UNIVERSIDAD DEL AZUAY

FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA

ESCUELA DE INGENIERÍA DE LA PRODUCCIÓN Y OPERACIONES

TEMA:

Modelo de programación de la producción con metodología de investigación de operaciones para la empresa *Energy Cool*

Trabajo de titulación previo a la

Obtención del título de Ingeniero en Producción y Operaciones

AUTOR:

Israel Mateo Flores Verdugo

DIRECTOR:

Ing. Iván Coronel

Cuenca, Ecuador

2017

Dedicatoria

Esta tesis se la dedico a las mujeres de mi vida:

A mi abuela y bisabuela que construyeron mi humanidad.

A mi madre quien me enseño que los sueños van de la mano del esfuerzo y la constancia.

A mi hermana por su ternura y compañía.

A mis tías, mujeres fuertes y luchadoras.

Su amor, consejos y apoyo incondicional, me ayudaron en mi formación personal y profesional. Todas sus enseñanzas me han servido para poder resolver mis problemas y salir adelante durante mis momentos difíciles.

Agradecimientos

Agradezco a Dios que siempre me ha protegido; él ha sido, es y será mi fuerza para poder cumplir mis metas y proyectos.

A las mujeres de mi vida, mi abuela y bisabuela, mi madre, mi hermana, mis tías, mi rubia que me apoyaron y que estuvieron acompañándome a lo largo de mi vida.

A mi director de tesis Ing. Iván Coronel por su apoyo y paciencia durante toda mi formación como profesional.

A todos mis profesores que creyeron en mí y me acompañaron durante mi permanencia en la Universidad.

A mi tío Ec. Fernando Verdugo, quien me brindó su apoyo para llevar a cabo mi proyecto de investigación.

A todos, muchas gracias y mi más profundo respeto y admiración, los llevaré siempre en mi corazón.

Contenido

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES Y TABLAS

MODELO DE PROGRAMACIÓN DE LA PRODUCCIÓN CON METODOLOGÍA DE INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES PARA LA EMPRESA *ENERGY COOL*

Resumen

El ingeniero de producción y operaciones en sus actividades empresariales emplea modelos matemáticos de investigación operativa, que contribuyen a optimizar recursos y aumentar la rentabilidad. Este proyecto estudia y evalúa tres metodologías: el lineal, el no lineal y el dinámico. Está abocado a seleccionar el más conveniente para optimizar la producción de la empresa *Energy Cool*, y así demostrar cómo se podría planificar la producción, al tomar en cuenta variables reales. Se ha concluido que el mejor es 'el modelo de programación lineal' el cual se adecua perfectamente a las condiciones de la empresa para optimizar recursos y aumentar rentabilidad.

....

Ing . Iván Coronel
Director del trabajo de titulación

....

Ing . Iván Coronel
Director trabajo de Escuela

Israel Flores
....

Israel Mateo Flores Verdugo
Autor

PRODUCTION PROGRAMMING MODEL WITH OPERATION RESEARCH METHODOLOGY FOR *ENERGY COOL* COMPANY

ABSTRACT

A production and operations engineer in his business activities uses operation research mathematical models, which contribute to optimize resources and increase profitability. This project studied and evaluated three methodologies: linear, nonlinear and dynamic. The study aimed at selecting the most suitable method in order to optimize the production of *Energy Cool* Company; and thus, to demonstrate how production can be planned, taking into account real variables. It was concluded that the linear programming model is the most appropriate, because it is perfectly adaptable to the conditions of the company to optimize resources and increase profitability.

Ing . Iván Coronel
Thesis Director

Ing . Iván Coronel
School Director

Israel Flores
Israel Mateo Flores Verdugo
Author

UNIVERSIDAD DEL AZUAY
Dpto. Idiomas

Translated by,
Lic. Lourdes Crespo

INTRODUCCIÓN

Este proyecto investigativo proviene del interés por resolver las dificultades que se representaron en la empresa de ensamblaje *Energy Cool* del grupo SMT de Buenos Aires, Argentina al momento de planificar la producción.

El ensamblado de los productos se lleva a cabo por el método de prueba error o por el criterio de los encargado de la planta; para luego tomar decisiones sobre cómo se realizará la fabricación; en vez de optar por la aplicación de modelos cuantitativos determinísticos que les permita tener aproximaciones más acertadas para gestionar la planificación de la producción: un manejo adecuado de los diferentes recursos, un mínimo desperdicios y una disminución de pérdidas.

La selección del modelo más adecuado para la empresa permite maximizar las utilidades de ésta y se convierte en una ventaja competitiva para la toma de decisiones a mediano y a largo plazo. Por esta razón, contar con una planificación de la producción, gestionada por un modelo cuantitativo determinístico es una opción no solo para empresas de este tipo sino para todas aquellas que se dediquen a la producción de cualquier producto.

El principal problema que tiene la empresa *Energy Cool* es la inexistencia de una planificación para el ensamblado de los productos; esta situación trae como consecuencia costos de operación muy elevados, porque al no contar con una programación en la asignación del trabajo, es necesario contratar a un mayor número de personas para satisfacer la demanda generada y evitar los retrasos en el ensamblado. Además, un aumento de la fuerza laboral requiere un mejor manejo del recurso administrativo y, a su vez, procedimientos más eficientes para controlar y programar la producción. Por este motivo, se requiere que la planta organice eficazmente su producción mediante un modelo cuantitativo determinismo estocástico que le permita mejorar el manejo de los procesos operativos para cumplir con la demanda del mercado y los resultados esperados por la gerencia.

CAPÍTULO No 1

Análisis de metodologías de la Investigación Operativa y sus aplicaciones

1.1 La programación lineal y su metodología para la planificación de la producción

La realidad es muy cambiante y difícil de representar, en ocasiones lo que se quiere hoy ya no lo deseamos se lo desea mañana, lo que planifica para ahora no sucede como se lo pensaba; esta variabilidad influye mucho en la toma de decisiones. Pero para poder tomar una resolución de manera lógica y racional es indispensable conocer los diferentes escenarios, las diversas posibilidades y los efectos que podrían provocar. Esos cálculos, se los hace a través de modelos matemáticos que se plantean de acuerdo a los requerimientos de la empresa.

Cuando se emplea la programación lineal para elaborar modelos matemáticos, aplicados a la planificación de la producción, es común esperar que todas las variables del modelo sean conocidas o que la mayoría se acoja a la realidad que se desean modelar; sin embargo, esto no es frecuente.

La habilidad de diseñar y crear modelos matemáticos requiere mucha experiencia y técnica, puesto que, los modelos son representaciones de escenarios muy cercanos a la realidad, que se espera que se cumplan y que sean percibidos de modo diferente en función de las necesidades de la empresa.

En cuanto a la definición de modelo matemático: “un modelo es una representación explícita y externa de parte de la realidad como la ven las personas que desean usar el modelo para entender, cambiar, gestionar y controlar dicha parte de la realidad” (Pidd, 2010). De acuerdo con este autor, los modelos y su uso en Investigación de Operaciones es muy relevante, porque éstos son posibles representaciones de la realidad, pero no son la realidad misma.

Por otra parte, la programación lineal es conveniente para precisar la planificación de la producción y fueron Hanssmann y Hess (1960) los primeros en proponer una planificación de la producción mediante un modelo basado en la programación lineal. Además: “todo problema de optimización y, en este caso, para la planificación de la producción mediante programación lineal, requiere de dos etapas. La primera consiste en plantear un modelo matemático del problema, que está expresado en forma verbal (Sipper y Bulfin, 1998). La segunda se fundamenta en solucionar el problema por una herramienta de optimización que utiliza el Método Simplex (George B. Dantzig, 1947).

Según Beneke y Winterboer (1984) los métodos matemáticos de optimización (aquellos que permiten identificar los valores máximos o mínimos de determinadas expresiones matemáticas) alcanzaron un desarrollo notable en la década de los años 40 (Jorge Alvarado Boirivant, 2009: 90).

Por lo tanto, el desarrollo de un modelo de programación lineal corresponde a un algoritmo a través del cual se simulan escenarios reales en los que se intenta identificar y resolver problemas para incrementar la productividad y la calidad respecto a los diferentes recursos de la empresa. El objetivo principal es maximizar o minimizar funciones matemáticas lineales con una o varias variables con restricciones lineales, y optimizar una función objetivo la cual también debe ser lineal.

Entonces, cualquier modelo para planificar la producción en la que interviene un número determinado de variables las cuales se relacionan entre sí, mediante una igualdad o desigualdad, puede ser formulado como un modelo de programación matemática. Tanto así las restricciones como la función objetivo se pueden expresar como modelos lineales.

Para la planificación de la producción, se considera tres aspectos y se toma a la empresa como un sistema:

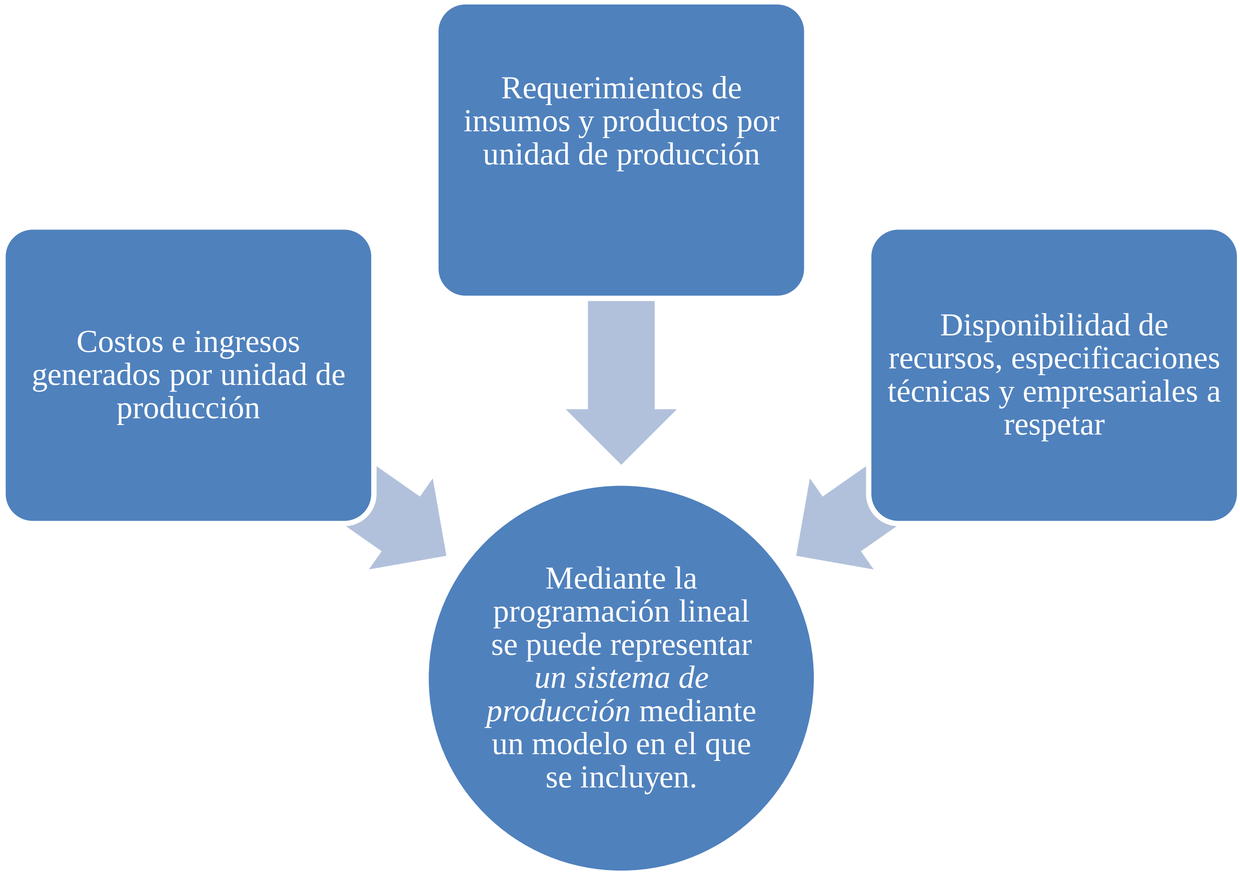


Gráfico 1 Programación Lineal

Fuente: (Hillier y Liberman, 2007)
Elaboración: propia

El desarrollo de la programación de producción para ciertos períodos de tiempo ya sean semanas o meses, es un trabajo complejo y crítico en la mayoría de las plantas de producción. El ingeniero de producción y operaciones debe estudiar y considerar variables como: costos de inventario, escases, mano de obra, almacenamiento, restricciones de espacio, entre otras; por ende, debe saber cómo realizar la combinación óptima de todas estas variables a través de un modelo matemático que le permita optimizar su Plan de Producción.

Además para la planificación de la producción, se toman en cuenta algunos aspectos como los beneficios globales de la empresa, la satisfacción de los clientes con los productos terminados y el ambiente laboral. Para generar un modelo más exacto se deberían tomar en cuenta estos parámetros al momento de plantear las posibles variables que simulen los diferentes escenarios, esto permitiría una toma de decisiones adecuada.

Para el análisis de la aplicación de la programación lineal en la planificación de la producción, se tomaran dos modelos, a partir de estos generarse un nuevo modelo de programación lineal para la fábrica *Energy Cool*. El primero es de Marcos Navarro quien plantea el problema de la maximización:

> Una empresa produce cuatro familias de productos de línea blanca. En este momento se tiene el problema de decidir cuánto producir de cada una de las familias de productos para el próximo periodo. Del proceso de producción se ha extraído la información que se muestra en el gráfico 2. De acuerdo con esto, las familias P2 y P3 requieren un procedimiento en todos los departamentos de la planta. Las variables de decisión por resolver son las siguientes:
>
> X1 = Número de unidades a producir de la familia 1.
>
> X2 = Número de unidades a producir de la familia 2.
>
> X3 = Número de unidades a producir de la familia 3.
>
> X4 = Número de unidades a producir de la familia 4.
>
> La administración de la empresa tiene incertidumbre sobre las utilidades unitarias estimadas que recibirá por la comercialización de los productos, dado que la compañía estima los costos totales de la producción mediante la metodología de costeo ABC, la cual basa el costo unitario sobre todos los insumos de la producción que se consumen, y estos recursos son variables de un periodo a otro. La empresa ha estimado que cualquiera de las utilidades unitarias siguientes es posible:

Familia	Tiempos de procesamiento					Utilidad unitaria	Ventas por periodo
	Estampado	Taladrado	Terminado	Inspección	Empa que		Min Max
P_1	-	0,25	0,15	0,05	0,14	49	300 900
P_2	0,15	0,45	0,25	0,05	0,15	45	150 600
P_3	0,14	0,60	0,20	0,04	0,10	42	150 500
P_4	0,10	0,30	-	0,06	0,12	40	200 800
Horas Disponibles	200	650	230	100	250		

Gráfico 2 Tiempos de procesamiento

Fuente: Moya Navarro

Utilidades Unitarias			
C_{u1}	C_{u2}	C_{u3}	C_{u4}
49	45	42	40
49	45	22	20
30	35	42	40

Gráfico 3 Utilidades Unitarias

Fuente: Moya Navarro

Estudios realizados por la compañía indican que para los próximos veinte meses las siguientes utilidades unitarias podrían ocurrir:

C_{u1}	C_{u2}	C_{u3}	C_{u4}	Frecuencia de ocurrencia
49	45	42	40	4 de los 20 meses
49	45	22	20	10 de los 20 meses
30	35	42	40	6 de los 20 meses

Gráfico 4 Frecuencia de Ocurrencia

Fuente: Moya Navarro

Asimismo, un estudio reciente indicó que la compañía tiene una probabilidad de 0,45% de tener ventas buenas y un 0,55% de tener ventas promedio en los próximos meses. Con base en estas utilidades unitarias y sus correspondientes probabilidades de ocurrencia estimadas, la compañía necesita conocer el plan de producción óptimo, es decir, el plan de producción de mínimo costo (Moya Navarro, 2011: 87- 88).

El modelo básico de programación lineal, planteado por Moya está conformado por las dos partes básicas de un problema: la función objetivo y las restricciones. La función objetivo o meta debe ser maximizada o minimizada de acuerdo a lo que sea necesario.

De acuerdo a las variables del problema, Moya plantea la función objetivo y sus restricciones o limitaciones de la siguiente manera:

$$\boxed{\text{Max } X_0 = 49\,X_1 + 45\,X_2 + 42\,X_3 + 40\,X_4} \Rightarrow \text{Función objetivo}$$

Sujeto a:

$$\begin{array}{lr}
0.15\,X_2 + 0.14\,X_3 + 0.10\,X_4 \leq 200 & (1) \\
0.25\,X_1 + 0.45\,X_2 + 0.60\,X_3 + 0.30\,X_4 \leq 650 & (2) \\
0.15\,X_1 + 0.25\,X_2 + 0.20\,X_3 \leq 230 & (3) \\
0.05\,X_1 + 0.05\,X_2 + 0.04\,X_3 + 0.06\,X_4 \leq 100 & (4) \\
0.14\,X_1 + 0.15\,X_2 + 0.10\,X_3 + 0.12\,X_4 \leq 250 & (5) \\
X_1 \geq 300 & (6) \\
X_1 \leq 900 & (7) \\
X_2 \geq 150 & (8) \\
X_2 \leq 600 & (9) \\
X_3 \geq 150 & (10) \\
X_3 \leq 500 & (11) \\
X_4 \geq 200 & (12) \\
X_4 \leq 800 & (13)
\end{array} \Rightarrow \text{Restricciones o limitaciones}$$

No negatividad

$$X_1, X_2, X_3, \text{ y } X_4 \geq 0$$

Para la función objetivo toma las diferentes utilidades unitarias de sus respectivas familias de productos, y los tiempos establecidos en las distintas operaciones para el procesamiento, con su disponibilidad de operación; las restricciones o limitaciones están expresadas de acuerdo a la demanda de sus ventas.

Como segundo modelo tenemos:

La empresa Motores de Almazora, S.A. fabrica dos tipos de motores eléctricos los cuales vende a la compañía Electrodomésticos Villareal, S.A. Tres veces al año, el director de compras de esta última empresa envía a la primera un pedido que abarca los siguientes cuatro meses. A continuación, se muestra una tabla con el pedido para el período enero-abril para cada modelo de motor:

MODELO	*ENERO*	FEBRERO	MARZO	ABRIL
ME3A	800	700	1.000	1.100
ME3B	1.000	1.200	1.400	1.400

Para la planificación de la producción en Motores de Almazora, S.A. debe considerar cuatro factores:

1. El deseo de producir el mismo nº de motores cada mes. Esto simplificaría la planificación y los horarios de trabajadores y máquinas.

2. La necesidad de mantener lo más bajo posible los costes de estucos. Esto sugiere que en cada mes se ha de ajustar la producción a lo estrictamente requerido.

