCR como a la frontera BCC.

Recordemos que el número de empresas eficientes aumenta si se utiliza el modelo BCC debido a que la frontera eficiente en este caso es más cercana a todas las unidades, debido a la introducción de los rendimientos variables a escala explicados en el Capítulo 2.

4.4.3.3 Patrimonio – Total Insumos vs. Ingresos por ventas

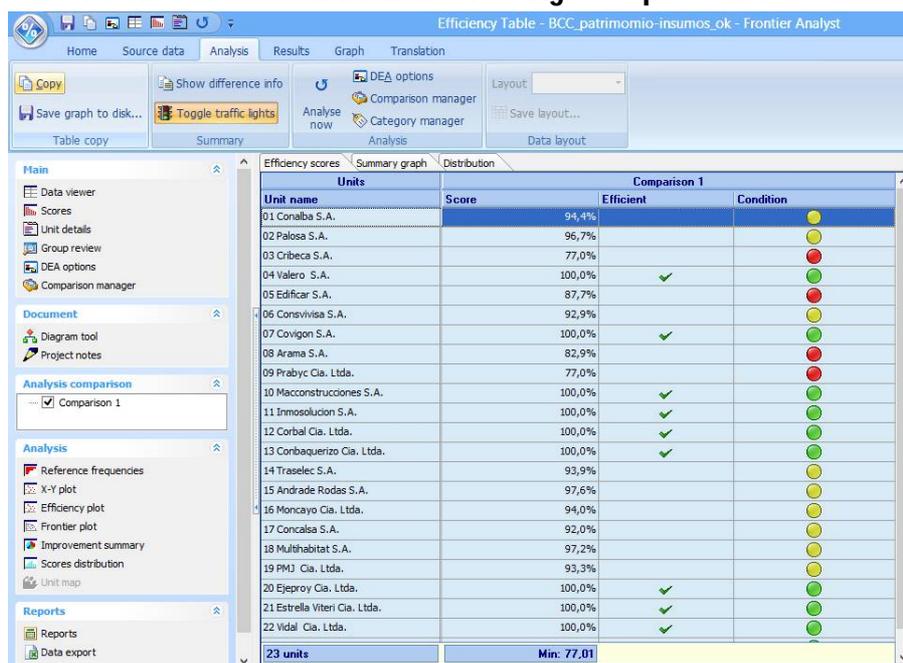


Figura 4.15. Ventana Frontier; Resultados de Eficiencia ETP, caso Patrimonio – Total insumos vs. Ingresos por ventas, Modelo BCC

Fuente: Elaboración propia

Tabla 4.21. Índices de Eficiencia General, Pura y Escala con Frontier, 2 input (Patrimonio – Total insumos) vs. 1 output (Ingresos por ventas)

NOMBRE / RAZON SOCIAL		Puntuaciones de Eficiencia (%) Patrimonio - Insumos vs. Ventas		
		Modelo DEA-CCR ETG	Modelo DEA-BCC ETP	Eficiencia Escala EE = ETG / ETP
1	Conalba S.A.	86,7%	94,40%	91,84%
2	Palosa S.A.	89,2%	96,70%	92,24%
3	Cribeca S.A.	75,7%	77,00%	98,31%
4	Valero S.A.	100,0%	100,00%	100,00%
5	Edificar S.A.	85,4%	87,70%	97,38%
6	Consvivisa S.A.	89,1%	92,90%	95,91%
7	Covigon S.A.	97,6%	100,00%	97,60%
8	Arama S.A.	81,7%	82,90%	98,55%
9	Prabyc Cia. Ltda.	73,3%	77,00%	95,19%
10	Macconstrucciones S.A.	85,1%	100,00%	85,10%
11	Inmosolucion S.A.	94,2%	100,00%	94,20%
12	Corbal Cia. Ltda.	95,7%	100,00%	95,70%
13	Combaquerizo Cia. Ltda.	87,4%	100,00%	87,40%
14	Traselec S.A.	91,3%	93,90%	97,23%
15	Andrade Rodas S.A.	96,9%	97,60%	99,28%
16	Moncayo Cia. Ltda.	89,3%	94,00%	95,00%
17	Concalisa S.A.	91,7%	92,00%	99,67%
18	Multihabitat S.A.	96,8%	97,20%	99,59%
19	PMJ Cia. Ltda.	93,3%	93,30%	100,00%
20	Ejeproy Cia. Ltda.	100,0%	100,00%	100,00%
21	Estrella Viteri Cia. Ltda.	100,0%	100,00%	100,00%
22	Vidal Cia. Ltda.	98,4%	100,00%	98,40%
23	Eggoccp Cia. Ltda.	88,9%	100,00%	88,90%

Fuente: Elaboración propia

Analizando los resultados mostrados en este cuadro se puede observar que los índices de eficiencia son mejores para todas las empresas, comparados con los mostrados en los cuadros de los casos expuestos en 4.2.1 y 4.2.4 de 1 input - 1 output, correspondientes a patrimonio e insumos totales respectivamente. Esto valida nuestra hipótesis de que la eficiencia mejora conforme aumenta el número de variables consideradas.

Nótese que en la columna de eficiencia escala (EE) las empresas para ser eficientes tiene que haberlo sido también en las columnas anteriores, es decir cuando la unidad pertenece tanto a la frontera CCR como a la frontera BCC.

Recordemos que el número de empresas eficientes aumenta si se utiliza el modelo BCC debido a que la frontera eficiente en este caso es más cercana a todas las unidades, debido a la introducción de los rendimientos variables a escala explicados en el capítulo 2.

4.4.3.4 Materiales y Gastos Operativos – Gasto en Personal vs. Ingresos por ventas

Unit name	Score	Efficient	Condition
01 Conalba S.A.	99,3%		
02 Palosa S.A.	100,0%	✓	
03 Cribeca S.A.	74,5%		
04 Valero S.A.	100,0%	✓	
05 Edficar S.A.	90,0%		
06 Consvivisa S.A.	100,0%	✓	
07 Covigon S.A.	100,0%	✓	
08 Arama S.A.	83,6%		
09 Prabyc Cia. Ltda.	100,0%	✓	
10 Macconstrucciones S.A.	100,0%	✓	
11 Inmosolucion S.A.	89,0%		
12 Corbal Cia. Ltda.	78,4%		
13 Conbaquerizo Cia. Ltda.	100,0%	✓	
14 Traselec S.A.	88,9%		
15 Andrade Rodas S.A.	95,9%		
16 Moncayo Cia. Ltda.	93,5%		
17 Concalca S.A.	80,2%		
18 Multihabitat S.A.	100,0%	✓	
19 PMJ Cia. Ltda.	79,2%		
20 Ejeprroy Cia. Ltda.	93,2%		
21 Estrella Viteri Cia. Ltda.	100,0%	✓	
22 Vidal Cia. Ltda.	86,9%		
23 units	Min: 74,52		

Figura 4.16. Ventana Frontier; Resultados de Eficiencia ETP, caso Materiales y gastos operativos – Gasto en personal vs. Ingresos por ventas, Modelo BCC

Fuente: Elaboración propia

Tabla 4.22. Índices de Eficiencia General, Pura y Escala con Frontier, 2 input (Materiales y gastos operativos – Gasto en personal) vs. 1 output (Ingresos por ventas)