3. Limitaciones de almacenes, las cuales son de 3.300 unidades máximo de cada tipo.

4. La política de no despidos de la compañía, la cual garantiza que un mínimo de la capacidad productiva estará en activo cada mes. Concretamente, se asegura un nivel no inferior a las 2.240 horas mensuales de mano de obra, y podría ampliarse tal recurso hasta las 2.560 horas mensuales si fuese necesario.

Se deberá tener en cuenta que los costes de producción son de 10 $ por unidad de ME3A y de 6 $ por unidad de ME3B, si bien debido a un acuerdo con los sindicatos, estos costes se incrementarán en un 10% a partir del 1 de marzo. Además, cada motor de tipo ME3A que permanezca almacenado supone un coste de 0.18 $ por mes, mientras que almacenar uno de tipo ME3B genera un coste de 0.13 $ mensual.

Por otro lado, se desea tener un inventario de seguridad de 450 ME3A y 300 ME3B a finales de abril. Finalmente se indica que cada ME3A requerirá de 1.3 horas de mano de obra, mientras que cada ME3B necesita de 0.9 horas. (Javier Faulin y Ángel A, 2011: 8)

```
! XAi = "n° de ME3A producidos durante el mes i"   i=1,2,3,4
! XBi = "n° de ME3B producidos durante el mes i"

! IAi = "n° de ME3A en inventario al final del mes i"
! IBi = "n° de ME3B en inventario al final del mes i"
```

Definición de variables

```
MIN  10XA1 + 10XA2 + 11XA3 + 11XA4 + 6XB1 + 6XB2 + 6.6XB3 + 6.6XB4 +

   .18IA1 + .18IA2 + .18IA3 + .18IA4 + .13IB1 + .13IB2 + .13IB3 + .13IB4

                 ! costes de producción y costes de inventario
```

Función objetivo

```
ST
          XA1 - IA1 =  800 ! demanda de enero
          XB1 - IB1 = 1000

          XA2 + IA1 - IA2 =  700! demanda de febrero
          XB2 + IB1 - IB2 = 1200

          XA3 + IA2 - IA3 = 1000! demanda de marzo
          XB3 + IB2 - IB3 = 1400

          XA4 + IA3 - IA4 = 1100! demanda de abril
          XB4 + IB3 - IB4 = 1400

          IA4 = 450
          IB4 = 300

          IA1 + IB1 <= 3300
          IA2 + IB2 <= 3300
          IA3 + IB3 <= 3300
```

Limitaciones o restricciones

```
IA4 + IB4 <= 3300
1.3XA1 + .9XB1 >= 2240! mínimo uso de mano de obra en enero
1.3XA1 + .9XB1 <= 2560

1.3XA2 + .9XB2 >= 2240! mínimo uso de mano de obra en febrero
1.3XA2 + .9XB2 <= 2560

1.3XA3 + .9XB3 >= 2240! mínimo uso de mano de obra en marzo
1.3XA3 + .9XB3 <= 2560

1.3XA4 + .9XB4 >= 2240! mínimo uso de mano de obra en abril
1.3XA4 + .9XB4 <= 2560
```

Limitaciones o restricciones

(Javier Faulin y Ángel A, 2011: 9).

El modelo de programación lineal desarrollado por Javier Faulin y Ángel A está conformado por las dos partes básicas de un problema de programación lineal al igual que la aplicación de Moya, pero este problema propone una diferencia de variables y considera otros aspectos dentro de los recursos.

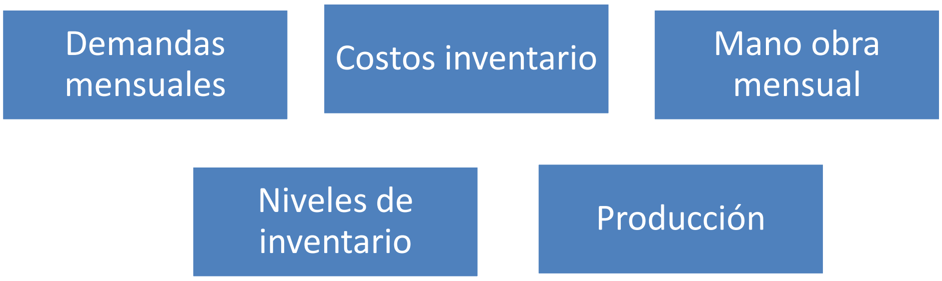


Gráfico 5 Variables para la programación lineal

Fuente: Javier Faulin
Elaboración: propia

La función objetivo de Faulin y Ángel A establecida por la sumatoria de los costos de producción más los costos de inventario, a diferencia de Moya que solo considera las utilidades unitarias de las familias de productos.

Las restricciones o limitaciones están divididas en dos instancias; en primer lugar, se toma en cuenta las demandas pero no de ventas sino la demanda de productos por sucursal; en segundo lugar, la disponibilidad de mano de obra de acuerdo a los meses, y se los asocia a la demanda de los productos.

Entonces existen una infinidad de problemas que se pueden resolver mediante programación lineal, si se considera los dos aspectos fundamentales sea cual sea las variables que se encuentren dentro del escenario en estudio: el planteamiento de la función objetivo y el de las restricciones o limitaciones. Estos modelos pueden ser resueltos mediante el método simple que considera dos variables o el multivarial como los que se han presentado, pero siempre desarrollado por el modelo universal de programación lineal de *Hillier* y *Liberman* (2007), *Krajewski* y *Ritzman* (2005), *Heizer* y *Render* (2001), *Chase* R. y *Aquilano* (2000).

El planteamiento que presenta Moya, Faulin y Ángel A. en su problema de programación lineal, se adecua a los postulados planteados por los autores anteriores así:

Gráfico 6 Categorías para la programación lineal

Fuente: Hillier y Liberman 2007

Elaboración: Propia

La terminología que se encuentran en el gráfico, se adaptaría a un sin fin de problemas de programación lineal ya sea para maximizar o minimizar la función objetivo y se ajustarían al problema que presenta Moya quien plantea otras variables como los recursos y las actividades. Proponen en los que ´m´ denota el número de tipos de recursos que se pueden utilizar y ´n´ el número de actividades que se consideran.

Los recursos planteados para los programas de programación lineal, podrían ser una infinidad, aplicados a cualquier tipo de problema y así:

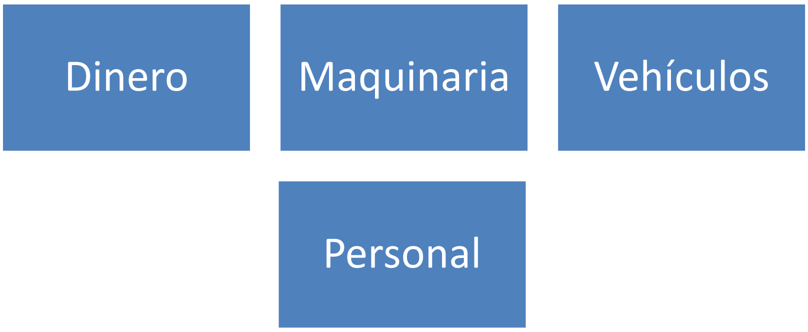


Gráfico 7 Recursos

Fuente: Hillier y Liberman 2007
Elaboración: propia

Por otra parte, las actividades que se deben considerar al momento de plantear y resolver el modelo de programación lineal son:

Gráfico 8 Actividades

Fuente: Hillier y Liberman 2007

Elaboración: propia

El modelo estándar de programación lineal se encuentra conformado por las siguientes variables que presentan *Hillier* y *Liberman* o *Chase* y *Aquilano*, que tienen como fin conseguir los costos mínimos o los beneficios máximos de la función objetivo. Las variables estándar por la que el modelo general de programación lineal está conformado son las siguientes:

Z = valor de la medida global de desempeño.

xj = nivel de la actividad j (para j = 1, 2, . . . , n).

cj = incremento en Z que se obtiene al aumentar una unidad en el nivel de la actividad j.

bi = cantidad de recurso i disponible para asignarse a las actividades (para i = 1, 2, . . . , m).

aij = cantidad del recurso i consumido por cada unidad de la actividad j.

El modelo estándar de programación lineal se presenta de la siguiente forma:

Maximizar $z = c_{11}x_1 + c_{12}x_2 + \cdots + c_n x_n,$

Sujeta a las restricciones:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n \leq b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n \leq b_2$$

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n \leq b_2$$

$$x_1 \geq 0, +x_2 \geq 0, \ldots, x_n \geq 0$$

Otro modelo usado para la planificación de la producción, que no consideran *Hillier - Liberman* o *Chase - Aquilano* y que determina cuánto producir y almacenar mensualmente por producto, pero para varios periodos, es el modelo de programación lineal de Ponsot y Márquez:

Minimizar:

$$\boxed{C = \sum_{i=1}^{k} c_{1,i}x_i + \sum_{i=1}^{k} c_{2,i}y_i + \sum_{i=1}^{k} c_{3,i}z_i}$$

Función Objetivo

Sujeto a:

$$y_i + \sum_{j=1}^{i} x_j - z_i = y_0 - \sum_{j=1}^{i} d_j \qquad i = 1, \dots, k$$

$$x_i \leq L \qquad i = 1, \dots, k$$

$$z_k = 0$$

$$x_i, y_i, z_i \geq 0 \qquad i = 1, \dots, k$$

Restricciones o Limitaciones

El modelo está constituido por muchas variables y para poder desarrollarlo se asume que la demanda es conocida al inicio de cada periodo, sin embargo no se mantiene constante. Este modelo se desarrolla con tres aspectos y considera las siguientes:

Gráfico 9 Aspecto a considerar

Fuente: Ponsot y Márquez

Las variables que presenta son las siguientes:

$k = Número\ de\ periodos$

$x_i = Número\ de\ \ unidades\ \ a\ producir\ en\ el\ i - ésimo\ período,\ \ i = 1,2,3, \dots k.\ )$

$y_i = Número\ de\ unidades\ en\ inventario\ al\ final\ del\ i-ésimo\ período$

$z_i = Número\ de\ unidades\ no\ satisfechas\ en\ el\ i-ésimo\ período$

$d_i = Número\ de\ unidades\ demandadas\ del\ producto\ en\ el\ i-ésimo\ período$

$y_o = Nivel\ de\ inventario\ inicial\ del\ producto$

$L = Límite\ de\ capacidad\ productiva$

$c_1 = Costo\ unitario\ del\ producto$

$c_2 = Costo\ unitario\ de\ mantener\ en\ inventario\ una\ unidad\ del\ producto\ de\ un\ período\ al\ siguiente$

$c_3 = Costo\ unitario\ de\ escasez, costo\ que\ representa\ tener\ que\ demorar\ la\ entrega\ de\ una\ unidad$

A diferencia del modelo estándar de programación lineal que se utiliza comúnmente, éste considera los costos de mantener productos en el inventario y de demora en la entrega estas variables podrían ser de utilidad al momento de plantear el modelo para la empresa *Energy Cool*. Entonces, por la facilidad de aplicación y de adaptación a diferentes situaciones, y por la sencillez en la implementación; la programación lineal es uno de los métodos más utilizados para planificar la producción.

De esta manera para planificar la producción de la empresa *Energy Cool* se buscara minimizar costos, utilizando el modelo matemático de Ponsot y Márquez al considerar el número de unidades de aires acondicionados por ensamblar y el número de aires acondicionados por almacenar.

También se podría tomar el modelo estándar multivarial de actividades y recursos, la demanda para los períodos, la mano de obra, la producción de diferentes modelos de aires acondicionados; y así analizar la mejor alternativa que minimice los costos los desperdicios, para generar la máxima ganancia.

El objetivo principal de la aplicación de la programación lineal para la planificación y optimización de la producción, radica en la maximización de la productividad de la empresa.

Por otro lado, se intentara hallar las soluciones más óptimas que podrían darse en diferentes escenarios simulados para la fábrica *Energy Cool*. Será necesario simular el nivel de producción de los diferentes artículos ensamblados, así como la demanda mensual, el nivel de inventario o cualquiera de las variables críticas al momento de programar la producción de esta empresa.

Las dificultades se presentan cuando la productividad, la calidad y la eficiencia de esta empresa se encuentran en niveles críticos: los riesgos de la producción, la falta de calidad, la demanda de producción, escases de inventarios, entre otras. Estas dificultades se ven se ven incrementadas en el verano, una temporada alta en la cual no se puede satisfacer la demanda del mercado de las diferentes sucursales.

La simulación se centrara en establecer un control de varios parámetros, lo que le permitirá analizar de mejor manera los diferentes escenarios que se puedan presentar, observar las diferentes ventajas y desventajas al momento de establecer la programación lineal como posible modelo de planificación

En el modelo matemático de programación lineal, el número de variables que se considera es muy extenso: los periodos de producción, los niveles de inventario inicial para cada uno de los diferentes productos, la capacidad productiva, la mano de obra, las limitaciones de la maquinaria, la cantidad de recursos disponibles para producir, entre otras.

Como se puede observar, esas variables planteadas anteriormente, necesitan datos exactos, reales; y cuantificables de la empresa *Energy Cool.* No se encuentran establecidas por funciones de distribución probabilística como el caso del modelo de programación dinámica, lo que genera una ventaja al momento de la simulación del modelo matemático.

El modelo matemático puede ser complejo porque las entradas o actividades deben ser contraladas, cuantificadas, y porque se podría identificar equivocadamente los parámetros. Así, en un ambiente simulado podría generarse soluciones no óptimas al crear un grado de dificultad no real; y el planteamiento de la función objetivo y su relación con sus limitaciones o restricciones impedirán el cumplimiento del modelo planteado.

La programación lineal modelada en un *software* es cara; mucho más si se quiere que lance resultados reales y viables de acuerdo a las necesidades de la empresa., ya que el modelo matemático presenta una cantidad de variables que a veces se convierten en un limitante. Para que esto sea más funcional, se debe disminuir las variables en la simulación para no comprometer la eficacia del método operativo de solución, porque el número de variables por considerar y analizar crece de acuerdo al tiempo. Además, se podrían presentar nuevas variables como: el deterioro de las máquinas de ensamblaje o hasta la falta de mano de obra.

Finalmente, el último punto importante dentro de la programación lineal es el análisis de sensibilidad, que pone atención a los parámetros de entrada para que éstos sean lo más exactos al resultado final, y así la simulación sea lo más cercana a la realidad de la empresa *Energy Cool*. De esta forma, el modelo de programación lineal proporcionará una muestra de lo que sería una producción de calidad de acuerdo a la unidad estratégica del negocio.

1.2 La programación no lineal y su metodología para la planificación de la producción

La aplicación de la programación no lineal está más desarrollada en otros ámbitos como lo son la industria mecánica, la industria petrolera y la industria eléctrica. La planificación de la producción se ha mantenido en la esfera de lo académico teórico con problemas didácticos para compresión y aprendizaje del modelo. Las aplicaciones más comunes de la programación lineal están dadas por sus métodos de resolución:

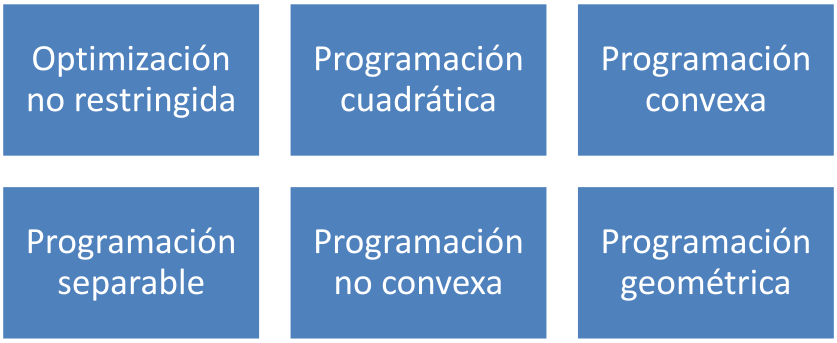


Gráfico 10 Métodos de Resolución

Fuente: Hillier y Liberman
Elaboración: propia

Para la planificación de la producción, se utilizará los modelos cóncavos y convexos que están asociados a funciones que gráficamente se representan de esa manera: ´´una función matemática es cóncava en conjunto convexo s si todo segmento que une dos puntos está por debajo de la gráfica´´ (Funciones convexas y cóncavas, 2017: 4). Al momento de planificar la producción, estas funciones matemáticas tienen un papel muy importante porque: ´´la suma de dos funciones convexas es una función convexa y este corolario se cumple para las funciones cóncavas (2017: 6).

La optimización de variables que se escojan para el modelo matemático y planificación de la producción con ciertas restricciones o limitaciones en un sub intervalo infinito [a, b] se expresa de la siguiente forma: la función a optimizar está dada por: $z = f\ (x\ )$ y sujeta a sus limitaciones o restricciones las cuales son: $a\ \leq x\ \leq b$, las soluciones óptimas estarán dadas por los máximos o mínimos locales que cumplan con este modelo.

Cuando se planifica la producción, se toma en cuenta los óptimos locales y globales que se presenten en las funciones: ´´una solución óptima es un máximo global si en ella la función objetivo toma un valor mayor o igual que con otra solución óptima y será un mínimo global si en ella la función objetivo es menor que con cualquier otra solución óptima´´ (2017: 7).

Para que una solución sea factible al momento de planificar la producción, la función objetivo debe ser mayor o igual a otra solución óptima que se genere y que este próxima ha x:

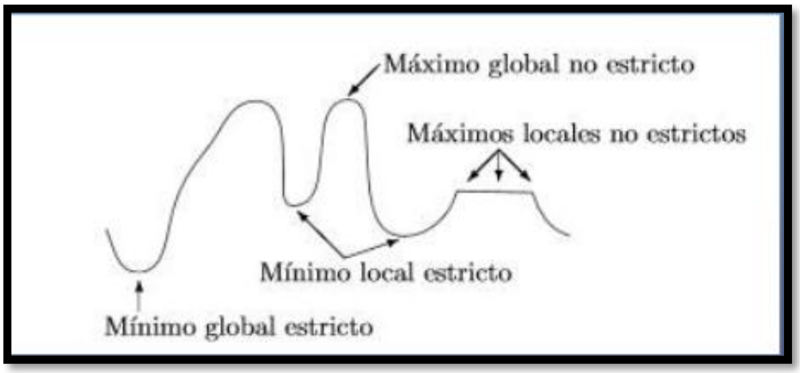


Gráfico 11 Solución factible

Fuente: Hillier y Liberman

Para la optimización multivarial se considera aplicaciones con restricciones o limitaciones; sin ellas, si se estima sin restricciones presentan, el siguiente modelo matemático:

Se tiene la función Z que puede ser maximizada o minimizada:

$$z = f\ (x_1 +\ x_2 +\ x_3 + \cdots\ x_n\ )$$

Y está sujeto a: $(\ x_1 +\ x_2 +\ x_3 + \cdots\ x_n\ )$, para el modelo con restricciones, se toma en cuenta lo que propone *Hillier* y *Liberman*.