NOMBRE / RAZON SOCIAL		Puntuaciones de Eficiencia (%) Materiales - Gasto Personal vs. Ventas		
		Modelo DEA-CCR ETG	Modelo DEA-BCC ETP	Eficiencia Escala EE = ETG / ETP
1	Conalba S.A.	73,3%	99,30%	73,82%
2	Palosa S.A.	70,5%	100,00%	70,50%
3	Cribeca S.A.	65,8%	74,50%	88,32%
4	Valero S.A.	100,0%	100,00%	100,00%
5	Edificar S.A.	75,0%	90,00%	83,33%
6	Consvisiva S.A.	73,2%	100,00%	73,20%
7	Covigon S.A.	75,3%	100,00%	75,30%
8	Arama S.A.	72,5%	83,60%	86,72%
9	Prabyc Cia. Ltda.	88,0%	100,00%	88,00%
10	Macconstrucciones S.A.	100,0%	100,00%	100,00%
11	Inmosolucion S.A.	60,1%	89,00%	67,53%
12	Corbal Cia. Ltda.	59,3%	78,40%	75,64%
13	Conbaquerizo Cia. Ltda.	74,6%	100,00%	74,60%
14	Traselec S.A.	69,6%	88,90%	78,29%
15	Andrade Rodas S.A.	73,3%	95,90%	76,43%
16	Moncayo Cia. Ltda.	82,2%	93,50%	87,91%
17	Concalsa S.A.	73,4%	80,20%	91,52%
18	Multihabitat S.A.	100,0%	100,00%	100,00%
19	PMJ Cia. Ltda.	68,8%	79,20%	86,87%
20	Ejeproy Cia. Ltda.	74,1%	93,20%	79,51%
21	Estrella Viteri Cia. Ltda.	99,4%	100,00%	99,40%
22	Vidal Cia. Ltda.	71,7%	86,90%	82,51%
23	Eggoccp Cia. Ltda.	70,6%	82,80%	85,27%

Fuente: Elaboración propia

Analizando los resultados mostrados en este cuadro se puede observar que los índices de eficiencia son mejores para todas las empresas, comparados con los mostrados en los cuadros de los casos expuestos en 4.2.2 y 4.2.3 de 1 input - 1 output, correspondientes a materiales y gastos operativos y gasto en personal respectivamente. Esto valida nuestra hipótesis de que la eficiencia mejora conforme aumenta el número de variables consideradas.

Nótese que en la columna de eficiencia escala (EE) las empresas para ser eficientes tiene que haberlo sido también en las columnas anteriores, es decir cuando la unidad pertenece tanto a la frontera CCR como a la frontera BCC.

Recordemos que el número de empresas eficientes aumenta si se utiliza el modelo BCC debido a que la frontera eficiente en este caso es más cercana a todas las unidades, debido a la introducción de los rendimientos variables a escala explicados en el capítulo 2.

4.4.4 OBSERVACIONES SOBRE LOS CASOS 2 INPUTS- 1 OUTPUT

Al igual que se hizo en los casos 1 input – 1 output, al terminar el análisis de los 4 casos de 2 inputs – 1 output, queremos indicar las empresas que aparecen con más frecuencia como eficientes. Para ello elaboramos la Tabla 4.23 que muestra las empresas eficientes para cada caso.

Tabla 4.23. Listado de empresas eficientes para los casos 2 input – 1 output, según Modelos DEA - CCR y DEA – BCC

EMPRESAS EFICIENTES PARA 2 INPUTS - 1 OUTPUT		
INPUTS	DEA-CRR	DEA-BCC
Patrimonio - Materiales	Ejeproy Cia. Ltda.	Conbaquerizo Cia. Ltda.
	Macconstrucciones S.A.	Covigon S.A.
	Moncayo Cia. Ltda.	Eggoccp Cia. Ltda.
		Ejeproy Cia. Ltda.
		Inmosolucion S.A.
		Macconstrucciones S.A.
		Moncayo Cia. Ltda.
Patrimonio - Gasto en Personal	Conbaquerizo Cia. Ltda.	Conbaquerizo Cia. Ltda.
	Ejeproy Cia. Ltda.	Covigon S.A.
	Multihabitat S.A.	Estrella Viteri Cia. Ltda.
		Palosa S.A.
		Eggoccp Cia. Ltda.
		Ejeproy Cia. Ltda.
		Inmosolucion S.A.
Patrimonio - Total Insumos	Estrella Viteri Cia. Ltda.	Conbaquerizo Cia. Ltda.
	Valero S.A.	Covigon S.A.
	Ejeproy Cia. Ltda.	Estrella Viteri Cia. Ltda.
		Valero S.A.
		Eggoccp Cia. Ltda.
		Ejeproy Cia. Ltda.
		Corbal Cia. Ltda.
Materiales - Gasto Personal	Valero S.A.	Conbaquerizo Cia. Ltda.
	Macconstrucciones S.A.	Covigon S.A.
	Multihabitat S.A.	Estrella Viteri Cia. Ltda.
		Palosa S.A.
		Valero S.A.
		Consvivisa S.A.
		Macconstrucciones S.A.
	Multihabitat S.A.	
	Prabyc Cia. Ltda.	

Fuente: Elaboración propia

La primera característica que se evidencia es que el número de empresas eficientes aumenta con respecto a los casos 1 input – 1 output, así como las puntuaciones de eficiencia de todas las empresas.

Nótese que Ejeproy Cia. Ltda. está entre las más eficientes si se toma en cuenta el input patrimonio, lo que sucedió también en la Tabla 4.13, lo que indica que esta empresa es eficiente por el aporte del insumo patrimonio.

Si consideramos que el estimador T_{CCR} es más exigente que el estimador T_{BCC} , entonces, aparece un grupo de empresas eficientes formado por Ejeproy Cia. Ltda., Macconstrucciones S.A., Conbaquerizo Cia. Ltda., Multihabitat S.A., Valero S.A., Estrella Viteri Cia. Ltda.

A este grupo se añaden otras empresas que aparecen como eficientes con el estimador T_{BCC} en más de dos casos como son: Covigon S.A., Egoccp Cia. Ltda., Vidal Cia. Ltda., Inmosolución S.A.

Se puede concluir, entonces, que estas empresas forman el grupo de las más eficientes hasta lo que va del presente estudio.

Nótese que al usar Total insumos con Patrimonio cambian los índices de eficiencia CCR de cuando se usan por separado Materiales y gastos operativos o Gasto en personal con Patrimonio, lo que justifica el uso del input Total insumos.

4.4.5 3 INPUTS – 1 OUTPUT / CCR - BCC

Para culminar este proceso de simulación con las diferentes combinaciones de inputs, se aborda un último caso, el de 3 inputs – 1 output. Al ser 4 inputs para esta investigación, los posibles casos de analizar serían cuatro. Sin embargo, debemos indicar que el input Total insumos no se tomará en cuenta para este análisis, por cuanto es la suma de los inputs Materiales y gastos operativos, y Gasto en personal. De tomar en cuenta este input estaríamos duplicando la información, por cuanto el caso equivalente Patrimonio – Total insumos vs. Ingresos por ventas, ya se analizó anteriormente.

Por esta razón el único caso que se simulará es de Patrimonio – Materiales y gastos operativos – Gasto en personal vs. Ingresos por ventas. De esta manera se analiza el efecto que los 3 inputs básicos seleccionados tienen sobre las Ventas.

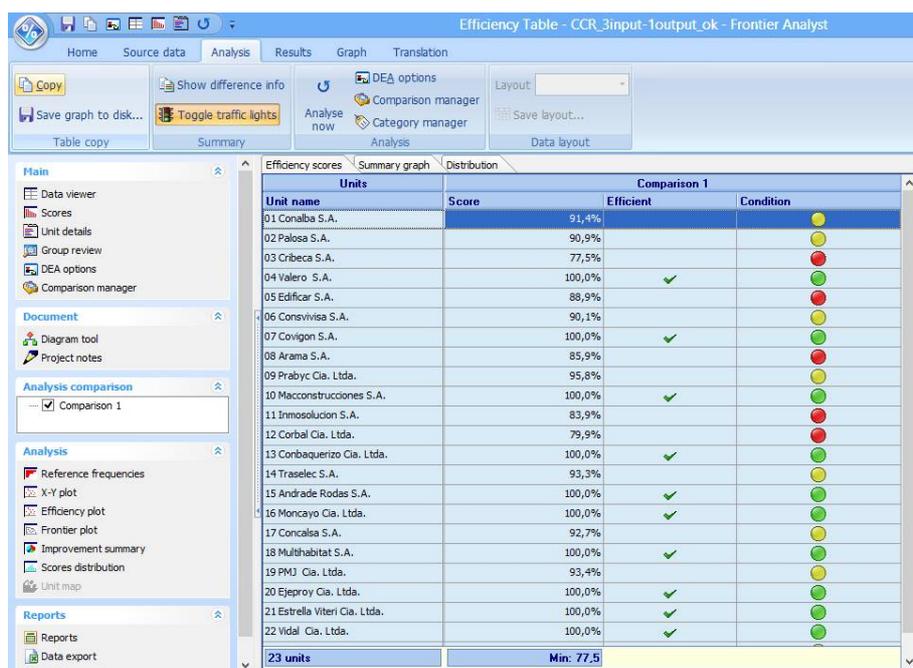


Figura 4.17. Ventana Frontier; Resultados de Eficiencia ETG, caso Patrimonio – Materiales y gastos operativos - Gasto en personal vs. Ingresos por ventas, Modelo CCR.

Fuente: Elaboración propia

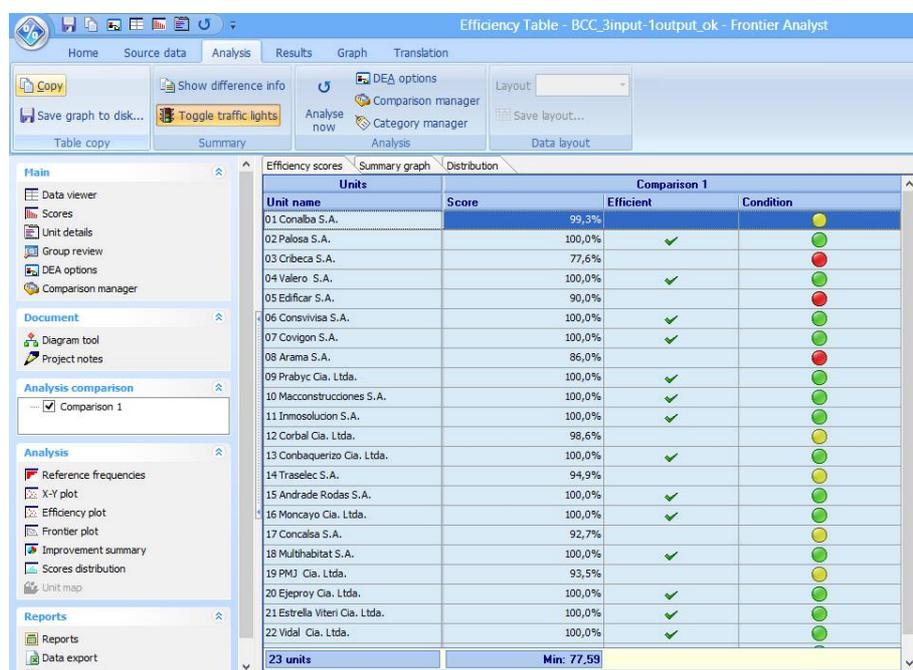


Figura 4.18. Ventana Frontier; Resultados de Eficiencia ETP, caso Patrimonio – Materiales y gastos operativos - Gasto en personal vs. Ingresos por ventas, Modelo BCC.

Fuente: Elaboración propia

Tabla 4.24. Índices de Eficiencia General, Pura y Escala con Frontier, 3 inputs (Patrimonio - Materiales y gastos operativos – Gasto en personal) vs. 1 output (Ingresos por ventas)

Puntuaciones de Eficiencia (%)			
Patrimonio - Materiales - Gasto Personal vs. Ventas			
NOMBRE / RAZON SOCIAL	Modelo DEA-CCR	Modelo DEA-BCC	Eficiencia Escala
	ETG	ETP	EE = ETG / ETP
1	Conalba S.A.	91,40%	92,04%
2	Palosa S.A.	90,90%	90,90%
3	Cribea S.A.	77,50%	99,87%
4	Valero S.A.	100,00%	100,00%
5	Edificar S.A.	88,90%	98,78%
6	Consvisiva S.A.	90,10%	90,10%
7	Covigon S.A.	100,00%	100,00%
8	Arama S.A.	85,90%	99,88%
9	Prabyc Cia. Ltda.	95,80%	95,80%
10	Macconstrucciones S.A.	100,00%	100,00%
11	Inmosolucion S.A.	83,90%	83,90%
12	Corbal Cia. Ltda.	79,90%	81,03%
13	Conbaquerizo Cia. Ltda.	100,00%	100,00%
14	Traselec S.A.	93,30%	98,31%
15	Andrade Rodas S.A.	100,00%	100,00%
16	Moncayo Cia. Ltda.	100,00%	100,00%
17	Concalsa S.A.	92,70%	100,00%
18	Multihabitat S.A.	100,00%	100,00%
19	PMJ Cia. Ltda.	93,40%	99,89%
20	Ejeproy Cia. Ltda.	100,00%	100,00%
21	Estrella Viteri Cia. Ltda.	100,00%	100,00%
22	Vidal Cia. Ltda.	100,00%	100,00%
23	Eggoccp Cia. Ltda.	98,30%	98,30%

Fuente: Elaboración propia

Los resultados obtenidos en este caso, como era de esperarse, indican que el número de empresas eficientes aumentó, con respecto a los casos anteriores. Según el Modelo DEA-CCR hay 10 empresas eficientes, lo que representa el 43% del total de 23 empresas consideradas. Con el Modelo DEA-BCC, se tiene 15 empresas eficientes, lo que representa el 65% del total.

De todos los casos estudiados, éste resulta el más favorable para la evaluación de la eficiencia de las empresas constructoras analizadas. Estos resultados tan favorables, se deben a que la muestra de empresas que se escogió es bastante homogénea, de tal manera que el benchmarking realizado entre ellas arroja resultados de eficiencia muy similares. Observe que en este caso, solo dos empresas tienen índices de eficiencia menores que el 90%. Como una razón adicional, para esta similitud de resultados, está el hecho de que se descartó desde el inicio aquellas empresas que presentaban datos extremos o atípicos.