Una de las aplicaciones de la programación no lineal para la planificación de la producción, se realizó en la industria petrolera que desarrollado modelos matemáticos para la optimización y mejora de la producción de gas y petróleo unificado de varios pozos; este modelo se dividió en varios periodos de tiempo y se conocía la demanda. Se podía homologar a la producción de diferentes productos para determinados periodos de tiempo y establecer un costo por cada pozo para formular la función objetivo: ´´la formulación contempla la disminución de la presión en la boca del pozo, se debido a la extracción y la recuperación de la presión cuando la producción del mismo se anula. Además, se modela las restricciones debidas a la caída de presión en las tuberías y la interconectividad de los pozos´´ (Robles Agudo y Vázquez-Román, 2008: 25-32).

El desarrollo del modelo asume que la demanda es conocida para periodo de tiempo lo que supone que los modelos matemáticos para la optimización de multiproductos mediante la modelación no lineal, toma en cuenta la demanda constante para cada periodo de tiempo:

> La producción de un pozo se mantiene constante durante cada período y su capacidad de producción es restringida por varios factores. La primera restricción involucra el comportamiento de la boca del pozo con respecto al yacimiento. Varios modelos han sido propuestos para modelar diferentes tipos de pozos lo cual incluye la influencia de pozos y vecinos pozos (Robles -Agudo y Vázquez-Román 2008: 25-32).

El modelo permitió optimizar la producción de petróleo y gas para diferentes periodos de tiempo. Entonces, las premisas para modelar mediante programación no lineal, es el tamaño del período que debe ser suficiente para garantizar que los valores de la producción seas razonablemente constantes y que la producción esté garantizada.

La mayoría de los modelos matemáticos que describen los problemas de la vida real son no lineales, además un modelo no lineal tiende a ser una relación matemática algebraica en la cual la mayoría de veces sus variables de decisión están ligadas a funciones logarítmicas, trigonométricas y exponenciales. También, la programación no lineal cumple dos aspectos básicos de la programación lineal los cuales están constituidos por una función objetivo y por limitaciones o restricciones, pero en este caso no son lineales; de igual manera que la programación lineal, los modelos matemáticos de programación no lineal pueden ser de maximización o de minimización. La programación no lineal trata de hallar:

$$x = (x_{1\,,}x_2 \ldots x_n)$$

para maxinizar o minimizar f(x)

sujeta a : $g_i(x) \leq b_i$

para i = 1,2....m

y $x \geq 0$

Gráfico 12 La programación no lineal halla
Fuente: Hillier y Liberman
Elaboración: propia

Donde f (x) y $g_i(x)$ son funciones dadas de n variables de decisión, pero esas n variables se ajustarían a los recursos mencionados en la programación lineal que podrían ser muchos de acuerdo a los diferentes problemas y las necesidades que presenten.

Dentro de la programación no lineal, existen muchos tipos de problemas y cada uno tiene su propio modelo matemático de resolución, existen problemas muy sencillos y otros muy complejos. De igual manera para la programación lineal; se analizará la aplicación de la programación no lineal para la planificación de la producción. Se tomaran varios ejemplos para generar el modelo de programación no lineal para la fábrica *Energy Cool.*

Primer ejemplo:

Una empresa produce frigoríficos y ha firmado un contrato para suministrar al menos 150 unidades en tres meses, 50 unidades al final del primer mes, 50 al final del segundo y 50 al final del tercero. El coste de producir una cantidad de frigoríficos en cualquier mes es su cuadrado. La empresa puede producir si lo desean más frigoríficos de los que necesita en cualquier mes y guardarlos para el siguiente. El coste de almacenaje es de 12 euros por unidad al mes. Suponiendo que no hay inventario inicial, formular el programa adecuado para determinar el número de frigoríficos que deben producirse cada mes, para minimizar el costo total (García-Ligero y Román-Román, 2).

Las variables de decisión del problema son:

X1: número de frigoríficos a producir en el primer mes

X2: número de frigoríficos a producir en el segundo mes

X3: número de frigoríficos a producir en el tercer mes

El objetivo es minimizar y la función objetivo sería la siguiente:

- Costo de producción = $x1^2 + x2^2 + x3^2$
- Costo de almacenaje del segundo mes = $12\,(x1 - 50)$
- Costo de almacenaje del tercer mes = $12\,(x1 + \mathrm{x2} - 50)$

Por lo tanto, z que corresponde a (x1, x2, x3), la función objetivo sería:

$$\boxed{Z = x1^2 + x2^2 + x3^2 + 12\,(x1 - 50) + 12\,(x1 + \mathrm{x2} - 50)}$$

Las restricciones o limitaciones estarían planteadas de la siguiente manera:

- Atender la demanda al final del primer mes = $x1 \geq 50$
- Atender la demanda al final del segundo mes = $x1 - 50 + \mathrm{x2} \geq 50$
- Atender la demanda al final del tercer mes = $x1 + \mathrm{x2} - 100 + \mathrm{x3} \geq 50$

Al igual que la programación lineal se debe colocar las variables de no negatividad que son:

$$x2 \geq 0\,, x3 \geq 0$$

El modelo matemático de programación no lineal para la empresa que produce frigoríficos, después de haber planteado la función objetivo, definido las variables, planteado las limitaciones o restricciones; y minimiza los costos totales es:

$$Z = x1^2 + x2^2 + x3^2 + 12\,(x1 - 50) + 12\,(x1 + \mathrm{x2} - 50)$$

S.a

- $x1 \geq 50$
  - $x1 - 50 + \mathrm{x2} \geq 50$
  - $x1 + \mathrm{x2} - 100 + \mathrm{x3} \geq 50$
- $x2 \geq 0\,, x3 \geq 0$

Ligero y Román plantean el problema de minimización para encontrar la mezcla adecuada de producción mensual de una empresa, éste es muy semejante a la realidad de la empresa *Energy Cool*, que se ajusta al modelo estándar de programación no lineal de Hillier y Liberman. Además plantean la misma expresión estándar de estos autores, pero expresada de una manera más que es:

$$Max(\,Min)\; f\;(\,x1\,;;x2\,;\ldots;xn)$$

S.a

$$g1(x1\,;;x2\,;\ldots;xn)(\leq\,;\,=\,;\,\geq\,)b1$$

$$g2(x1\,;;x2\,;\ldots;xn)(\leq\,;\,=\,;\,\geq\,)b2$$

$$gm(x1\,;;x2\,;\ldots;xn)(\leq\,;\,=\,;\,\geq\,)bm$$

Por lo tanto, en la modelación de la programación lineal, la función objetivo estará dada por $f\;(\,x1\,;;x2\,;\ldots;xn)$ y las limitaciones o restricciones estarán expresadas por $gi(x1\,;;x2\,;\ldots;xn)(\leq\,;\,=\,;\,\geq\,)bi\;\; i = 1\,;\ldots;m$ y se asume que éstas son diferenciales.

Dentro de la programación no lineal para la producción existen problemas con restricciones lineales y no lineales como el siguiente:

> Una compañía petrolífera debe determinar cuántos barriles de petróleo hay que producir en los próximos dos años. Si la compañía produce x_1 millones de barriles durante un año, se pondría vender cada barril a $30 - x_1$ dólares. Si extrae x_2 millones de barril durante el segundo año, se podría vender cada barril a $35 - x_2$ dólares. El costo para producir x_1 millones de barriles en el primer año es de x_1^2 millones de dólares y el costo para producir x_2 millones de barriles durante el segundo año es de $2x_2^2$ millones de dólares. Se puede obtener como máximo un total de 20 millones de barriles de petróleo, y se puede gastar como máximo 250 millones de dólares en la producción. Generar un modelo de programación no lineal para maximizar las ganancias para los próximos dos años (García Ligero y Román - Román, 3).

Las variables, éstas estarían de acuerdo a la producción dentro del año uno y el año dos así:

x_1 = Millones de barriles producidos durante el primer año

x_2 = Millones de barriles producidos durante el segundo año

Una vez identificadas las variables, se establece la función objetivo la cual es una de maximización para aumentar las ganancias al momento de la producción de los barriles de petróleo.

$$\boxed{Max\ Z = x_1\,(30 - x_1) + x_2\,(35 - x_2) - x_1^2 - 2x_2^2}$$

Por parte de las limitaciones y restricciones se estima que la función objetivo debe estar sujeta a:

$$x_1^2 + x_2^2 \leq 250$$

$$x_1 + x_2 \leq 20$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Se observar que para este problema de programación no lineal, el modelo presenta limitaciones o restricciones a las que está sujeta la función objetivo, lo que brinda un punto de partida para la generación de un modelo más apegado a la realidad de la empresa *Energy Cool.* Al momento de plantear las variables, se analizarán algunas lineales y otras no lineales, si se quiere optimizar el ensamblaje multi producto.

Una de las ventajas, del modelo matemático no lineal, es que permiten la flexibilidad y eficiencia de adoptar cualquiera de los varios modelos que existen al adaptar las variables con las que más se pueda trabajar dentro de la programación no lineal, pero es importante conocer que el nivel de dificultad aumenta de acuerdo a la formulación del algoritmo de cada modelo; por lo tanto, genera resultados óptimos al trabajar con gran cantidad de variables.

La programación no lineal para la planificación de la producción es método grafico que simula un sistema real de acuerdo a funciones matemáticas y analiza la relación entre los parámetros y las limitaciones de los sucesos en posibles escenarios, lo que modifica así las funciones y las ajusta de acuerdo a las necesidades que presenten las variables en el estudio.

El número de variables que se requiere para modelar la programación no lineal está definida por: la función matemática de la cantidad de producción de cierto artículos, los costos de producción, la cantidad monetaria para poder cumplir las corridas de producción, los costos de inventario o almacenamiento de productos, las cantidades de producción para cierto periodo, las cantidades de atención a la demanda entre otras. Se puede observar que la cantidad de variables es numerosa, pero permite generar resultados más aproximados al momento de simular la realidad.

1.3 La programación dinámica y su metodología para la planificación de la producción

Los creadores de la programación dinámica fueron *Richard Bellman* y *G.B. Dantzig;* al inicio no tomó el nombre de programación dinámica sino de programación lineal estocástica o de problemas lineales que correspondían a la incertidumbre, la modelación dinámica. Ésta se desarrolló para resolver problemas en los que es indispensable la toma de decisiones en periodos sucesivos. Las decisiones tomadas en cada una de las etapas, limitan el desarrollo del sistema y cambia los posibles escenarios.

El modelo de programación dinámica no sigue un patrón estándar. Así, para cada situación especial, será indispensable establecer cada uno de los parámetros que caracterizan las variables únicas y usar aquellas, que generan las soluciones más óptimas.

El procedimiento estándar para hallar las soluciones más adecuadas de estos escenarios y sus situaciones se divide en el estudio individual de cada una de los periodos del escenario, en orden opuesto; es decir, se comienza por el final del sistema y se pasa en cada iteración a la etapa antecesora. El estudio del primer escenario termina con la solución del problema o la situación planteada. Según Bellman, en el principio de optimalidad: ´´cualquier subsecuencia de decisiones de una secuencia óptima de decisiones que resuelve un problema, también debe ser óptima respecto al sub problema que resuelve. (Bellman, 1954: Cap 3).

Las características básicas de un modelo de programación dinámica son las siguientes:

- El problema puede dividirse en periodos o etapas y cada una de ellas necesita tomar en cuenta sus parámetros para la toma de decisiones.
- Cada periodo o etapa tiene ciertos parámetros que se asocia con su inicio.
- Los parámetros para la toma de decisiones en cada una de las etapas o periodos, consiste en modificar el periodo o etapa inicial en una etapa o periodo asociado con el inicial del periodo o etapa siguiente, distribución de probabilidades.
- El método de solución está desarrollado para encontrar las soluciones óptimas para cada periodo o etapa en los escenarios que se presenten.
- De acuerdo al periodo o etapa actual, los parámetros óptimos de solución para los periodos o etapas restantes son independientes de los parámetros analizados en escenarios anteriores. El principio de optimalidad es: ´´la decisión óptima e

inmediata que depende sólo del estado actual y no de cómo se llegó ahí. (*Hillier* y *Liberman*, 2007: 397).

- El proceso de resolución inicia cuando se encuentran los parámetros óptimos para el último periodo o etapa en análisis.
- Los parámetros óptimos de solución para el último periodo o etapa menciona los parámetros óptimos para cada escenario posible en ese periodo o etapa.
- Los parámetros de solución de acuerdo a *Hillier* y *Liberman* están basados en una relación recursiva que identifica los parámetros de solución para la etapa n dados los parámetros de solución óptima para los periodos n + 1.

El modelo de relación recursiva establecido por *Hillier* y *Liberman* para la maximización y minimización dentro del modelo de programación dinámica está representado por:

$f_n^* \ (s_n)_{x_n} = \max\{ f_n(s_n;\ x_n)\}$

$f_n^* \ (s_n)_{x_n} = \min\{ f_n(s_n;\ x_n)\}$ *:*

Dónde:

N = Numero de etapas o periodos

n = Etiqueta de la etapa o periodo actual (n = 1; 2……N)

s_n = Estado actual de la etapa n

x_n = Variable de decisión de la etapa n

x_n^* = Valor óptimo de x_n (dado s_n)

$f_n\ (s_n\ , x_n\ )$ = contribución de los estados n, n+1……N a la función objetivo si el sistema se encuentra en el estado $\mathrm{s_n}$ en la etapa o periodo n, la decisión inmediata es $\mathrm{x_n}$ y e adelante se toman decisiones óptimas.

- Cuando se usa esta representación recursiva, el método de solución para los problemas de programación dinámica comienza de atrás hacia adelante y se desplaza etapa por etapa para encontrar cada uno de los parámetros óptimos de solución hasta encontrar los parámetros óptimos de la etapa inicial, es decir, la solución óptima del problema completa es x_1^* para el estado inicial s_1 y después para x_2^* y su estado s_2 y así sucesivamente hasta x_n^* y s_n.

También para la planificación de la producción se ha desarrollado el modelo de programación dinámica determinística. *Hillier* y *Liberman* mencionan que el estado de la siguiente etapa está determinado por el estado y los parámetros óptimos de decisión de la etapa actual. A diferencia de la primera en la que se mencionan los escenarios, éstos están determinados individualmente por sus parámetros de decisión.

La programación dinámica determinística está representada por: si se encuentra en la etapa o periodo n el proceso está en algún escenario s_n , al tomar la decisión $\mathrm{x_n}$ se mueve a algún escenario s_{n+1} en la etapa o periodo n+1. La función objetivo para este tipo de problemas se plantea como $f_{n+1}^* (s_{n+1})$ y los parámetros de decisión $\mathrm{x_n}$ también apoyan a la función objetivo; es decir, al combinar estas dos expresiones se obtiene $f_n (s_n , x_n)$ y la contribución de la n y de la optimización de x_n y se obtiene $f_n^* (s_n) = f_n (s_n , x_n^*)$, una vez determinados cada valor de x_n^* y $f_n^* (s_n)$ para cada valor posible de s_n, el procedimiento de solución de igual manera que el primero se mueve de atrás hacia adelante.

Para el análisis de la programación dinámica y sus aplicaciones como punto de partida, se tomará el ejemplo de la diligencia o de la carrosa, planteado por *Hillier* y *Liberman*:

> Un cazafortunas de Missouri decide ir al oeste para sumergirse en la fiebre del oro que surgió en california a mediados del siglo XIX. Hace el viaje en diligencia a través de territorios sin ley, donde existen serios peligros de ser atacado por merodeadores. A pesar de que su punto de partida y su destino son fijos, tiene muchas opciones en cuanto a qué estados o territorios debe elegir como puntos intermedios. En el grafico 12, se muestra las rutas posibles, en el que cada estado se representa mediante un círculo con una letra; además, en el diagrama, la dirección del viaje es siempre de izquierda a derecha. Como se puede observar, se requiere cuatro etapas o jornadas en la diligencia para viajar desde su punto de partida en el estado A el cual es Missouri a su destino en el estado J el cual es California. Este cazafortunas es un hombre prudente y preocupado por su seguridad. Después de reflexionar un poco idea una manera bastante ingeniosa para determinar la ruta más segura. Se ofrecen pólizas de seguros de vida a los pasajeros. Como el costo de la póliza de cualquier jornada en la diligencia está basado en una evaluación cuidadosa de la seguridad del recorrido, la

ruta más segura debe ser aquella cuya póliza represente el menor costo total. El costo de la póliza estándar del viaje en diligencia, del estado i al estado j, que se denota como c_{ij} es la que se encuentra representada en la figura[1]

¿Cuál es la ruta que minimizara el costo total de la póliza?

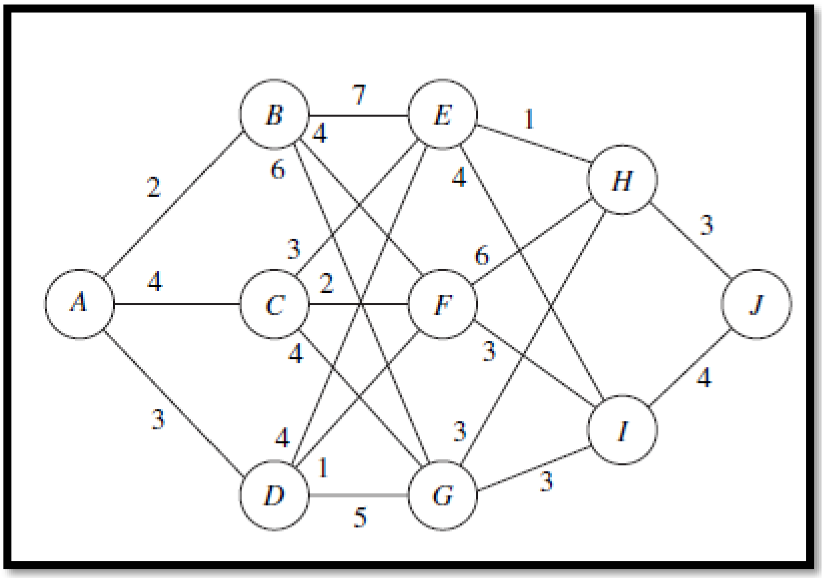


Gráfico 13 Desplazamiento

Fuente: Hillier y Liberman

	B	C	D
A	2	4	3

	E	F	G
B	7	4	6
C	3	2	4
D	4	1	5

	H	I
E	1	4
F	6	3
G	3	3

	J
H	3
I	4

Gráfico 14

Fuente: Hillier y Liberman

[1] El problema de la diligencia fue desarrollado por el profesor Harvey M. Wagner cuando estaba en Stanford University.