Al comparar la Tabla 4.13 de las empresas eficientes para 1 input – 1 output, con la Tabla 4.23 de las empresas eficientes para 2 inputs – 1 output y la Tabla 4.24 para 3 inputs -1 output, se observa que para los casos 1 input – 1 output aparece un grupo de 5 empresas eficientes, a las que se incorporan 4 empresas más, para formar el grupo de 9 empresas eficientes en los casos 2 input – 1 output, y que luego se integran 6 empresas más para formar el grupo de 15 empresas eficientes en el caso de 3 inputs – 1 output. Observándose que las empresas clasificadas como eficientes al inicio y las que se incorporan posteriormente, se mantendrán como eficientes hasta el final.

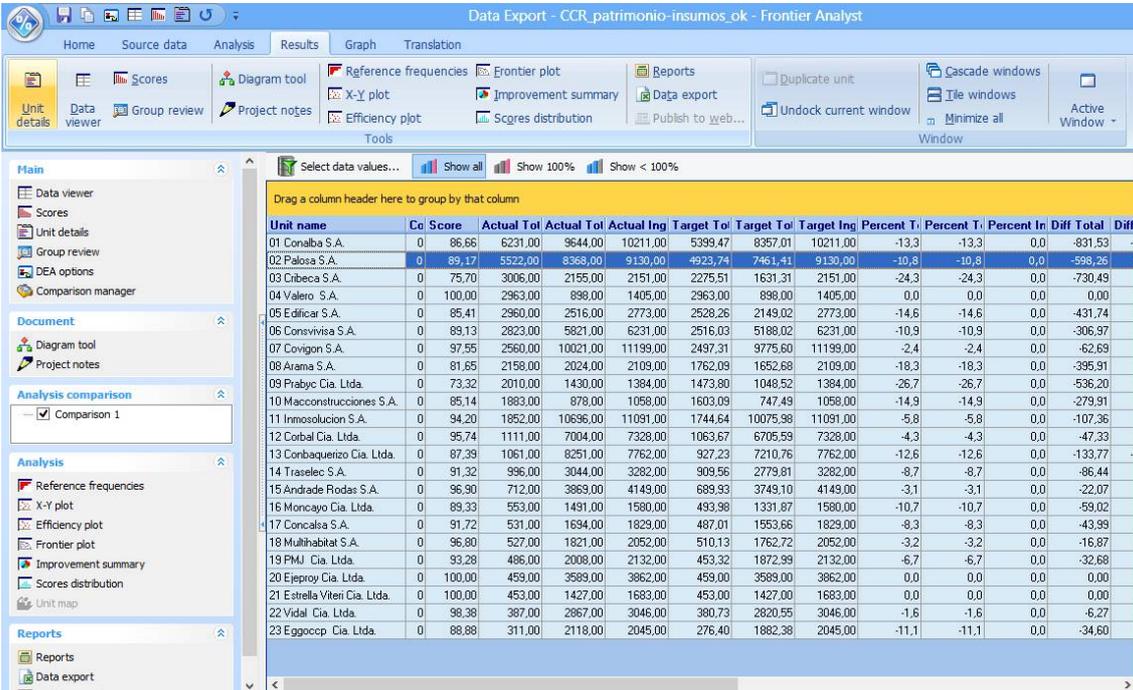
4.4.6 GENERACIÓN DE REPORTES EN FRONTIER

Como se indicó en la sección 4.4.1, al finalizar este trabajo, se presenta un reporte completo de uno de los casos estudiados. El uso del software Frontier Analyst ofrece muchas ventajas, una de éstas es la presentación de un reporte completo al final de cada caso analizado. Como ejemplo presentamos el reporte para el caso 2 inputs – 1 output: Patrimonio – Total insumos vs. Ingresos por ventas, analizado con los modelos DEA – CCR y DEA - BCC.

Se ha escogido este caso por las siguientes razones:

- Los índices de eficiencia obtenidos son muy apropiados para realizar el benchmarking entre el grupo de empresas consideradas.
- De los casos 2 inputs – 1 output, es el más representativo, pues toma en cuenta las cuatro variables básicas definidas para esta investigación. Considere que el input Total insumos, es la suma de los inputs Materiales y gastos operativos con Gasto en personal.
- Permite comparar los resultados del software Frontier Analyst con los obtenidos en forma manual en la sección 4.3.3.

Para generar un reporte completo, en la ventana principal de Frontier Analyst del caso considerado, seleccionar la pestaña **Results**, luego **Data export** (Excel), obteniéndose la ventana presentada en la Figura 4.19.



Unit name	Co Score	Actual Tot	Actual Ing	Target Tot	Target Ing	Percent T	Percent In	Diff Total	Diff			
01 Conalba S.A.	0	86.66	6231.00	9644.00	10211.00	5399.47	8357.01	10211.00	-13.3	-13.3	0.0	-831.53
02 Palosa S.A.	0	89.17	5522.00	8368.00	9130.00	4923.74	7461.41	9130.00	-10.8	-10.8	0.0	-598.26
03 Cibeca S.A.	0	75.70	3006.00	2155.00	2151.00	2275.51	1631.31	2151.00	-24.3	-24.3	0.0	-730.49
04 Valero S.A.	0	100.00	2963.00	898.00	1405.00	2963.00	898.00	1405.00	0.0	0.0	0.0	0.00
05 Edlicar S.A.	0	85.41	2963.00	2516.00	2773.00	2528.26	2149.02	2773.00	-14.6	-14.6	0.0	-431.74
06 Consvivsa S.A.	0	89.13	2823.00	5821.00	6231.00	2516.03	5188.02	6231.00	-10.9	-10.9	0.0	-306.97
07 Covigon S.A.	0	97.55	2560.00	10021.00	11199.00	2497.31	9775.60	11199.00	-2.4	-2.4	0.0	-62.69
08 Arama S.A.	0	81.65	2158.00	2024.00	2109.00	1762.09	1652.68	2109.00	-18.3	-18.3	0.0	-395.91
09 Prabyc Cia. Ltda.	0	73.32	2010.00	1430.00	1384.00	1473.80	1048.52	1384.00	-26.7	-26.7	0.0	-536.20
10 Maccionstrucciones S.A.	0	85.14	1883.00	878.00	1058.00	1603.09	747.49	1058.00	-14.9	-14.9	0.0	-279.91
11 Inmosolucion S.A.	0	94.20	1852.00	10696.00	11091.00	1744.64	10075.98	11091.00	-5.8	-5.8	0.0	-107.36
12 Coribal Cia. Ltda.	0	95.74	1111.00	7004.00	7328.00	1063.67	6705.59	7328.00	-4.3	-4.3	0.0	-47.33
13 Conbaquerizo Cia. Ltda.	0	87.39	1061.00	8251.00	7762.00	927.23	7210.76	7762.00	-12.6	-12.6	0.0	-133.77
14 Traselec S.A.	0	91.32	996.00	3044.00	3282.00	909.56	2779.81	3282.00	-8.7	-8.7	0.0	-86.44
15 Andrade Rodas S.A.	0	96.90	712.00	3869.00	4149.00	689.93	3749.10	4149.00	-3.1	-3.1	0.0	-22.07
16 Moncayo Cia. Ltda.	0	89.33	553.00	1491.00	1580.00	493.98	1331.87	1580.00	-10.7	-10.7	0.0	-59.02
17 Concalca S.A.	0	91.72	531.00	1694.00	1829.00	487.01	1553.66	1829.00	-8.3	-8.3	0.0	-43.99
18 Multihabit S.A.	0	96.80	527.00	1821.00	2052.00	510.13	1762.72	2052.00	-3.2	-3.2	0.0	-16.87
19 PMJ Cia. Ltda.	0	93.28	486.00	2008.00	2132.00	453.32	1872.99	2132.00	-6.7	-6.7	0.0	-32.68
20 Ejepryo Cia. Ltda.	0	100.00	459.00	3589.00	3862.00	459.00	3589.00	3862.00	0.0	0.0	0.0	0.00
21 Estrella Viteri Cia. Ltda.	0	100.00	453.00	1427.00	1683.00	453.00	1427.00	1683.00	0.0	0.0	0.0	0.00
22 Vidal Cia. Ltda.	0	98.38	387.00	2867.00	3046.00	380.73	2820.55	3046.00	-1.6	-1.6	0.0	-6.27
23 Eggocpp Cia. Ltda.	0	88.88	311.00	2118.00	2045.00	276.40	1882.38	2045.00	-11.1	-11.1	0.0	-34.60

Figura 4.19. Ventana Frontier; Reporte completo de resultados, caso Patrimonio – Total insumos vs. Ingresos por ventas, Modelo CCR.