En primera instancia, al elegir la ruta más económica en cada etapa siguiente del problema de la diligencia, no genera la solución óptima general para resolver el problema, la ruta más económica es la siguiente:

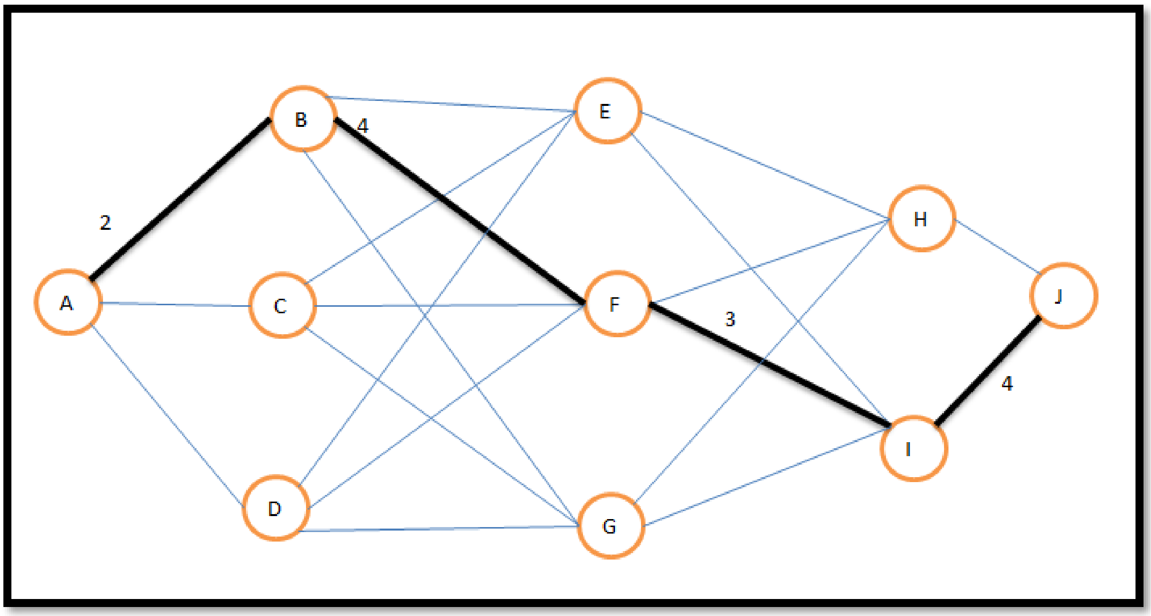


Gráfico 15 Etapas

Fuente: Hillier y Liberman
Elaboración: propia

Se genera un costo total de trece, pero se consideran otros caminos alternos, así se podría abaratar etapas predecesoras al escenario I como por ejemplo A, D, F es más conveniente que A, B, F

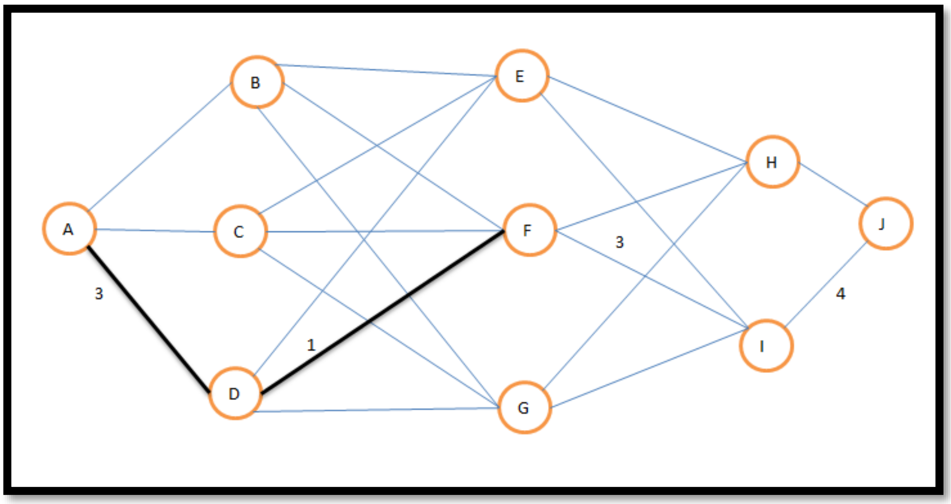


Gráfico 16 Etapas

Fuente: Hillier y Liberman
Elaboración: propia

De esta manera se observa que el problema de la diligencia, podría resolverse mediante la ruta más corta; los costos representan las distancias, pero como el problema está planteado por etapas, la resolución óptima sería el análisis mediante escenarios por el modelo de programación dinámica.

Se empieza por el primer escenario en el cual el cazafortunas se encuentra en el escenario anterior, al del final de su recorrido; por lo tanto, sólo le queda una etapa más para finalizar el recorrido de la diligencia, por ende: x_n ($n = 1,2,3,4$) las variables de decisión que plantea el problema como los destinos inmediatos de la etapa n por los que debe trasladarse este hombre representa el n-ésimo recorrido que hará la diligencia para este suceso, el trayecto seleccionado es:

$\boxed{A \rightarrow x1 \rightarrow x2 \rightarrow x3 \rightarrow x4 \text{ donde } x4 = J}$

Esto significa que es el final del trayecto del cazafortunas en la diligencia. Sea $f_n(s, x_n)$ el costo total del mejor parámetro de solución óptimo para desenvolverse los escenarios períodos o etapas restantes; mientras la persona que vende las pólizas se encuentra en el estado s, listo para empezar la etapa n , y elige x_n como el siguiente destino próximo.

La relación recursiva del problema de la diligencia mediante la modelación dinámica es la siguiente:

$$f_n^*(s) = min_{xn} f_n(s, x_n) = f_n(s, x_n^*)$$

Después de plantear el modelo dinámico del problema de la diligencia con los mismos conceptos, se plantea la relación recursiva para una aplicación sobre la planificación de la producción y generar los parámetros de solución óptima para cada uno de sus periodos o etapas que se presenten.

Una empresa ensambladora de televisores conoce que la demanda para los televisores de 32 pulgadas durante cada uno de los próximos cuatro meses será: para el mes uno, 1 unidad; para el mes dos, 3 unidades; para el mes tres, 2 unidades; y para el mes cuatro, 4 unidades. Al inicio de cada mes la empresa debe establecer cuántas unidades deben ser producidas para dicho mes. De acuerdo a la producción mensual unitaria, la empresa gana en un costo inicial de 3 dólares más un dólar por cada unidad producida. Al llegar el fin de mes, cada unidad que se encuentre en el inventario que no se vendió ocasiona un costo de 0,5 dólares, las restricciones de la empresa al momento de ensamblar sus productos son las siguientes:

- La limitación de maquinaria que provoca no producir más de 5 unidades del artículo por mes.
- La limitación de capacidad del almacén que restringe el inventario final de cada mes a un máximo de 4 unidades.

La empresa desea determinar un plan de producción para cada mes que cumpla a tiempo con las demandas y que reduzca al mínimo los costos de producción y de inventario durante los cuatro meses. Se supone que no hay unidades en inventario al principio del primer mes.

Al igual que el problema del cazafortunas, se puede emplear el modelo matemático de programación dinámica en el cual cada una de los períodos serían representados por los meses en los cuales se debe planificar la producción y en cada período. La variable de decisión será representada por el número de unidades en inventario al principio del correspondiente mes, los periodos o estados están representados por: x_E ($E = 1,2,3,4$).

La relación recursiva para este problema con sus limitaciones o restricciones estarán planteadas de la siguiente manera:

f_4^*(E) = min c x_4

Sujeto a:

$x_4 + E = 4$

$x_4 \in (0,1,2,3,4,5,)$

Donde tenemos que considerar:

C (x) = si x = 0

C (x) = 3+x si x > 0

De esta manera quedaría representado un modelo de planificación de la producción mediante la programación dinámica, el modelamiento dinámico gana un valioso reconocimiento al momento de conseguir el uso óptimo de los recursos de la empresa cuando se planifica la producción; así: ´´existen horizontes de planificación suficientemente amplios que aseguran la armonía de las decisiones de producción óptimas del primer período sin hacer caso a cambios en la demanda futura´´ (García y Smith, 2000).

Después de analizar los tipos de modelos de programación dinámica, se sabe que para dar soluciones óptimas a problemas se pueden representar en etapas y cada una de estas etapas o periodos, deben tener su propia decisión para generar un costo mínimo; pero es necesario tener en cuenta que probablemente las soluciones generadas, no podrían ser totalmente predecibles; lo que dificultaría la solución del problema de la empresa *Energy Cool* al momento de planificar la producción.

Una variable, para el problema planteado, es la demanda de los productos. Se deberá proponer una función de distribución para calcular la cantidad de producción por cada valor de la demanda, de acuerdo al período y se ponderaran estos costos en relación a sus probabilidades para así determinar el costo esperado.

Otra variable muy importante es la cantidad de etapas o períodos, en la simulación se propondrían tres etapas: demanda para los periodos, costos unitarios de los productos, los costos de almacenamiento o permanencia en inventario al inicial o al final.

La complejidad de este modelo es menor a los presentados anteriormente. Si se simula la eficiente función de distribución para la aplicación, es más predictivo y cercano a la realidad; porque en el ambiente simulado, el nivel de la producción no variará de un período a otro; de esta forma, el patrón estable. Una de las ventajas de este modelo matemático es el nivel de factibilidad para lograr resultados óptimos requeridos.

El modelado en *software* es sumamente manejable, debido al principio probabilístico que facilita soluciones factibles acorde a la función de distribuciones en caso de que exista. Esta función generará una solución óptima para todo el sistema y esos resultados generen escenarios acordes a la realidad de la empresa. Se debe tener cuidado con la complejidad espacial; puesto que el análisis por etapas debe ser acorde a la función de distribución, la cual es simulada en función a la realidad de la empresa. De esta forma se obtendrán parámetros óptimos en cada etapa dentro del sistema global.

1.4 Cuadro comparativo de las diferentes metodologías de la investigación operativa

Para la planificación de la producción mediante algunas de las metodologías de la investigación operativa, se han identificado tres técnicas con sus respectivos modelos matemáticos que en la simulación permitirán alcanzar resultados ideales. Además, se identificarán las ventajas y las desventajas de estos modelos para luego simular los posibles ambientes de la empresa *Energy Cool*.

Después de analizar las tres metodologías, se observa que cada una permite tomar una decisión acertada para gestionar de mejor manera la planificación de la producción de una empresa. Al describir cómo funciona la programación lineal, la programación no lineal y la programación dinámica, se identificó los parámetros que emplean cada una de ellas para formular la función objetivo, la cual se relaciona directa a las limitaciones o restricciones.

Por lo tanto, la simulación con cualquiera de las tres metodologías, permitirán obtener resultados flexibles y productivos; que mejoraran la calidad al momento de gestionar la producción, porque brindarán soluciones óptimas para la planificación.

Metodología	Cantidad de variables	Nivel de complejidad
Programación Lineal	El nivel de variables de entradas puede ser numeroso de acuerdo al escenario planteado y a las realidades de caso.	El nivel de complejidad puede llegar a ser medio, al momento de establecer la función objetivo, puesto que, hay que tener claro en qué casos se va a maximizar o minimizar la función, de igual manera el planteamiento de las restricciones debe delimitar los limitantes de las variables en cuestión.
Programación no lineal	El nivel de variables es elevado de acuerdo a las entradas que se ajustan al modelo matemático por desarrollar.	El nivel de complejidad es medio, ya que se soluciona este tipo de modelo mediante la combinación y asolación de las diferentes variables que se puedan extraer del caso planteado. Y los métodos de solución podrían generar resultados no óptimos ni factibles si no se establecen los modelos matemáticos correctos de acuerdo a los lineamientos de la metodología que faltan por aprender.

Programación dinámica estocástica	El nivel de entradas puede ser numeroso variable a la función de distribución o recursiva desarrollada en el modelo.	Dada la variabilidad de la demanda, el nivel de complejidad es alto, puesto que, se requiere una buena función recursiva o un modelo de probabilidad para lograr una simulación factible.

Tabla 1 Cuadro comparativo de las diferentes metodologías de la investigación operativa

Fuente: Hillier y Liberman
Elaboración: Propia

1.5 Conclusiones

Los métodos analizados han brindado una cimentación clara para simular la planificación de la producción de la empresa *Energy Cool*, porque toma en cuenta el nivel de complejidad cuando identifica y plantea las variables del problema de ésta.

La programación dinámica es perfecta para modelar la planificación de la producción, puesto que, muestra los posibles escenarios óptimos que va a satisfacer las expectativas de la problemática. El manejo de probabilidades permitirá predecir cantidades ideales de producción e inventario para cada período, generará un aumento de una productividad de calidad y eficiencia a corto plazo, y se ajustará al modelo a largo plazo, al tomar en cuenta todas las posibles variables futuras.

En lo teórico practico, resulta ser una metodología muy amigable y de mucha ayuda, porque permite crear panoramas en los cuales se identifican las variables y la formulación de las funciones objetivos. Por otro lado, se debe tener cuidado, porque se podrían formular panoramas óptimos no viables, al identificar mal las variables y generar resultados óptimos que no tengan ningún valor agregado.

La programación no lineal ha demostrado ser una herramienta muy útil para la simulación y modelación de problemas de la vida real, porque la mayoría de estas aplicaciones suelen no ser lineales; por esta razón, este modelo es factible para la aplicación en el estudio detallado de la empresa *Energy Cool.*

Cuando se modela con esta metodología, es importante considerar las materias primas que se utilizaran para la producción de los artículos semiterminados o que se encuentren en proceso dentro de las líneas de producción. Para generar escenarios que se asemejen más a la realidad y los productos almacenados durante los diferentes períodos de producción, se debe aplicar la programación no lineal. También es necesario considerar los costos de adquisición de materia prima, los costos de preparación o puesta en marcha, los costos por escasez. Por otro lado, el planteamiento y análisis de estas variables permitirán obtener soluciones óptimas para la toma decisiones.

La programación lineal resulta ser una herramienta eficiente, eficaz y muy productiva al momento de gestionar la producción, ya que se obtiene planes viables que resuelven los posibles escenarios simulados, al aplicar el modelo idóneo para cada empresa.

Al contemplar la demanda en el modelo de programación lineal, se debe considerar como parámetro decisivo las variables de los *stocks* de seguridad para poder simular el horizonte que se pretende planificar y elegir el plan de producción más adecuado.

El modelo matemático se analizó para que sea flexible y esté dispuesto a considerar cambios a corto plazo, como nuevas líneas de producción, modificaciones en las variables o los posibles escenarios en la demanda.

Generar un modelo más dinámico y completo exige integrar toda la cadena de suministro, al optimizar la demanda en las diferentes unidades estratégicas de negocio: minimizar los costos de producción, logísticos, de trasporte de los productos terminados.

Capítulo 2

Descripción de los procesos de ensamblado de las líneas de producción interna y externa de la fábrica de aire acondicionado *Energy Cool*

2.1 Introducción

La empresa ensambladora *Energy Cool* funciona desde hace siete años y se encuentra en la zona industrial de Hurlingan en Buenos Aires, Argentina. Forma parte del grupo *Maransi*, que inició su actividad productiva en San Antonio de Padua a fines de los años setenta cuando solo era una pequeña empresa de compra y venta de artículos electrónicos. A lo largo de los años, integró a su cartera de productos, electrodomésticos de diferentes marcas hasta llegar a ser la ´Casa del Audio´. En 1989, el gerente general *Oswaldo Bruzaco* y algunos familiares decidieron aumentar el capital de la compañía; hoy en día, cuenta con dieciséis sucursales físicas a lo largo de la ciudad de Buenos Aires y la provincia.

Energy Cool empezó como una ensambladora de *Tablets* y computadoras en el 2010, al inicio tomó el nombre de *Smt Technology*, contaba con su marca WINS y tenía solamente tres empleados; sin embargo, ha crecido exponencialmente a lo largo de los años, por lo que tuvo que aumentar su capacidad productiva. Así, comenzó a ensamblar televisores, celulares, lavarropas y ahora equipos de aire acondicionados. La planta, en la actualidad, tiene $3000m^2$ y cuenta con treinta y cinco empleados: treinta operarios y cinco administrativos.

La adquisición de insumos para ensamblar los productos de la empresa se obtienen mediante la importación de productos desde la China en forma de CKD[2] para televisores, lavarropas, celulares y aire acondicionados. Además, durante los últimos años de trabajo, la empresa ha decidido cambiar su cultura organizacional y comenzar a medir sus procesos de ensamblado para gestionarlos de mejor manera. Poco a poco, la compañía está adoptando una cultura de gestión por procesos y está manejando algunas propuestas de mejoramiento continuo que permiten definir un ritmo de trabajo más adecuado que satisfaga las expectativas de los clientes.

[2] *Completely Knock Down* (**CKD**), es el kit para ensamblaje industria, es un sistema logístico mediante el cual se consolidan en un almacén todas las piezas necesarias para armar un aparato funcional.

2.2 Proceso de producción de la fábrica *Energy Cool*

Los equipos de aire acondicionados se dividen de acuerdo a las frigorías[3] como se indica en la siguiente tabla. Cada uno de estos equipos consta de las mismas partes y piezas, pero en diferentes tamaños.

Tabla 2 Modelo de Aire Acondicionados

Modelo de aire acondicionado Split[4]	**Potencia (W)**
Modelo SMW 9027 (*Eco Nature*)	2700w
Modelo SMW1235 (*Eco Fresh*)	3500w
Modelo SMW 1853 (*Eco Frosty*)	7000w
Modelo SMW 2470 (*Eco Cool*)	14000w

Fuente: Energy Cool
Elaboración: Propia

Por otra parte, en lo que respecta a la producción, la empresa es muy responsable a la hora de entregar sus productos a las diferentes sucursales, esto lo hace en los tiempos señalados, lo que se convierte en un factor positivo. Es por eso que la empresa tiene establecidos tiempos estándar de ensamblado desde que se desempacan las partes y piezas hasta que se embalan y despachan los productos a los diferentes locales de venta.

Los tiempos para la unidad interior se muestran en la tabla siguiente:

Tabla 3 Tiempos de la unidad interior

Modelo de Aire Condicionado	Tiempo Estándar

[3] Las unidades que se utilizan en la práctica para medir la cantidad de calor a extraer se establecen, en general, en British Thermal Unit, BTU **frigorías** o toneladas de refrigeración (TR). presión atmosférica normal. Es una unidad de igual valor absoluto que las calorías/hora.
[4] El aire acondicionado *Split* es un tipo de aire acondicionado más moderno.

Modelo SMW 9027 (Eco Nature)	En promedio se produce 1 aire acondicionado en 6,67 minutos
Modelo SMW1235 (Eco Fresh)	En promedio se produce 1 aire acondicionado en 7,58 minutos
Modelo SMW 1853 (Eco Frosty)	En promedio se produce 1 aire acondicionado en 10,32 minutos
Modelo SMW 2470 (Eco Cool)	En promedio se produce 1 aire acondicionado en 12,17 minutos

Fuente: Energy Cool
Elaboración: Propia

Un equipo está compuesto por las dos unidades: la interior y la exterior. Para la unidad exterior, los tiempos de ensamblado son casi iguales, porque no se puede producir más de la capacidad que presenta la unidad interior.

La planeación de la producción se establece por el volumen y el tiempo de procesamiento de los diferentes productos que se consideran como familias, porque tienen el mismo proveedor, transporte y están dentro del mismo ámbito tecnológico. Es importante considerar que al momento de establecer el proceso de producción, los materiales deben estar disponibles. La empresa mantiene, en promedio, inventarios bajos que están de acuerdo a las necesidades de producción y demanda la cual se establece por temporadas.

La empresa no hace una planeación y programación de la producción que le permita mantener un estándar para cumplir con las necesidades de la demanda de sus productos, pero se maneja mediante controles diarios y toma en cuenta la demanda real de acuerdo a la temporada. En cuanto a los inventarios, la compañía recién está iniciando la gestión y control de éstos y mantiene un buen funcionamiento; aunque los costos no son los deseados, los procesos para generar órdenes de compras para la adquisición de materias primas están bien desarrollados, ya que la importación de productos mediante CKD, es el fuerte de la empresa *Energy Cool*.

El proceso de producción que debería aplicarse para la programación de las operaciones: las partes y piezas utilizadas para el ensamble, se establecerá de acuerdo a la demanda de productos durante los tiempos específicos. También, hay que tomar en cuenta la cantidad de partes y piezas que hay que adquirir para cada momento de la producción.

Todos los procesos de producción de la empresa *Energy Cool* siguen un formato estándar que tienen etapas generales. Éstas se determinan a través de la observación y la información entregada por los empleados de la empresa.

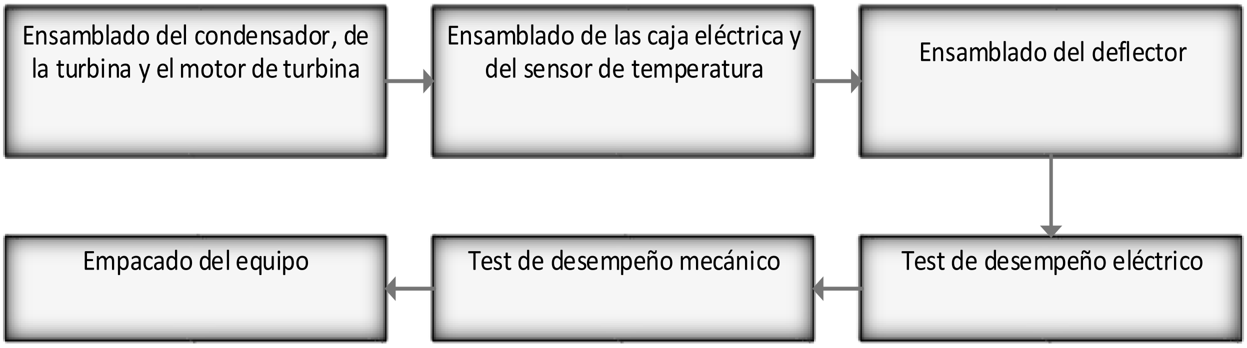
Primera etapa, adquisición de la materia prima. La compra directa de las partes y piezas se hace a una empresa china llamada Chigo, la cual es el proveedor directo, ésta se encarga del FOB en el puerto convenido en China. Todos los insumos llegan mediante CKD, completamente desarmados y en algunos casos pre-armados por la complejidad del ensamblado o a la necesidad de herramientas muy sofisticadas que no se encuentran disponibles en la ciudad de Buenos Aires, Argentina.

Segunda etapa, ensamblado de los productos. Dependiendo del tipo de aire acondicionado, se llevan a cabo operaciones para el ensamblado que incluyen pasos específicos que se repiten en cada modelo, a excepción de la operación del cargado de gas la cual depende del modelo y del tamaño. Los procesos detallados de ensamble, se pueden ver en los flujogramas de cada equipo más adelante.

Las sub etapas para el ensamblado de cada equipo se clasifican en una serie de operaciones tanto para la unidad interior como la exterior.

Para la unidad interior:

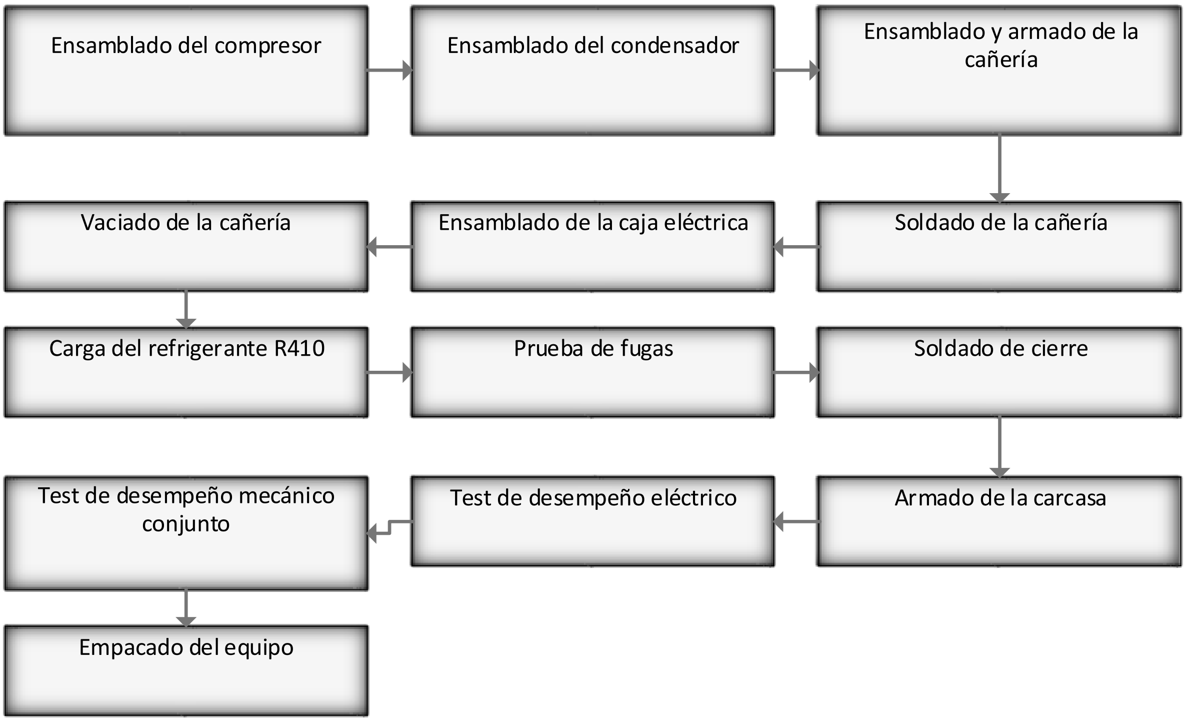
Ilustración 1 Ensamblado unidad interior



Fuente: Energy Cool
Elaboración: Propia

Para la unidad exterior:

Ilustración 2 Ensamblado unidad exterior



Fuente: Energy Cool
Elaboración: Propia

Antes de proponer y desarrollar la planeación y programación de la producción, se procederá a revisar la diagramación de los flujogramas desde el nivel más bajo para establecer las herramientas de planificación y control de las diferentes operaciones que se desarrollan durante el proceso productivo; éstas servirán para la toma de decisiones diarias y el establecimiento de las estrategias para alcanzar a cubrir la demanda a través de los diferentes modelos matemáticos que se van a plantear en esta investigación.

2.2.1 Proceso detallado del ensamble de la unidad interior y exterior de un aire acondicionado

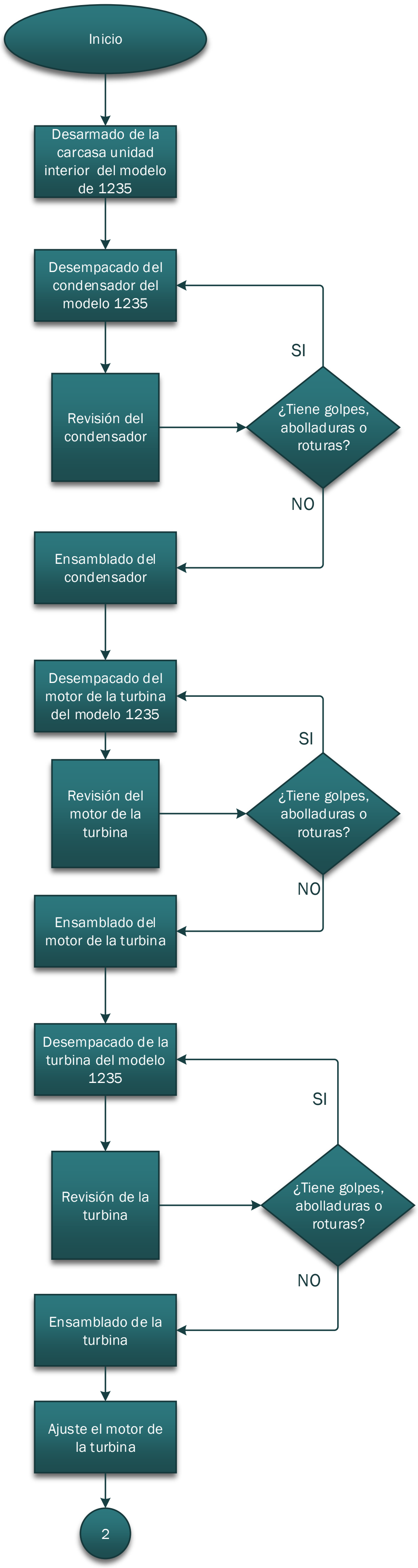
Un diagrama de flujo sirve para poder identificar un proceso que se lleva a cabo, es decir, identifica paso a paso las especificaciones de un proceso, esto se lo hace mediante la ayuda de gráficos que indican qué tipo de trabajo, tareas o sub tareas se deberían realizar a lo largo del proceso.

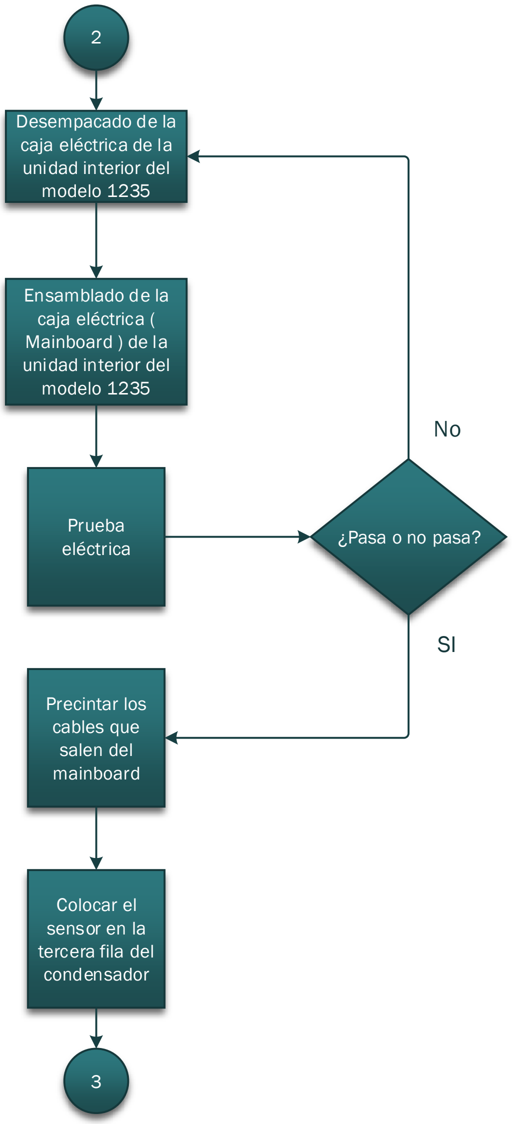
El modelo SMW1235 (Eco Fresh) tiene el siguiente aspecto físico:

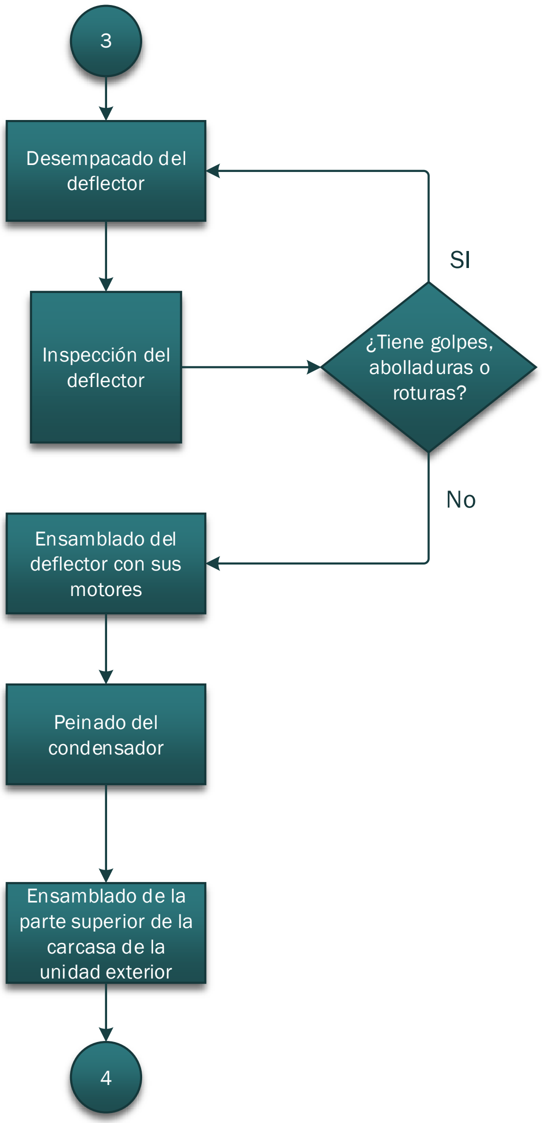
Ilustración 3 Aspecto físico del Split

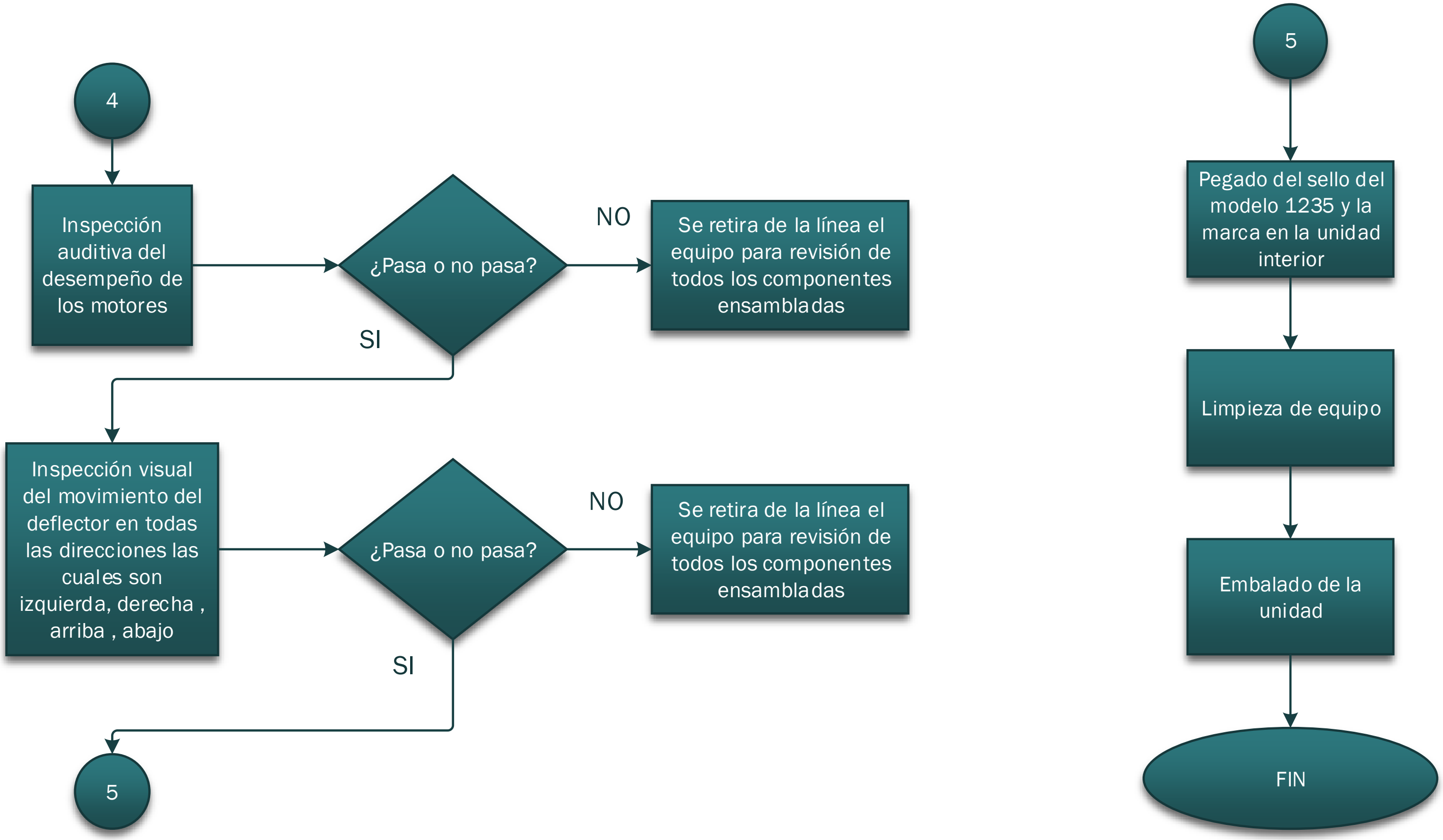
Fuente: *Energy Cool*

Procedimiento para el ensamblado de la unidad interior del modelo SMW 1235 (Eco Fresh):


Inicio
Desarmado de la carcasa unidad interior del modelo de 1235
Desempacado del condensador del modelo 1235
SI
Revisión del condensador
¿Tiene golpes, abolladuras o roturas?
NO
Ensamblado del condensador
Desempacado del motor de la turbina del modelo 1235
SI
Revisión del motor de la turbina
¿Tiene golpes, abolladuras o roturas?
NO
Ensamblado del motor de la turbina
Desempacado de la turbina del modelo 1235
SI
Revisión de la turbina
¿Tiene golpes, abolladuras o roturas?
NO
Ensamblado de la turbina
Ajuste el motor de la turbina
2


2
Desempacado de la caja eléctrica de la unidad interior del modelo 1235
Ensamblado de la caja eléctrica (Mainboard) de la unidad interior del modelo 1235
Prueba eléctrica
¿Pasa o no pasa?
No
SI
Precintar los cables que salen del mainboard
Colocar el sensor en la tercera fila del condensador
3


3
Desempacado del deflector
Inspección del deflector
¿Tiene golpes, abolladuras o roturas?
SI
No
Ensamblado del deflector con sus motores
Peinado del condensador
Ensamblado de la parte superior de la carcasa de la unidad exterior
4


4
Inspección auditiva del desempeño de los motores
¿Pasa o no pasa?
NO
Se retira de la línea el equipo para revisión de todos los componentes ensambladas
SI
Inspección visual del movimiento del deflector en todas las direcciones las cuales son izquierda, derecha , arriba , abajo
¿Pasa o no pasa?
NO
Se retira de la línea el equipo para revisión de todos los componentes ensambladas
SI
5
5
Pegado del sello del modelo 1235 y la marca en la unidad interior
Limpieza de equipo
Embalado de la unidad
FIN

Los procesos de producción inicia con 1, el ensamblado del condensador, de la turbina y el motor de turbina; 2, se ensambla la caja eléctrica y el sensor de temperatura, además se realiza una prueba para ver el funcionamiento eléctrico de los componentes eléctricos; 3, es el ensamblado del deflector el cual viene con el motor previamente montado; cuatro, es el *test* de desempeño eléctrico y mecánico dentro de una cabina llamada *test room.* Los procesos son continuos y se realizan muy rápido, se evidencia solamente que el funcionamiento del deflector actúe de acuerdo a los movimiento que deben realizar; 5, se procede a la limpieza, etiquetado y empacado del producto.