Fuente: Elaboración propia

Estos resultados se exportan a Excel y se obtiene la Tabla 4.25

Tabla 4.25. Reporte completo de resultados en FRONTIER. Modelo DEA-CCR para el Caso 2 input – 1 input

Frontier data CCR 2input - 1 output

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	
Unit name	Score	Actual Total Patrimonio	Actual Total insumos utilizados	Actual Ingresos por Ventas	Target Total Patrimonio	Target Total insumos utilizados	Target Ingresos por Ventas	Percent Total Patrimonio	Percent Total insumos utilizados	Percent Ingresos por Ventas	Diff Total Patrimonio	Diff Total insumos utilizados	Diff Ingresos por Ventas	Refs	Peers	Traffic	Intercept	RTS	Slacks Total Patrimonio	Slacks Total insumos utilizados	Slacks Ingresos por Ventas	
01 Conalba S.A.	86,655021	6231	9644	10211	5399,4744	8357,0103	10211	-13,34498	-13,34498	1,781E-14	-831,5256	-1286,99	1,819E-12	0	2	2	0	0	0	0	0	0
02 Palosa S.A.	89,16593	5522	8368	9130	4923,7426	7461,405	9130	-10,83407	-10,83407	0	-598,2574	-906,595	0	0	2	2	0	0	0	0	0	0
03 Cribeca S.A.	75,699067	3006	2155	2151	2275,514	1631,3149	2151	-24,30093	-24,30093	-2,11E-14	-730,486	-523,6851	-4,55E-13	0	2	2	0	0	0	0	0	0
04 Valero S.A.	100	2963	898	1405	2963	898	1405	0	0	0	0	0	0	11	0	0	0	0	0	0	0	0
05 Edificar S.A.	85,414199	2960	2516	2773	2528,2603	2149,0213	2773	-14,5858	-14,5858	0	-431,7397	-366,9787	0	0	2	2	0	0	0	0	0	0
06 Consvivisa S.A.	89,125991	2823	5821	6231	2516,0267	5188,0239	6231	-10,87401	-10,87401	1,459E-14	-306,9733	-632,9761	9,095E-13	0	2	2	0	0	0	0	0	0
07 Covigon S.A.	97,551105	2560	10021	11199	2497,3083	9775,5962	11199	-2,448895	-2,448895	1,624E-14	-62,69172	-245,4038	1,819E-12	0	2	1	0	0	0	0	0	0
08 Arama S.A.	81,653952	2158	2024	2109	1762,0923	1652,676	2109	-18,34605	-18,34605	0	-395,9077	-371,324	0	0	2	2	0	0	0	0	0	0
09 Prabyc Cia. Ltda.	73,323387	2010	1430	1384	1473,8001	1048,5244	1384	-26,67661	-26,67661	-1,64E-14	-536,1999	-381,4756	-2,27E-13	0	2	2	0	0	0	0	0	0
10 Macconstrucciones S.A.	85,13505	1883	878	1058	1603,093	747,48574	1058	-14,86495	-14,86495	2,149E-14	-279,907	-130,5143	2,274E-13	0	2	2	0	0	0	0	0	0
11 Inmosolucion S.A.	94,203244	1852	10696	11091	1744,6441	10075,979	11091	-5,796756	-5,796756	0	-107,3559	-620,021	0	0	2	1	0	0	0	0	0	0
12 Corbal Cia. Ltda.	95,739505	1111	7004	7328	1063,6659	6705,5949	7328	-4,260495	-4,260495	1,241E-14	-47,3341	-298,4051	9,095E-13	0	2	1	0	0	0	0	0	0
13 Conbaquerizo Cia. Ltda.	87,392533	1061	8251	7762	927,23478	7210,7579	7762	-12,60747	-12,60747	0	-133,7652	-1040,242	0	0	2	2	0	0	0	0	0	0
14 Traselec S.A.	91,320903	996	3044	3282	909,55619	2779,8083	3282	-8,679097	-8,679097	1,386E-14	-86,44381	-264,1917	4,547E-13	0	2	1	0	0	0	0	0	0
15 Andrade Rodas S.A.	96,900927	712	3869	4149	689,9346	3749,0969	4149	-3,099073	-3,099073	2,192E-14	-22,0654	-119,9031	9,095E-13	0	2	1	0	0	0	0	0	0
16 Moncayo Cia. Ltda.	89,327415	553	1491	1580	493,9806	1331,8718	1580	-10,67259	-10,67259	0	-59,0194	-159,1282	0	0	2	2	0	0	0	0	0	0
17 Concalca S.A.	91,715301	531	1694	1829	487,00825	1553,6572	1829	-8,284699	-8,284699	1,244E-14	-43,99175	-140,3428	2,274E-13	0	2	1	0	0	0	0	0	0
18 Multihabitat S.A.	96,799727	527	1821	2052	510,13456	1762,723	2052	-3,200273	-3,200273	0	-16,86544	-58,27697	0	0	2	1	0	0	0	0	0	0
19 PMJ Cia. Ltda.	93,276465	486	2008	2132	453,32362	1872,9914	2132	-6,723535	-6,723535	0	-32,67638	-135,0086	0	0	2	1	0	0	0	0	0	0
20 Ejepray Cia. Ltda.	100	459	3589	3862	459	3589	3862	0	0	0	0	0	0	11	0	0	0	0	0	0	0	0
21 Estrella Viteri Cia. Ltda.	100	453	1427	1683	453	1427	1683	0	0	0	0	0	0	21	0	0	0	0	0	0	0	0
22 Vidal Cia. Ltda.	98,379717	387	2867	3046	380,72951	2820,5465	3046	-1,620283	-1,620283	0	-6,270494	-46,4535	0	0	2	1	0	0	0	0	0	0
23 Eggoccp Cia. Ltda.	88,875122	311	2118	2045	276,40163	1882,3751	2045	-11,12488	-11,12488	1,112E-14	-34,59837	-235,6249	2,274E-13	0	2	2	0	0	0	0	0	0

Fuente: Elaboración propia

Tabla 4.26. Reporte completo de resultados en FRONTIER. Modelo DEA-BCC para el Caso 2 input – 1 input