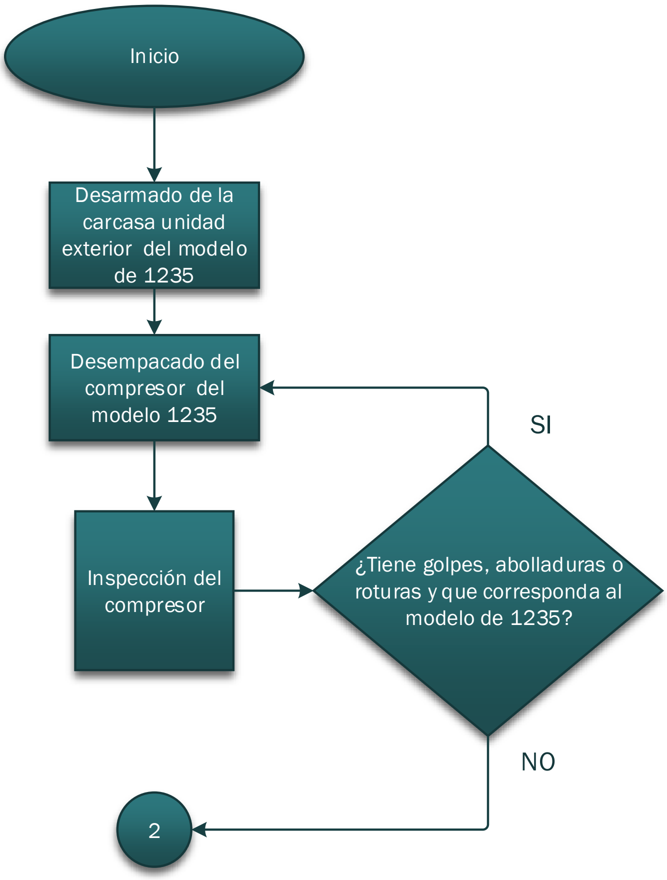
El proceso de ensamblado para los demás modelos SMW 9027 (*eco nature*), modelo SMW 1853 (*eco frosty*) y modelo SMW 2470 (*eco cool*) es exactamente igual que el del modelo SMW 1235 (*eco fresh*), lo que cambia, es el tamaño; algunas modelos son más grandes que otros.

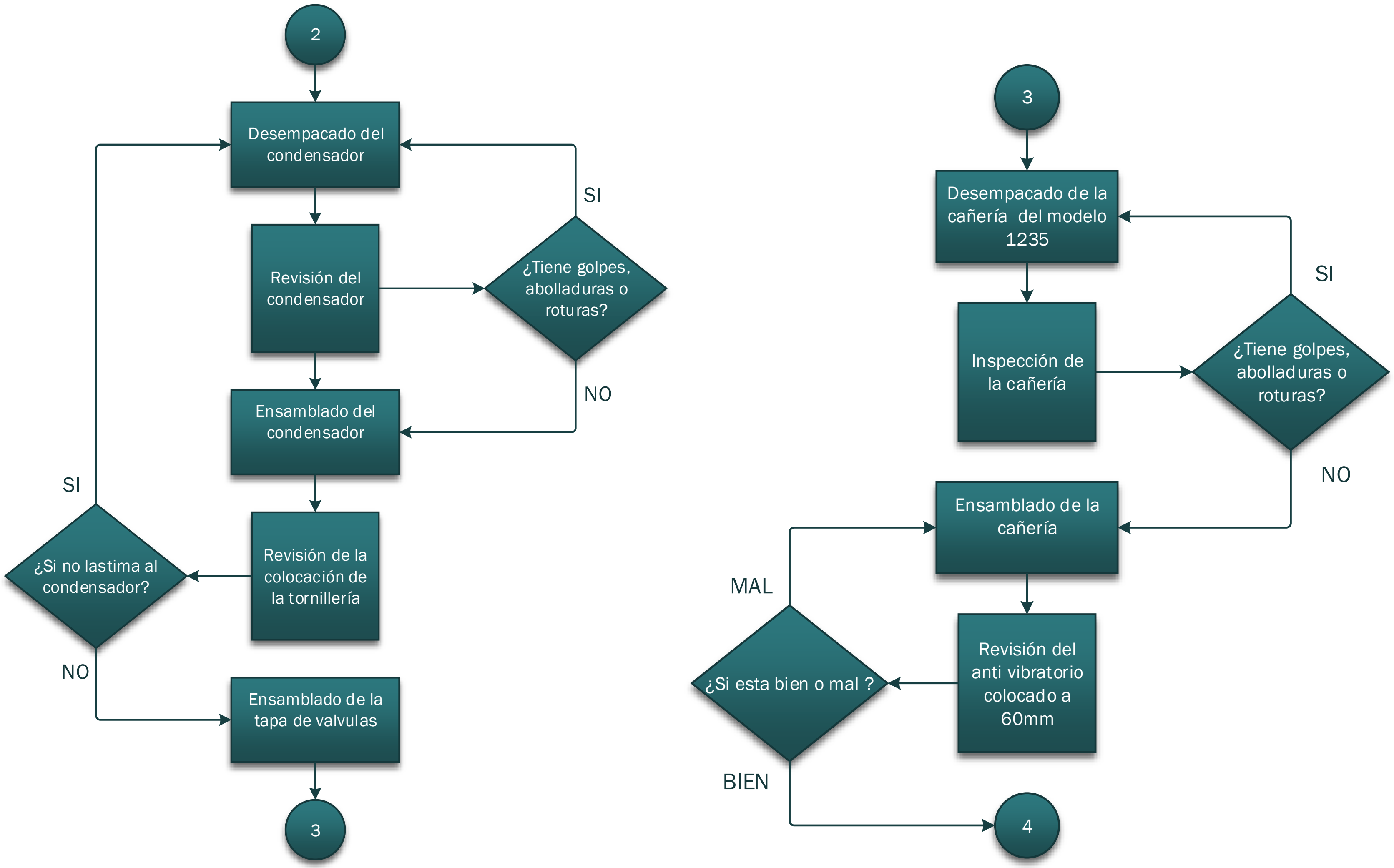
La unidad exterior del modelo SMW1235 (Eco Fresh) tiene el siguiente aspecto físico:

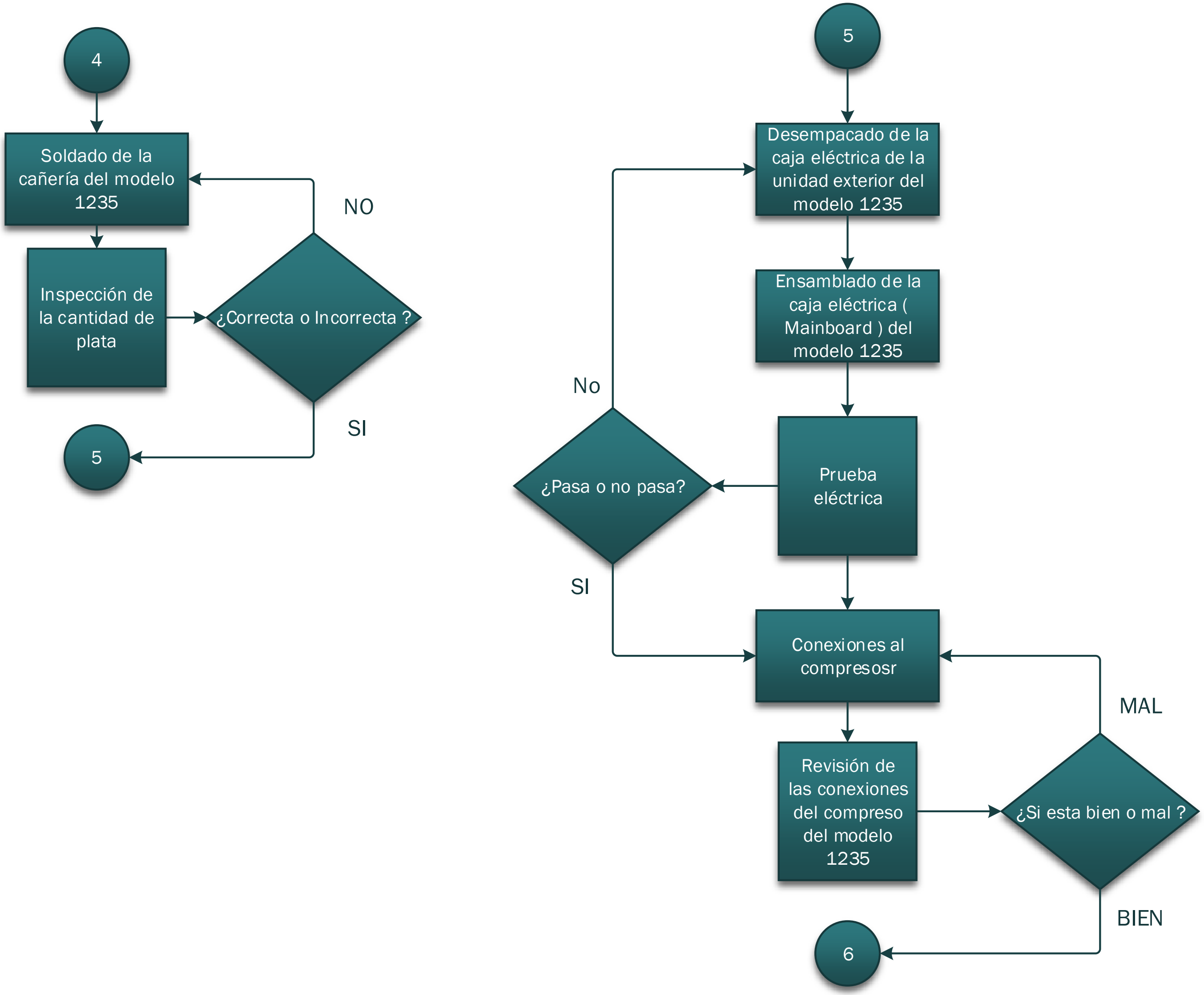
Ilustración 4 Aspecto físico de la unidad exterior

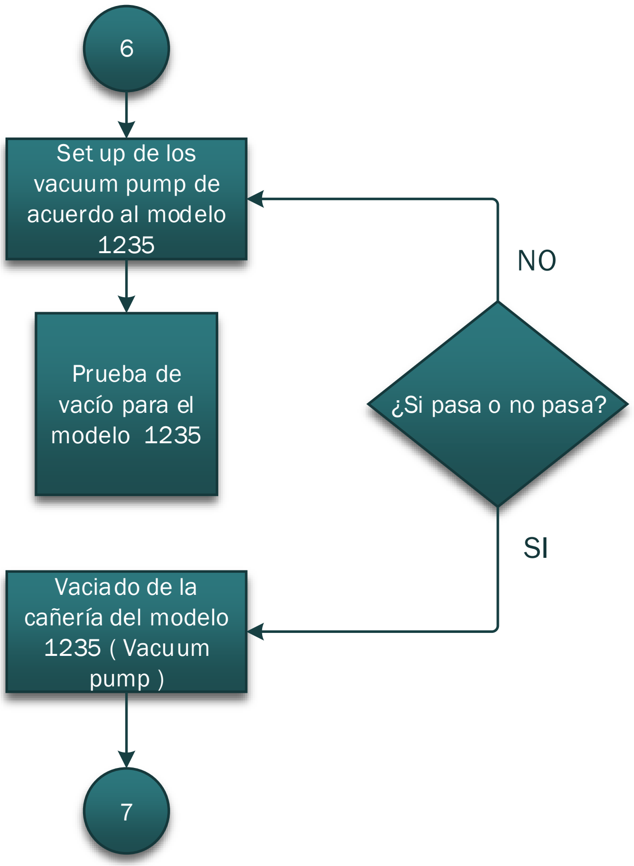
Fuente: *Energy Cool*

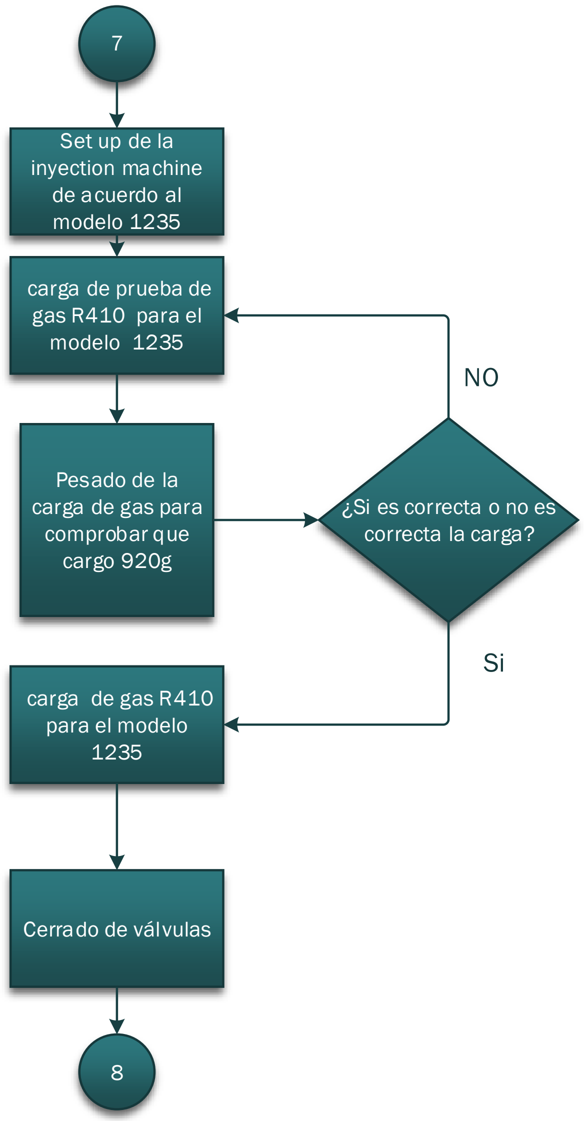
Procedimiento para el ensamblado de la unidad exterior del modelo SMW 1235 (*Eco Fresh):*

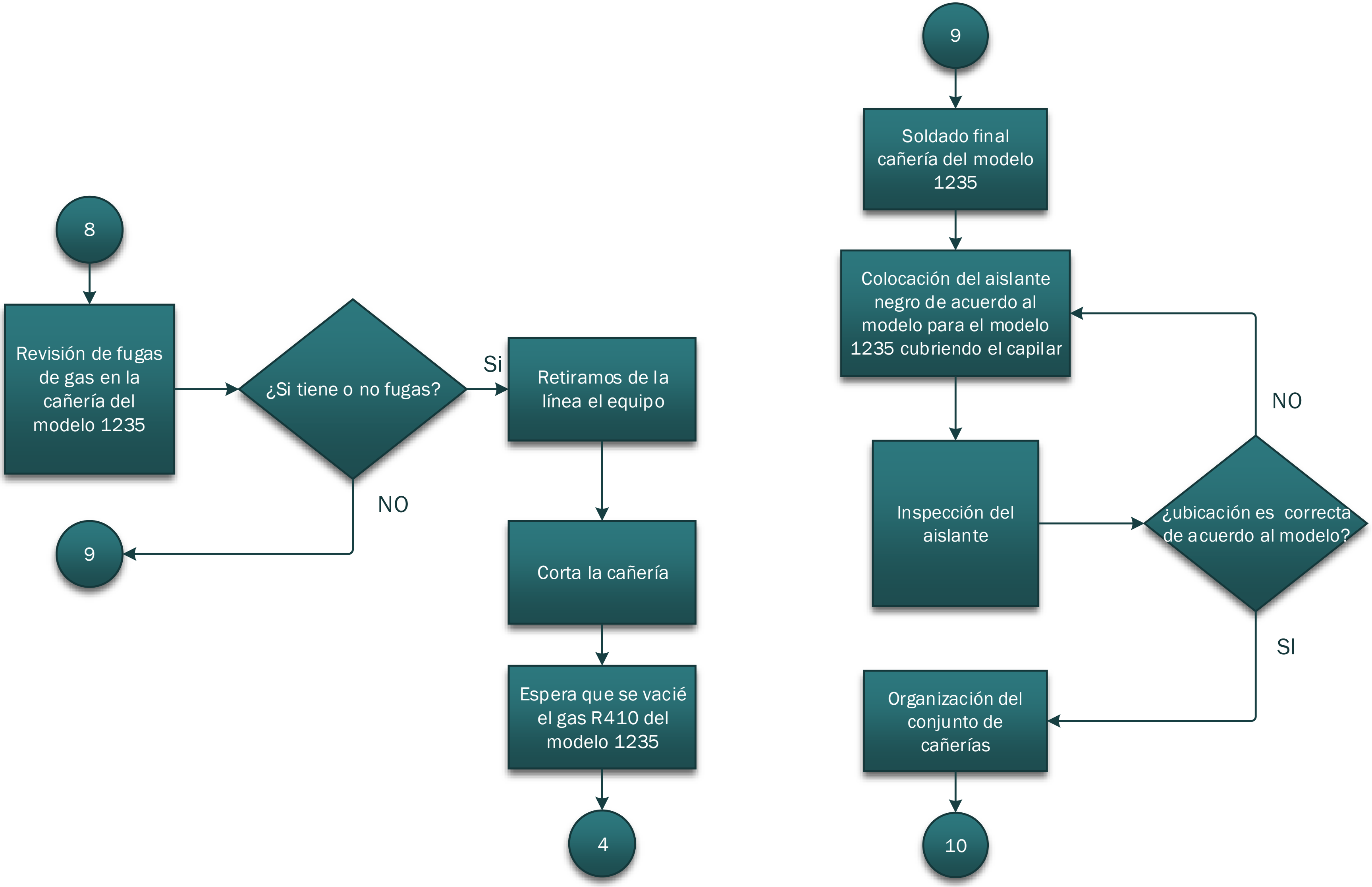

Inicio
Desarmado de la carcasa unidad exterior del modelo de 1235
Desempacado del compresor del modelo 1235
Inspección del compresor
¿Tiene golpes, abolladuras o roturas y que corresponda al modelo de 1235?
SI
NO
2