Frontier data BCC 2input - 1 output

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
Unit name	Score	Actual Total Patrimonio	Actual Total insumos utilizados	Actual Ingresos por Ventas	Target Total Patrimonio	Target Total insumos utilizados	Target Ingresos por Ventas	Percent Total Patrimonio	Percent Total insumos utilizados	Percent Ingresos por Ventas	Diff Total Patrimonio	Diff Total insumos utilizados	Diff Ingresos por Ventas	Refs	Peers	Traffic	Intercept	RTS	Slacks Total Patrimonio	Slacks Total insumos utilizados	Slacks Ingresos por Ventas
01 Conalba S.A.	94,366281	6231	9644	10211	2600,654	9100,689	10211	-58,2627	-5,63367	0	-3630,35	-543,311	0	0	2	1	-0,04259	-1	0,5262899	0	0
02 Palosa S.A.	96,72259	5522	8368	9130	2645,134	8093,75	9130	-52,0983	-3,27737	0	-2876,87	-274,25	0	0	2	1	-0,049084	-1	0,4326576	0	0
03 Cibeca S.A.	77,012107	3006	2155	2151	2314,984	1659,611	2151	-22,9879	-22,9879	-2,1E-14	-691,016	-495,389	-4,5E-13	0	3	2	-0,033973	-1	0	0	0
04 Valero S.A.	100	2963	898	1405	2963	898	1405	0	0	0	0	0	0	10	0	0	-0,457395	-1	0	0	0
05 Edificar S.A.	87,676547	2960	2516	2773	2595,226	2205,942	2773	-12,3235	-12,3235	0	-364,774	-310,058	0	0	3	2	-0,029708	-1	0	0	0
06 Consvivisa S.A.	92,916112	2823	5821	6231	2623,022	5408,647	6231	-7,08389	-7,08389	-2,9E-14	-199,978	-412,353	-1,8E-12	0	3	1	-0,013753	-1	0	0	0
07 Covigon S.A.	100	2560	10021	11199	2560	10021	11199	-5,3E-14	1,81E-14	0	-1,4E-12	1,82E-12	0	11	0	0	-27,67796	-1	0	-7,12E-16	0
08 Arama S.A.	82,8836	2158	2024	2109	1788,628	1677,564	2109	-17,1164	-17,1164	0	-369,372	-346,436	0	0	3	2	-0,037324	-1	0	0	0
09 Prabyc Cia. Ltda.	77,049344	2010	1430	1384	1548,692	1101,806	1384	-22,9507	-22,9507	1,64E-14	-461,308	-328,194	2,27E-13	0	3	2	0,3473031	1	0	0	0
10 Macconstrucciones S.A.	100	1883	878	1058	1883	878	1058	0	0	0	0	0	0	3	0	0	0,5177358	1	0	0	0
11 Inmosolucion S.A.	100	1852	10696	11091	1852	10696	11091	-2,5E-14	-1,7E-14	-1,6E-14	-4,5E-13	-1,8E-12	-1,8E-12	1	0	0	-38,25895	-1	0	0	0
12 Corbal Cia. Ltda.	100	1111	7004	7328	1111	7004	7328	-2E-14	-2,6E-14	-2,5E-14	-2,3E-13	-1,8E-12	-1,8E-12	1	0	0	-0,160013	-1	0	0	0
13 Conbaquerizo Cia. Ltda.	100	1061	8251	7762	1061	8251	7762	-2,1E-14	-2,2E-14	-1,2E-14	-2,3E-13	-1,8E-12	-9,1E-13	1	0	0	-0,738284	-1	0	0	0
14 Traselec S.A.	93,865159	996	3044	3282	934,897	2857,255	3282	-6,13484	-6,13484	1,39E-14	-61,103	-186,745	4,55E-13	0	3	1	-0,026732	-1	0	0	0
15 Andrade Rodas S.A.	97,643846	712	3869	4149	695,2242	3777,84	4149	-2,35615	-2,35615	0	-16,7758	-91,1596	0	0	3	1	-0,014473	-1	0	0	0
16 Moncayo Cia. Ltda.	93,988652	553	1491	1580	519,7573	1401,371	1653,823	-6,01135	-6,01135	4,672334	-33,2427	-89,6292	73,82288	0	2	1	0,9398864	1	0	0	0,0065919
17 Concalsa S.A.	92,001657	531	1694	1829	488,5288	1558,508	1829	-7,99834	-7,99834	-1,2E-14	-42,4712	-135,492	-2,3E-13	0	3	1	-0,048105	-1	0	0	0
18 Multihabitat S.A.	97,169835	527	1821	2052	512,085	1769,463	2052	-2,83017	-2,83017	6,65E-14	-14,915	-51,5373	1,36E-12	0	3	1	-0,02957	-1	0	0	0
19 PMJ Cia. Ltda.	93,301375	486	2008	2132	453,4447	1873,492	2132	-6,69862	-6,69862	2,13E-14	-32,5553	-134,508	4,55E-13	0	3	1	0,1223682	1	0	0	0
20 Ejeproy Cia. Ltda.	100	459	3589	3862	459	3589	3862	0	0	0	0	0	0	4	0	0	-0,298768	-1	0	0	0
21 Estrella Viteri Cia. Ltda.	100	453	1427	1683	453	1427	1683	0	0	0	0	0	0	12	0	0	-0,057082	-1	0	0	0
22 Vidal Cia. Ltda.	100	387	2867	3046	387	2867	3046	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0,3055175	1	0	0	0
23 Eggoccp Cia. Ltda.	100	311	2118	2045	311	2118	2045	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0,5007564	1	0	0	0

Fuente: Elaboración propia

Observaciones para la Tabla 4.25 y Tabla 4.26.

- En la columna 1 se indica la calificación de la eficiencia sobre 100, de cada una de las empresas.
- En las columnas 2, 3 y 4 se muestran los valores de los inputs y output, considerados para este caso, en miles de dólares.
- En las columnas 5, 6 y 7 se indican los valores del Target, que corresponden a las coordenadas del punto de proyección de la DMU considerada sobre la frontera eficiente. Estos valores corresponden a los inputs de la unidad virtual considerada eficiente, que deben ser alcanzados por la unidad analizada.
- En las columnas 8, 9 y 10 se muestran las reducciones porcentuales que cada unidad debe realizar en el input correspondiente para llegar a ser eficiente. Nótese que la reducción en ingresos por ventas es cero, debido a que el modelo utilizado es input orientado.
- En las columnas 11, 12 y 13 se indican las reducciones de los inputs anteriores, en miles de dólares.
- En la columna 14 se indican las empresas eficientes, con el número de veces que han servido como referencia de eficiencia (Refs) para las ineficientes. Para el modelo DEA – CCR, los radios vectores de estas empresas eficientes forman los conos I y II, de acuerdo a Figura 4.7.
- En la columna 15 se indica, para las empresas ineficientes, el número de empresas eficientes (Peers) que les han servido como referencia.
- La columna 16 corresponde al semáforo mostrado en la ventana de scores de eficiencia, en la que 0 corresponde al color verde (eficiente), 1 al amarillo (poca ineficiencia) y 2 al color rojo (mucho ineficiencia).
- En la columna 17 se puede ver el valor del corte de la proyección de cada uno de los segmentos eficientes de la unidad considerada sobre el eje vertical.
- En la columna 18 se indica el tipo de rendimientos a escala (RTS) de cada unidad, 0 para rendimientos constantes a escala, -1 para rendimientos decrecientes a escala y +1 para rendimientos crecientes a escala.
- En las columnas 19, 20 y 21 las holguras (Slacks) que la unidad ineficiente debe eliminar para alcanzar la eficiencia de Pareto – Koopmans.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Al finalizar este trabajo de investigación, se quiere resaltar los resultados que se han conseguido y hacer una interpretación desde la experiencia y conocimientos adquiridos al desarrollar este trabajo. Las conclusiones que se exponemos se realizan en el mismo orden en que fueron obtenidos los resultados de la aplicación práctica expuestos en el capítulo 4.