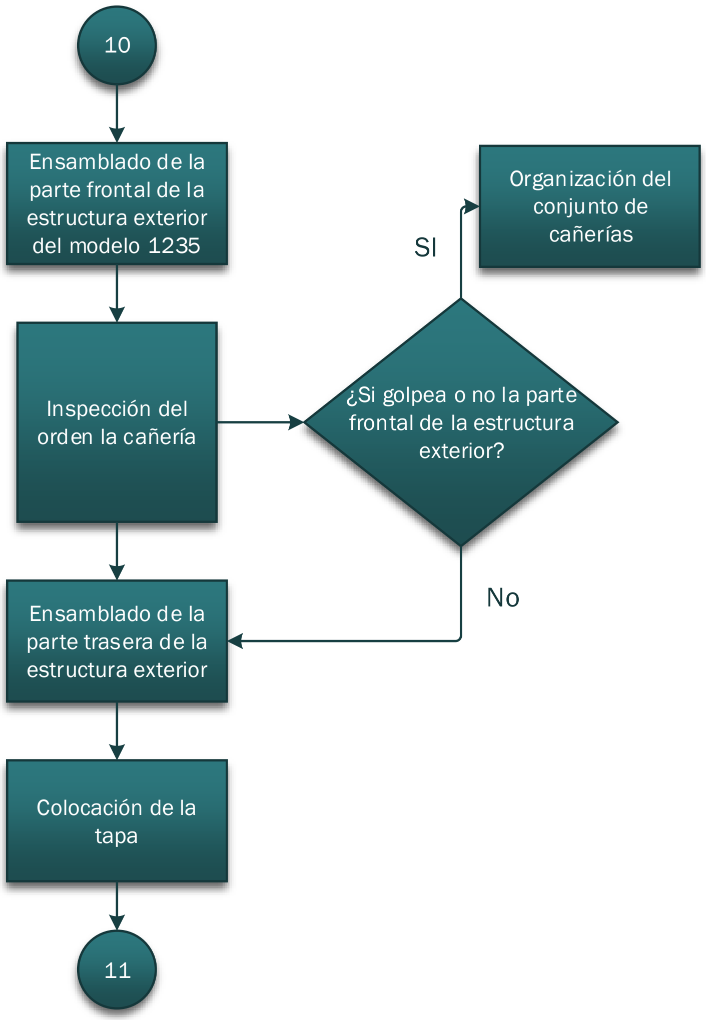

2
Desempacado del condensador
Revisión del condensador
¿Tiene golpes, abolladuras o roturas?
SI
NO
Ensamblado del condensador
Revisión de la colocación de la tornillería
¿Si no lastima al condensador?
SI
NO
Ensamblado de la tapa de valvulas
3
3
Desempacado de la cañería del modelo 1235
Inspección de la cañería
¿Tiene golpes, abolladuras o roturas?
SI
NO
Ensamblado de la cañería
Revisión del anti vibratorio colocado a 60mm
¿Si esta bien o mal ?
MAL
BIEN
4

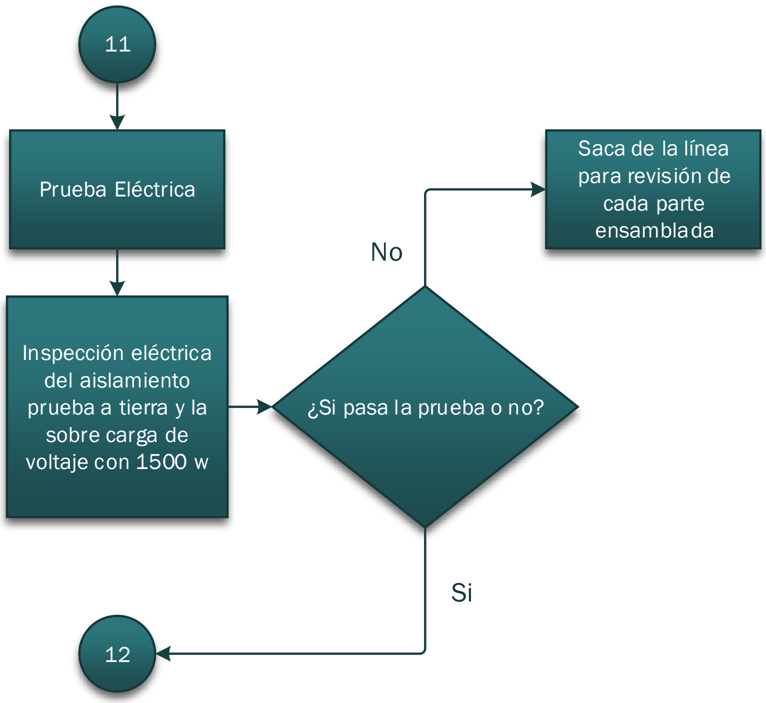

4
Soldado de la cañería del modelo 1235
Inspección de la cantidad de plata
¿Correcta o Incorrecta ?
NO
SI
5
5
Desempacado de la caja eléctrica de la unidad exterior del modelo 1235
Ensamblado de la caja eléctrica (Mainboard) del modelo 1235
Prueba eléctrica
¿Pasa o no pasa?
No
SI
Conexiones al compresosr
Revisión de las conexiones del compreso del modelo 1235
¿Si esta bien o mal ?
MAL
BIEN
6

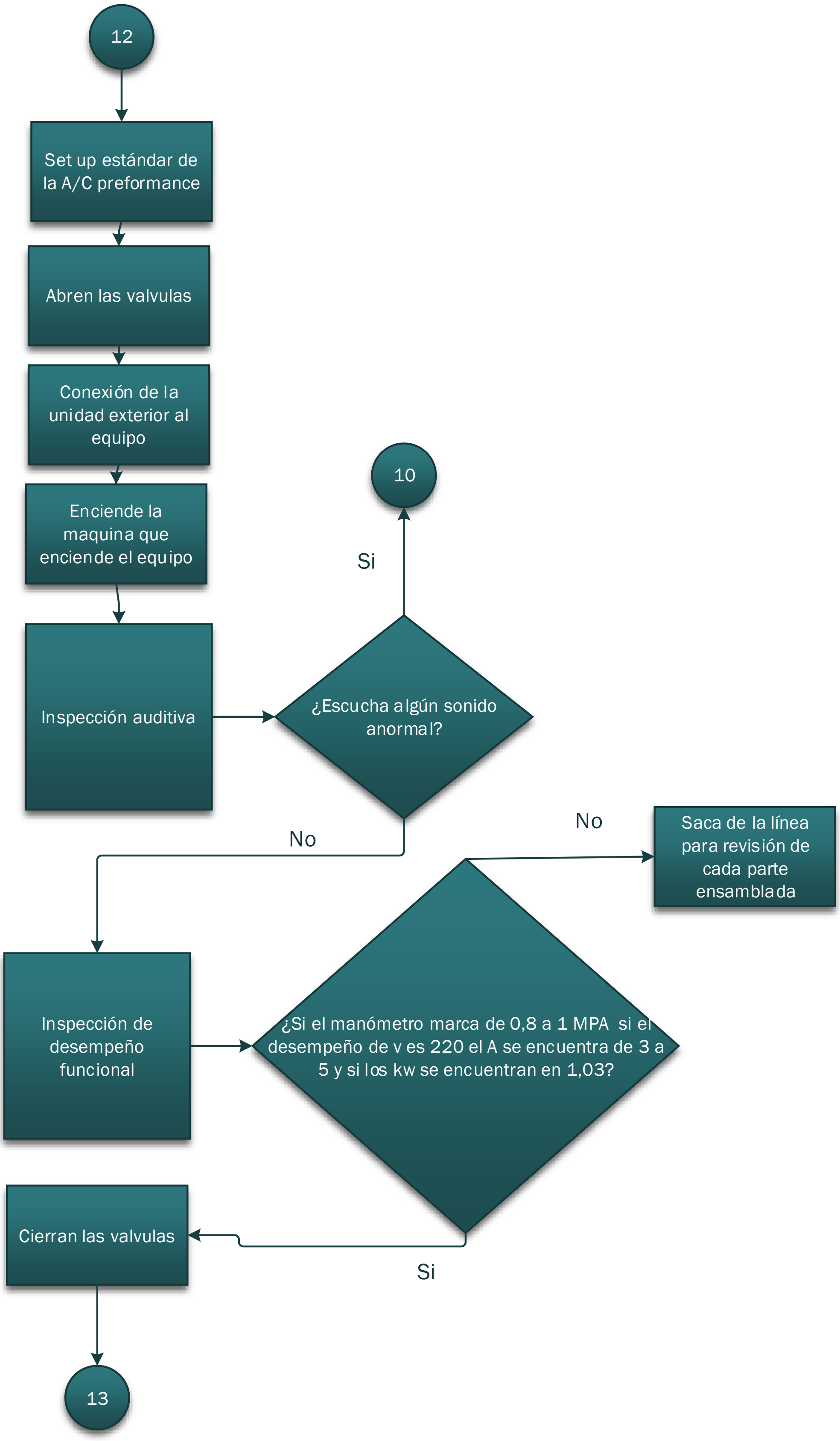

6
Set up de los vacuum pump de acuerdo al modelo 1235
Prueba de vacío para el modelo 1235
¿Si pasa o no pasa?
NO
SI
Vaciado de la cañería del modelo 1235 (Vacuum pump)
7

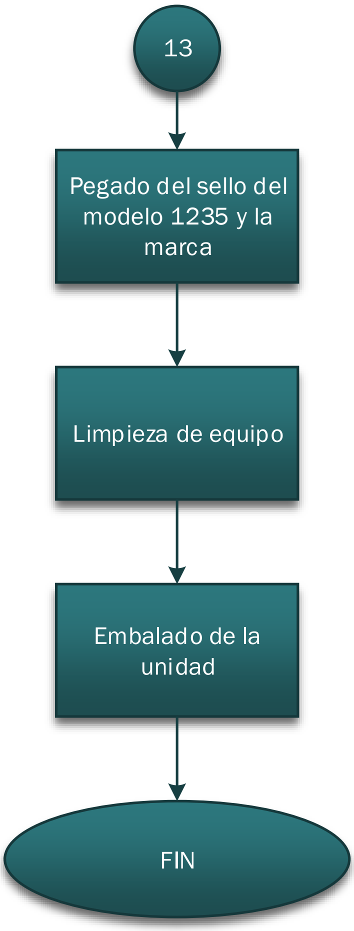

7
Set up de la inyection machine de acuerdo al modelo 1235
carga de prueba de gas R410 para el modelo 1235
Pesado de la carga de gas para comprobar que cargo 920g
¿Si es correcta o no es correcta la carga?
NO
Si
carga de gas R410 para el modelo 1235
Cerrado de válvulas
8


9
Soldado final cañería del modelo 1235
Colocación del aislante negro de acuerdo al modelo para el modelo 1235 cubriendo el capilar
NO
8
Revisión de fugas de gas en la cañería del modelo 1235
¿Si tiene o no fugas?
Si
Retiramos de la línea el equipo
NO
9
Inspección del aislante
¿ubicación es correcta de acuerdo al modelo?
Corta la cañería
SI
Espera que se vacié el gas R410 del modelo 1235
Organización del conjunto de cañerías
4
10


10
Ensamblado de la parte frontal de la estructura exterior del modelo 1235
Inspección del orden la cañería
¿Si golpea o no la parte frontal de la estructura exterior?
SI
Organización del conjunto de cañerías
No
Ensamblado de la parte trasera de la estructura exterior
Colocación de la tapa
11


11
Prueba Eléctrica
Inspección eléctrica del aislamiento prueba a tierra y la sobre carga de voltaje con 1500 w
¿Si pasa la prueba o no?
No
Saca de la línea para revisión de cada parte ensamblada
Si
12


12
Set up estándar de la A/C preformance
Abren las valvulas
Conexión de la unidad exterior al equipo
Enciende la maquina que enciende el equipo
Inspección auditiva
¿Escucha algún sonido anormal?
Si
10
No
Inspección de desempeño funcional
¿Si el manómetro marca de 0,8 a 1 MPA si el desempeño de v es 220 el A se encuentra de 3 a 5 y si los kw se encuentran en 1,03?
No
Saca de la línea para revisión de cada parte ensamblada
Si
Cierran las valvulas
13


13
Pegado del sello del modelo 1235 y la marca
Limpieza de equipo
Embalado de la unidad
FIN

De igual manera que la unidad interior para la exterior se realizan ciertos procesos: 1, el ensamblado del compresor; 2, montaje del condensador, en este paso se debe tener cuidado al colocar los tornillos de sujeción, porque se podría lastimar el condensador; 3, se procede al ensamblado y armado de la cañería; 4, se realiza el soldado de los siete puntos de soladura inicial; 5, se ensambla la caja eléctrica y la hélice; 6, se realiza el vaciado en los *vacuum pump* ; 7, se carga el gas en la *inyection machine*; 8, se hacen las pruebas de fugas de gas; 9 se realiza el soldado de cierre; 10, se pasa a las pruebas eléctricas y a la prueba en el *test room* para el testeo del desempeño mecánico y funcional; 11, se concluye de igual manera que la unidad interior con la limpieza, etiquetado y el empacado del equipo.

El proceso de ensamblado para los demás modelos SMW 9027 (*eco nature*), modelo SMW 1853 (*eco frosty*) y modelo SMW 2470 (*eco cool*) es exactamente igual que el del modelo SMW1235 (*eco fresh*), lo que cambia es el tamaño; algunas modelos son más grandes que otros. La diferencia mayor que tiene la unidad exterior es que en el paso 7 cuando ingresa a la *inyection machine*, la carga de gas es diferente para los diferentes modelos:

Ilustración 5 Cantidad de refrigerante R410 por modelo

Modelo de Aire Condicionado	Cantidad de gas R410 en gr
Modelo SMW 9027 (Eco Nature)	670 g
Modelo SMW1235 (Eco Fresh)	920 g
Modelo SMW 1853 (Eco Frosty)	1600 g
Modelo SMW 2470 (Eco Cool)	1530 g

Fuente: Energy Cool
Elaboración: Propia

Capítulo 3

3.1 Aplicación de la metodología de la programación lineal para la planificación de la producción

3.1.1 Programación Lineal

En este capítulo, se consideran los requerimientos o parámetros generales para la formulación del modelo de programación lineal para la planificación de la producción de la empresa *Energy Cool.* Se debe recordar que una empresa es el resultado de la optimización de las metas y de los procesos internos como: la planificación, la producción y el control de calidad de los productos, entre otros.

Se presentará una interpretación sintetizada para que el jefe de planta y de procesos tome las mejores decisiones que resuelvan los problemas presentados por las restricciones o limitaciones existentes, y así lograr una máxima rentabilidad.

El planteamiento consiste en formular un modelo matemático a corto plazo, en un ambiente simulado que permita una planificación de la producción y de toma de decisiones adecuadas para la empresa.

3.1.2 Variables del problema

¿Cómo se plantea un modelo matemático que pueda ser utilizado para pronosticar y planificar la producción a corto plazo? ¿Qué tipo de acción es más ventajosa realizar para la planificación de la producción? Resulta más eficaz producir si se llega a establecer los tiempos que maneja ´Chigo´ en China y la disponibilidad de cada una de las operaciones de ensamble de la unidad interna de producción; de esta forma las variables para la empresa *Energy Cool* estarían dadas por la información obtenida en la empresa:

En primera instancia, los tiempos, en minutos, que se consideran para cada una de las operaciones de ensamble para la unidad interior son las siguientes:

Tabla 6 Tiempos de ensamble

Modelos	Tiempos de ensamble					
	Ensamblado del condensador, de la turbina y el motor de turbina	Ensamblado de las caja eléctrica y del sensor de temperatura	Ensamblado del deflector	Test de desempeño eléctrico	Test de desempeño mecanico	Empacado del equipo
Modelo SMW 9027 (Eco Nature)	1,289	1,490	1,031	0,548	1,093	1,330
Modelo SMW1235 (Eco Fresh)	1,468	1,666	1,381	0,548	1,302	1,583
Modelo SMW 1853 (Eco Frosty)	1,829	1,787	2,496	0,548	1,581	2,951
Modelo SMW 2470 (Eco Cool)	2,358	1,974	2,757	0,548	1,955	3,449

Fuente: *Energy Cool*
Elaboración: Propia

La toma de tiempo en minutos para cada una de las operaciones de la unidad interior de cada modelo, se determinó mediante una muestra de 30 veces por cada operación y mediante un cálculo, se obtuvo los tiempos que se muestran a continuación. Por otra parte, la información obtenida al considerar las ventas y los períodos semanales es la siguiente:

Tabla 7 Demanda Mensual

Modelos	Demanda mensual			
	nov-16	dic-16	ene-17	feb-17
Modelo SMW 9027 (Eco Nature)	298	201	273	293
Modelo SMW1235 (Eco Fresh)	275	253	274	266
Modelo SMW 1853 (Eco Frosty)	187	162	191	185
Modelo SMW 2470 (Eco Cool)	110	124	139	123

Fuente: Energy Cool
Elaboración Propia

Las demandas al ser mensuales muestran que se generaran un máximo y mínimo de unidades por producir de acuerdo a la preferencia del cliente y al mes de acuerdo a la situación climática del país; el modelo más comercial es el SMW 9027 *Eco Nature*.

De acuerdo a la disponibilidad de tiempo, los ingenieros de Chigo al estar en la fábrica en Buenos Aires, Argentina, entregaron los tiempos de disponibilidad después de analizar el funcionamiento de la planta durante un mes. El tiempo que debería cumplir cada estación de trabajo semanalmente presentados en la siguiente tabla:

Tabla 8 Disponibilidad de Tiempos

	Ensamblado del condensador de la turbina y el motor de turbina	Ensamblado de las caja eléctrica y del sensor de temperatura	Ensamblado del deflector	Test de desempeño eléctrico	Test de desempeño mecánico	Empacado del equipo
Minutos Disponibles	1315.419	1366.05	1383.564	446.072	1128.92	1677.785

Tabla 9 Conversión de pesos argentinos a dólares

Modelos	Utilidad Unitaria	
	Pesos Argentinos	Dólares Americanos
Modelo SMW 9027 (Eco Nature)	$1.305,00	$87,00
Modelo SMW1235 (Eco Fresh)	$1.575,00	$105,00
Modelo SMW 1853 (Eco Frosty)	$1.830,00	$122,00
Modelo SMW 2470 (Eco Cool)	$1.995,00	$133,00

Fuente: *Energy Cool*

Elaboración: propia

3.1.3 Función Objetivo

La función objetivo para este caso trata de incrementar y planificar la producción de aire acondicionado, la función está constituida por una sumatoria en donde cada valor constituye a la utilidad unitaria de cada modelo y cumple con el modelo estándar de la programación lineal el cual es el siguiente:

Maximizar $z = c_{11}x_1 + c_{12}x_2 + \cdots + c_n x_n,$

Ecuación número. Función objetivo

xj = nivel de la actividad j (para j = 1, 2, . . . , n).

cj = incremento en Z que se obtiene al aumentar una unidad en el nivel de la actividad j.