1.- Análisis Envolvente de Datos: Es una metodología muy apropiada para la evaluación de la eficiencia y la creación de una escala comparativa o ranquin entre las empresas seleccionadas. Al ser un método no paramétrico no fue necesario realizar un estudio estadístico previo para determinar una función que indique el comportamiento ideal de las empresas constructoras. Esto evidentemente fue un ahorro de tiempo y recursos. En lugar de ello, con solo los datos de las propias empresas y mediante un benchmarking se pudo realizar este trabajo, cuyos resultados, obviamente, son más ajustados a la realidad. Razón por la que se recomienda usar DEA para trabajos de este tipo, por ser una herramienta pertinente y fácil de aplicar.

2.- Casos 1 input-1 output: Los índices de eficiencia más bajos se obtuvieron con los inputs patrimonio y gasto en personal, sobre todo con el estimador T_{CCR} , con el estimador T_{BCC} mejoran un poco, pero siguen siendo bajos. Esto se debe a que dos o tres empresas con pocos de estos insumos logran elevados niveles en ingreso por ventas. Esto hace que la mayoría de empresas sean ineficientes y algunas de ellas muy ineficientes. Las empresas, con muy buen desempeño, evidentemente son las de menor tamaño, lo que nos indicaría a simple vista que para una empresa de mayor patrimonio es más difícil alcanzar la eficiencia que para una empresa de menor patrimonio, incluso al considerar rendimientos variables a escala. Para corroborar esta afirmación observe que con el T_{BCC} son eficientes una empresa grande, dos medianas y tres pequeñas.

Es importante observar que tanto los casos extremos de eficiencia como de ineficiencia pueden deberse a comportamientos excepcionales durante el año 2014. Para descartar esta posibilidad se tendría que analizar datos de otros años, lo cual está fuera del alcance de este trabajo.

Cuando se consideran los inputs Materiales y gastos operativos y Total insumos, los índices de eficiencia mejoran notablemente con ambos estimadores T_{CCR} y T_{BCC} . En este caso se obtuvieron 5 empresas eficientes. Además, con estos inputs, las empresas más eficientes son las medianas y grandes en patrimonio. La explicación es obvia: la inversión en materiales y otros insumos utilizados en la construcción, tienen que recuperarse de manera directa en el ingreso por ventas. Aquí no pueden darse casos extremos de eficiencia o ineficiencia.

Entonces, para tener una mejor idea de la eficiencia del grupo de empresas considerado, es necesario tomar en cuenta simultáneamente los inputs más importantes: Patrimonio y Total insumos. Evidenciar este hecho justifica plenamente el análisis de estos casos 1 input–1 output.

3.- Casos 2 inputs-1 output: La eficiencia aumenta en forma considerable frente a los casos anteriores. El caso con índices de eficiencia más bajos es el de Patrimonio- Gasto en personal,

lo cual vendría a ser correcto si tomamos en cuenta que estos dos inputs fueron los menos favorables para la eficiencia cuando se analizaron por separado. Nótese precisamente que los mejores índices de eficiencia se obtienen en el caso Patrimonio-Total insumos, en el cual 10 empresas son eficientes con rendimientos variables a escala T_{BCC} .

4.- Caso 3 inputs-1 output: Como era de esperarse los índices de eficiencia siguen aumentando con respecto a los casos anteriores. La eficiencia de las empresas mejora al incluir los tres inputs básicos considerados en este análisis. Esto se debe a que el bajo desempeño obtenido con alguno de los inputs, puede ser compensado con un buen desempeño de alguno de los otros. Nótese que en este caso con el T_{BCC} 15 empresas son eficientes, lo que representa el 65 % del total. Observe, también, que las empresas que resultaron eficientes en los casos 1 input-1 output se han mantenido dentro de este grupo hasta el final.

5.- El software utilizado: La aplicación de la metodología DEA implica de manera inevitable el uso de programación matemática para realizar los cálculos. Razón por la cual un objetivo propuesto en este trabajo fue buscar el software apropiado para este caso. Escogimos Frontier Analyst que es una herramienta creada especialmente para evaluar la eficiencia mediante el Análisis Envolvente de Datos. Este software nos facilitó el trabajo y fue muy apropiado para nuestros fines, es amigable y presenta muchas ventajas, razón por la cual se recomienda su utilización en futuros trabajos de aplicación con DEA.

6.- Comparación entre cálculos manuales con los del Frontier Analyst: Otro de los objetivos propuestos para este trabajo, fue el comparar los resultados de los cálculos manuales con los del software escogido.

Como se pudo observar los resultados obtenidos de las dos formas son muy similares. El margen de error es menor al 1% para todos los casos. Las empresas eficientes resultaron ser las mismas con ambos métodos. Si tomamos en cuenta que los cálculos manuales se basan en el método de Farell y que los de Frontier se basan en programación lineal, el hecho de que los resultados obtenidos de ambas maneras concuerden plenamente, valida la teoría expuesta en los capítulos anteriores.

7.- Selección de las variables y de la muestra: Los resultados obtenidos son consistentes y nos brindan un ranquin de eficiencia bastante razonable. Creemos que esto se debe a una correcta elección de los inputs y outputs utilizados en este trabajo. De igual manera, las empresas seleccionadas forman una muestra muy homogénea, sin casos extremos o atípicos, lo que ha posibilitado la obtención de índices de eficiencia aceptables para todas las empresas. Si la muestra hubiera sido con empresas muy dispares entre sí, la puntuación de eficiencia de algunas de ellas hubiera sido muy bajas, lo que indicaría que el benchmarking no es aplicable.

Debemos también resaltar, que los datos que manejamos son confiables y los obtuvimos con relativa facilidad desde un portal de información pública.

La recomendación para trabajos futuros en este campo sería realizar un estudio previo y detallado de las variables más influyentes para la evaluación de la eficiencia del sector de

empresas o instituciones considerado, así como el acceso a la información y por lo tanto la disponibilidad de los datos necesarios.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Aingner, D. J., Lovell, C.A. Knox Schmidt, P. (1977). Formulation and estimation of stochastic frontier production function models. *Journal of Econometrics* 6 (1977) 21-37. O North-Holland Publishing Company.
- Banco Central del Ecuador. (2015). *Información Estadística Mensual. No.1950*. Recuperado de:
<<http://contenido.bce.fin.ec/home1/estadisticas/bolmensual/IEMensual.jsp>>
- Banker, R., Charnes, A. y Cooper, W. (1984). Some Models for Estimating Technical and Scale Inefficiencies in Data Envelopment Analysis. *Management Science*, 30(9), 1078-1092.
- Berrío Guzmán, D. y Muñoz Santiago, A. (2005). Análisis de la eficiencia relativa del sistema bancario en Colombia en el periodo 1993-2003 y propuesta estratégica de fortalecimiento. *Pensamiento & Gestión* (18), 1-36.
- Castaño Tamayo, R. A. (2011). *Ideas Económicas Mínimas*. Medellín, Colombia: Ecoe Ediciones.
- Coelli, T., O'Donnell, C. J., Battese, G. E., y Prasada Rao, D. S. (2005). *An introduction to Efficiency and Productivity Analysis*. Segunda edición. Estados Unidos: Springer.
- Coll, V. y Blasco, O. (2006). *Evaluación de la Eficiencia Mediante el Análisis Envoltante de Datos*. España: Eumed.net. Recuperado de:
<www.eumed.net/libros/2006c/197/>
- Cooper, W. W., Seiford, L. M. y Zhu, J., (2010). *Handbook on Data Envelopment Analysis*. Segunda edición. N.Y., USA. Editorial: Springer.
- Cooper, W. W., Seiford, L. M. y Tone, K., (2007). *Data Envelopment Analysis. A Comprehensive Text with Models, Applications, References and DEA-Solver Software*. Segunda edición. N.Y., USA. Editorial: Springer.
- Córdova, F. (2016). *Evaluación de la Eficiencia como Herramienta de Gestión Empresarial Aplicación a Empresas Constructoras Ecuatorianas* (Documento no publicado). Universidad Nacional de Córdoba, Córdoba.
- Cordero, J. (2006). *Evaluación de la Eficiencia mediante Análisis Envoltante de Datos. Una Aplicación a la Educación Secundaria en España* (Tesis Doctoral). Universidad de Extremadura, España.

- Charnes, A. y Cooper, W. W. (1962). Programming with Linear Fractional Functions. *Naval Research Logistics Quarterly*, 9(1), 181-185.
- Charnes, A., Cooper, W. W. y Rhodes, E. (1978). Measuring the Efficiency of Decision Making Units. *European Journal of Operational Research*, 2, 429-444.
- Charnes, A., Cooper, W. W. y Rhodes, E. (1981). Evaluating Program and Managerial Efficiency: And Application of Data Envelopment Analysis to Program Follow Through. *Management Science*, 27 (6), 668-697.
- Chau, K. W., Poon, S. W., Wang, Y. S. Y Lu, L. L. (2005). Technological progress and the productive efficiency of construction firms in Hong Kong, 1981–2001. *Journal of Construction Research*, 6(2), 195-207.
- Debreu, G. (1951). The Coefficient of Resource Utilization. *Econometrica*, 19(3), 273-292.
- Deprins D., Simar L. y Tulkens H. (1984). Measuring Labor-Efficiency in Post Offices. En M. Marchand, P. Pestieau y H. Tulkens (Eds.), *The Performance of Public Enterprises: Concepts and Measurement* (pp. 243). North Holland, Amsterdam: Elsevier Science Publishers.
- Devicenzi, G., Rescala, C., Rohde, G., Giraudo, M., Bonaffini M., Bernaola, G. (2015). Medición de la eficiencia en la gestión de administración de una empresa constructora. *TRIM*, 9, pp. 35-45.
- Emrouznejad, A., Parker, B. y Tavares, G. (2008). Evaluation of research in efficiency and productivity: A survey and analysis of the first 30 years of scholarly literature in DEA. *Journal of Socio-Economics Planning Science*, 42(3), 151-157.
- Farrell, M. J. (1957). The Measurement of Productive Efficiency. *Journal of the Royal Statistical Society*, 120(3), 253,281.
- Flores, R., Morala, B. y Rodríguez, P. (2009). *Estudio de la eficiencia en la gestión de recursos de las empresas constructoras de Castilla y León: propuesta de aplicación del análisis DEA*. (Trabajo no publicado). Universidad de León, España.
- Francisco de Araujo, A., Guimaraes, D. y Shikida, C. (2012). Analysis of the efficiency of national civil construction firms. *Brazilian Business Review*, 9(3), 45-70.
- Fried, H.O., Lovell, C.A.K. y Schmidt, S.S. (2008). *The measurement of productive efficiency*. New York, USA: Oxford University Press.
- González, R. (2010). *Utilización del análisis envolvente de datos (DEA) en el desarrollo de una metodología para el establecimiento de costos eficientes de*

remuneración, en la administración, operación y mantenimiento de los sistemas de distribución eléctrica (Tesis de maestría). Universidad Nacional de Colombia, Bogotá.

González, E. (2013). La Estimación de la Eficiencia mediante Métodos no Paramétricos. En A., Alvarez. (Ed.), *La Medición de la Eficiencia y la Productividad* (pp. 139-163).

Guerrini, A., Martini, M. y Campedelli, B. (2013). Measuring the efficiency of the Italian construction industry. *International Journal of Business Performance Management*, 14(3).

Guio Tamayo, O. F. y Monroy Licht, I. M. (2003). *Medición de la Eficiencia Relativa de Agentes Generadores de Energía Eléctrica en Colombia (Año 2001)* (Tesis de pregrado). Recuperado de:
<http://www.javeriana.edu.co/biblos/tesis/ingenieria/tesis168.pdf>

INEC. (2012). *Estadísticas Económicas*. Recuperado de:
<http://www.inec.gob.ec/estadisticas/>

Koopmans, T. C. (1951). *Analysis of Production as an Efficient Combination of Activities*. En *Activity Analysis of Production and Allocation* (pp. 33-97).

Krugman, P. y Wells, R. (2007). *Macroeconomía: Introducción a la economía*. Barcelona, España: Reverté.

Mankiw, N. G. (2002). *Principios de Economía*. Segunda edición. México D.F.: McGraw Hill

MIPYMES. (2011). *Micro, Pequeña y Mediana Empresa: Definición y clasificación de la* Recuperado de: <http://www.pymesfuturo.com/Pymes.htm>

Moreno, J., López, O. y Díaz J. (2014). Productividad, eficiencia y sus factores explicativos en el sector de la construcción en Colombia 2005-2010. *Cuadernos de Economía*, 33(63), 569-588.

Pyndyck, R. y Rubinfeld, D. (2009). *Microeconomía*. España: Pearson Prentice Hall Inc.

- Quindós, M., Rubiera, F. y Vicente Cuervo, M. R. (2003). Análisis Envolvente de Datos: Una Aplicación al sector de los Servicios Avanzados a las Empresas del Principado de Asturias. *Rect@*, 11(1), 1-9.
- Ren-Jze, D. y Jih-Shong, M. (2013). Efficiency measurement of the construction industry in Taiwan: a stochastic frontier cost function approach. *Construction Management and Economics*, 31(5), 335-344.
- Rescala, C., Devincenzi, G., Rohde, G., Bonaffini, M. L., Giraud, M.V., Bernaola, G., Pavón, R. (2012). Dos modelos para determinar la eficiencia de una empresa constructora. *TRIM*, 5, 21-38.
- Superintendencia de Compañías, Valores y Seguros. (2015). *Portal de Información. Sector societario*. Recuperado de: http://appscvs.supercias.gob.ec/portallinformacion/sector_societario.zul
- Tineo, J. (2008). *Análisis Envolvente de Datos para estimar la Eficiencia Relativa de Grupos de Investigación* (Tesis de maestría). Universidad Simón Bolívar, Venezuela.
- Tolosa, B. (2013). *Evaluación de eficiencia en el sector de distribución de energía eléctrica en Colombia empleando la metodología de análisis envolvente de datos-DEA*. (Tesis). Universidad Nacional de Colombia, Manizales.
- Tsolas, I. (2011). Modelling profitability and effectiveness of Greek-listed construction firms: an integrated DEA and ratio analysis. *Construction Management and Economics*, 29(8), 795-807.
- Tulkens, H. (1993). On FDH Efficiency Analysis: Some Methodological Issues and Applications to Retail Banking, Courts and Urban Transit. *Journal of Productivity Analysis*, 4(1/2), 183-210.