La función objetivo para el modelo de programación lineal para la empresa *Energy Cool* estará dada por los valores que se encuentran en la tabla de la utilidad unitaria y la función quedará representada por:

Max z = (87) SMW9027 + (105) SMW1235 + (122) SMW1853 + (133) SMW2470

Las variables de la función objetivo no estarán representadas por la letra X sino por el código de cada modelo para que al momento de simular sea más fácil la visualización del modelo que se debe programar en mayor o menor cantidad.

3.1.4 Restricciones o limitaciones del problema

Las restricciones o limitaciones de la empresa *Energy Cool* son los puntos máximos y mínimos de las demandas por periodo. De este modo, se tomará en cuenta para la formulación los tiempos de cada una de las operaciones para el ensamble de cada modelo que se encuentran en la tabla de tiempos de ensamble. Además, es necesario utilizar los tiempos de disponibilidad para cada operación que fueron entregados por Chigo y queda expresado de la siguiente manera:

$$(1{,}289)\ SMW\ 9027 + (1{,}467)SMW1235 + (1{,}829)SMW\ 1853 + (2{,}358)SMW\ 2470 \leq 2{,}672$$
$$(1{,}493)SMW\ 9027 + (1{,}665)SMW1235 + (1{,}786)SMW\ 1853 + (1{,}973)SMW\ 2470 \leq 2{,}198$$
$$(1{,}031)SMW\ 9027 + (1{,}380)\ SMW1235 + (2{,}495)SMW\ 1853 + (2{,}756)SMW\ 2470 \leq 2{,}955$$
$$(0{,}548)SMW\ 9027 + (0{,}548)\ SMW1235 + (0{,}548)SMW\ 1853 + (0{,}548)SMW\ 2470 \leq 0{,}548$$
$$(1{,}093)SMW\ 9027 + (1{,}301)SMW1235 + (1{,}580)SMW\ 1853 + (1{,}955)SMW\ 2470 \leq 2{,}465$$
$$(1{,}33)SMW\ 9027 + (1{,}583)SMW1235 + (2{,}950)SMW\ 1853 + (3{,}448)SMW\ 2470 \leq 3{,}846$$

Ecuaciones número. Restricción de los tiempos de las operaciones en el ensamblado de acuerdo a la disponibilidad.

$$SMW\ 9027 \leq 298$$

$$SMW1235 \leq 275$$

$$SMW1235 \leq 187$$

$$SMW\ 1853 \leq 110$$

Ecuaciones número. Restricción de los máximos y mínimos de la demanda para cada modelo de aire acondicionado.

3.2 Aplicación de la metodología de la programación no lineal para la planificación de la producción

A continuación, se consideran los requerimientos o parámetros generales para la formulación del modelo de optimización para programar la producción mediante el modelo de programación no lineal para la empresa *Energy Cool*. Una empresa es el resultado de la optimización de procesos internos como: planificación, producción de sus y control de calidad de productos. Se presentará una interpretación sintetizada para que el jefe de planta y de procesos pueda tomar las mejores decisiones y que cumplan con las restricciones o limitaciones planteadas en el proceso y que aporten para maximizar su rentabilidad.

El planteamiento consiste en formular un modelo matemático de optimización a corto plazo, que una vez demostrado mediante una prueba en un ambiente simulado, se use para planificar y tomar decisiones.

3.2.1 Variables del problema

Como se plantea un modelo matemático que pueda ser utilizado para pronosticar y planificar la producción a corto plazo; ¿qué tipo de acción es más ventajosa realizar en la planificación de la producción? Resulta más eficaz producir si se llega a establecer la ecuación no lineal de acuerdo a las demandas solicitadas a partir de los meses de noviembre, diciembre, enero y febrero y de esta forma las variables para la empresa *Energy Cool* estarían dadas por la información obtenida en la empresa:

Las demandas que son mensuales se presentan en el siguiente cuadro solo para un modelo el cual sería el modelo SMW 9027 (Eco Nature):

Tabla 10 Demanda por meses

Modelos	Demanda			
	nov-16	dic-16	ene-17	feb-17
Modelo SMW 9027 (Eco Nature)	298	201	273	293

Fuente: *Energy Cool*
Elaboración: propia

Las demandas son el punto de partida para el planteamiento de la función objetivo que directamente se encuentra asociada a la demanda. Por otro lado, para generar el modelo de programación no lineal, se toman en cuenta los costos de mantener en inventario los equipos de un mes al otro los *holdings costs* los cuales se encuentran expresados en forma de sumatoria de acuerdo a la optimización que minimizan los costos al momento de producir los equipos, por ende, el costo total se encuentra representado en la siguiente ecuación.

$$\begin{aligned} Costo\ total = \ & Costo\ de\ Producción \\ & + \ costo\ de\ mantener\ en\ inventario\ del\ periodo\ dos \\ & + costo\ de\ mantener\ en\ inventario\ del\ periodo\ tres \\ & + costo\ de\ mantener\ en\ inventario\ del\ periodo\ cuatro \end{aligned}$$

$$CT \ = \ CP \ + \ CMI\,2 \ + CMI3 \ + \ CMI\,4$$

Además el costo de producción o CP estará establecido por su cuadrado para poder establecer el modelo matemático no lineal y ajustar a la realidad de la empresa, y a las variables brindadas por ésta. Se presenta de la siguiente manera:

$$CP = SMW\ 9027\ P1^2 + SMW\ 9027\ P2^2 + SMW\ 9027\ P3^2 + SMW\ 9027\ P4^2$$

El costo de mantener los productos en inventarios era de aproximadamente de cinco dólares americanos por unidad o 75 pesos argentinos al no generar rotación, esto se producía por un mal control. La planificación de la producción de acuerdo a las demandas requeridas, por periodo, estarían representadas en la siguiente ecuación:

CMI SEGUNDO MES = 5 (SMW 9027 P1 - 201)

CMI TERCER MES = 5((SMW 9027 P1 +SMW9027 P2)- 273)

CMI CUARTO MES = 5((SMW 9027 P 1 +SMW 9027 P2 + SMW 9027 P3)- 293)

3.2.2 Función Objetivo

La función objetivo, para este caso, trata de minimizar y planificar la producción de aire acondicionado, a diferencia de la programación lineal que busca maximizar la utilidad generada por equipo. La función está constituida por una sumatoria de cuadrados de un solo modelo más los costos de mantener en inventario de los cuatro períodos en cuestión; así se llegaría a desarrollar dentro del modelo estándar de la programación no lineal el cual es el siguiente:

$x = (x_1, x_2 \ldots x_n)$
para maximizar o minimizar f(x)
sujeta a : $g_i(x) \leq b_i\ (x)$
para i = 1,2....m
y x≥0

Donde f (x) y $g_i(x)$ son funciones dadas de n variables de decisión, pero esas n variables se ajustarían a los recursos mencionados en la programación lineal que podrían ser muchos de acuerdo a los diferentes problemas y las necesidades que presenten.

La función objetivo para el modelo de programación no lineal para la empresa *Energy Cool* estará dada por la sumatoria de los costos de producción y los costos de mantener en inventario de cada periodo. La función estaría representada de la siguiente manera:

$MIN\ Z = SMW\ 9027\ P1^2 + SMW\ 9027\ P2^2 + SMW\ 9027\ P3^2 + SMW\ 9027\ P4^2$+ 5 (SMW 9027 P1 - 201) + 5 ((SMW 9027 P1 +SMW 9027 P2) - 273) + 5 ((SMW 9027 P1 +SMW 9027 P2 + SMW 9027 P3) - 293)

En la simulación, las variables de la función objetivo no estarán representadas por la letra X sino por el código de cada modelo para que sea más fácil la visualización del modelo que se debe programar en mayor o menor cantidad.

3.2.3 Restricciones o limitaciones del problema

Las restricciones o limitaciones de la empresa *Energy Cool* son las demandas por período. Se tomará en cuenta cada periodo con su cantidad óptima de demanda la cual equivaldría a la de producción, y no podrá sobrepasarse. Además, se generará la sumatoria de dos, tres o cuatro demandas por tiempo si es que no se quiere completar la producción de un solo período y producir todo en el siguiente. En la función objetivo de este modelo puntual de programación no línea, se consideran los costos de mantener en inventario los productos.

Las restricciones quedarán expresadas de la siguiente manera:

- Para el mes de noviembre:

SMW 9027 P1 ≥ 298

- Para el mes de diciembre:

SMW 9027P1 -298+ SMW 9027 P 2 ≥ 201

- Para el mes de enero:

SMW 9027 P1 + SMW 9027 P2 - 499 + SMW 9027 P 3 ≥ 273

- Para el mes de febrero:

SMW 9027P1 + SMW 9027 P2 + SMW 9027 P3 - 772 + SMW 9027P4 ≥ 293

Para terminar con la modelación de las ecuaciones del modelo de programación no lineal, se distinguen las ecuaciones de no negatividad las cuales se encuentran expresadas de la siguiente manera:

SMW 9027 P2 ≥ 0, SMW 9027 P 3 ≥ 0, SMW 9027 P 4 ≥ 0

3.3 Aplicación de la metodología de la programación dinámica para la planificación de la producción

A continuación, se distinguen los requerimientos o parámetros generales para la formulación del modelo de optimización para programar la producción mediante el modelo de programación dinámica para la empresa *Energy Cool.* Una empresa es el resultado de la optimización de sus metas y procesos internos como: planificación, producción, control de calidad de productos no conformes, entre otras. Se presentará una interpretación sintetizada para que el jefe de planta y de procesos pueda tomar las mejores decisiones que logren superar las restricciones o limitaciones planteadas y optimicen la rentabilidad.

El planteamiento consiste en formular un modelo matemático, simulado de optimización a corto plazo, que se utilice para la planificación y toma de decisiones de la empresa en cuestión.

3.3.1 Variables del problema

Cómo se plantea un modelo matemático que pueda ser utilizado para pronosticar y planificar la producción a corto plazo; ¿qué tipo de acción es más ventajosa realizar en la planificación de la producción? Resulta más eficaz producir si se llega establecer las ecuaciones recursivas para la formulación del modelo dinámico por etapas, de acuerdo a las demandas solicitadas a partir de noviembre, diciembre, enero, febrero; y aplicado a cada uno de los períodos de análisis. Además de observar los costos al igual que para la simulación no lineal, se tomará en cuenta los costos de mantener en inventario y los costos de producción. De esta forma, las variables estarían dadas por la información obtenida en le empresa:

Las demandas que son mensuales se presentan en el siguiente cuadro solo para un modelo el cual sería el modelo SMW 9027 (Eco Nature).

Tabla 11 Demanda

Modelos	Demanda			
	nov-16	dic-16	ene-17	feb-17
Modelo SMW 9027 (Eco Nature)	298	201	273	293

Fuente: *Energy Cool*
Elaboración: propia

3.3.2 Función recursiva

En primer lugar**, se** establece que la mejor forma de planificar la producción, en cada etapa de acuerdo al costo mínimo y que lleva a la solución óptima, es la eficiencia de los cálculos, al utilizar las ecuaciones recursivas planteadas por la programación dinámica. La función recursiva global estaría expresada de la siguiente manera:

Sea: $x_n(\, n = 1{,}2{,}3{,}4)$ las variables de decisiones que representarán los meses para los cuales se debe planificar la producción en cada etapa n.

Sea: $f_n(\, s, x_n)$, el costo total de la mejor política global para el escenario en cuestión y para el análisis para las etapas anteriores, por ende la función recursiva para la primera etapa o para el mes de noviembre sería:

$$f_{1(xn)} = costo\ set\ up_1 + (\ costo\ de\ producción_1 * \ demanda_1)$$

Tomando en cuenta que es el primer mes, se consideraría la primera demanda; el inventario inicial es cero y para generar los costos de producción del mes, se contempla la demanda multiplicada por el costo de producción del primer mes, al tener el inventario cero solo existiría una sola ecuación para determinar el mejor costo de la política global para ese escenario.

Para la segunda etapa se observan dos posibles escenarios, cada uno con su respectiva ecuación; para el primero, se analiza la política óptima global del escenario uno, y de igual forma que para el primer mes, se consideran los costos de y los costos de producción y demanda pero para el segundo mes.

La primera ecuación recursiva para el segundo mes

$$f_{2(i)=\frac{min}{x}(}\ f_1(\,xn) + costo\ set\ up_2 + (\ costo\ de\ producción_2 * \ demanda_2)$$

Para la segunda ecuación, se toma en cuenta, en primera instancia, la demanda del mes en cuestión que en este caso sería el mes número dos, más la suma de las demandas del mes uno y del mes dos multiplicado por el costo de producción de uno, ya que se va a producir todo en el primer mes. Además de la suma del producto del *holding cost* de mantener en inventario la demanda del segundo periodo pero en el mes número uno.

La segunda ecuación recursiva para el segundo mes:

$$f_{2(i)=\frac{min}{x}(} \; demanda_2 + \big((\,demanda_1 + demanda_2) * Costo\ de\ producción_1\big) + (\,demanda_2 * costo\ de\ mantener\ en\ inventario_1)$$

Para el tercer escenario o etapa se analizan tres posibles escenarios y cada uno con su respectiva ecuación, para el primero, el costo de *set up* del mes uno; además para este caso se produciría todo en el mes uno, por esa razón, se suman las demandas del mes uno, dos y tres y se multiplica por el costo de producción del mes uno para saber el costo de esa corrida de producción; lo que generaría un costo de *holding* de inventario en el mes uno y dos para el mes uno corresponde las demandas dos y tres multiplicadas por el costos de mantener en inventario para el mes uno, y el *holding* para el mes dos corresponde la demanda del mes tres multiplicado por el costo de mantener en inventario del mes dos

La primera ecuación recursiva para el tercer mes

$$f_{3(i)=\frac{min}{x}(} \; Csp_1 + \big((\,d_1 + d_2 + d_3) * Cp_1\big) + (\,d_2 + d_3 * Cmi_1) + (d_3 * \; Cmi_2)$$

Para el segundo escenario se considera la política optima global del escenario uno, más los costos de set up del mes número dos, además para este escenario se considera que se producirá todo en el segundo mes por lo que sumamos las demandas del mes dos y del mes tres y lo multiplicamos por el costo de producción del mes dos y solo se generaría el costo del holding en el mes número dos al mantener la demanda del mes número tres

La segunda ecuación recursiva para el tercer mes

$$f_{3(i)=\frac{min}{x}(} \; f_1(\,xn) \; + \; Csp_2 + \big((\,d_2 + d_3) * Cp_2\big) + (d_3 * Cmi_2)$$

Para el tercer escenario se considera la política mínima óptima global del escenario número dos, más el costo de del mes número tres, y la demanda del mes tres por el costo de producción del mes tres lo que indica que se produciría todo en este mes de acuerdo a su demanda y no se generarían *holding cost* para ninguno de los meses anteriores.

La tercera ecuación recursiva para el tercer mes

$$f_{3(i)=\frac{min}{x}(}f_{2(i)=\frac{min}{x}} + Csp_3 + (d_3 * Cp_3))$$

Para el cuarto escenario o etapa se considera cuatro posibles escenarios y cada uno con su respectiva ecuación, para el primero se considera el costo de *set up* del mes uno y se produciría todo en el mes uno, lo que establecería la sumatoria de las demandas uno, dos, tres y cuatro multiplicadas por el costo de producción del mes uno, se generaría tres *holding cost* de mantener en inventario en primer lugar la sumatoria de las demandas del mes uno, dos y tres que se multiplicarían por el costo de mantener en inventario en el mes uno , el segundo *holding cost* sería la sumatoria del mes tres y cuatro multiplicados por el costo de mantener en inventario en dos y por último *el holding cost* de la demanda del mes cuatro multiplicado por el costo de mantener en inventario del mes tres.

La primera ecuación recursiva para el cuarto mes

$$f_{4(i)=\frac{min}{x}(} Csp_1 + \left((d_1 + d_2 + d_3 + d_4) * Cp_1 \right) + \left((d_1 + d_2 + d_3) * Cmi_1\right)$$
$$+ \left((d_3 + d_4) + Cmi_2\right) + ((d_4) * Cmi_3)$$

Para el cuarto escenario o etapa se considera cuatro posibles escenarios y cada uno con su respectiva ecuación, para el segundo se considera la política óptima global del escenario uno, más el costo de *set up* del mes, en este escenario se produciría todo para el mes número dos, y se sumaría las demandas dos, tres y cuatro multiplicadas por el costo de producción del mes número dos, se generarían dos *holding cost* , el primero sería para el mes número dos y se tendría que sumar las demandas dos y tres , y el segundo *holding cost,* para el mes tres para la demanda del mes cuatro.

La segunda ecuación recursiva para el cuarto mes

$$f_{4(i)=\frac{min}{x}}\left(f_1(xn) + Csp_2 + \big((d_2 + d_3 + d_4) * Cp_2\big) + \big((d_3 + d_4) + Cmi_2\big)\right.$$

$$\left. + ((d_4) * Cmi_3)\right)$$

Para la cuarta etapa se considera cuatro posibles escenarios y cada uno con su respectiva ecuación, para el tercero se considera la política mínima óptima global del escenario número dos, más el costo de *set up* del mes número tres se produciría en tres la demanda del mes tres, cuatro; y se multiplicaría por el costo de producción del mes tres y se generaría un *holding cost* para el mes número tres para la demanda del mes cuatro.

$$f_{4(i)=\frac{min}{x}}\left(f_{2(i)=\frac{min}{x}}\left(Csp_3 + \big((d_3 + d_4) + Cp_3\big) + ((d_4) * Cmi_3)\right.\right.$$

Para la cuarta etapa se considera cuatro posibles escenarios y cada uno con su respectiva ecuación, para el cuarto se considera la política mínima óptima global del escenario número tres más el costo de *set up* del mes número cuatro, más la demanda del mes cuatro multiplicada el costo de producción del mes cuatro.

$$f_{4(i)=\frac{min}{x}}\left(f_{3(i)=\frac{min}{x}}\left(Csp_4 + \big((d_4) + Cp_4\big)\right.\right.$$

Para todas las ecuaciones de cada uno los diferentes escenarios del mes uno al cuatro, se debe obtener el mínimo valor económico lo que corresponderá a la política óptima global que se estará buscando para poder establecer las cantidades de producción para cada uno de los meses en análisis.

Para motivos de simulación, es necesario realizar la siguiente tabla que permitirá modelar cada una de las ecuaciones establecidas

Mes	Demanda	Costo de set up	Costo de mantener en inventario	Costo de producción
1				
2				
3				
4				

- El número de meses está dado de acuerdo a los meses que corresponden a la demanda. El mes número 1 es noviembre y el mes número 4 es febrero.
- Los costos de *set up* están establecidos de acuerdo al costo que se necesita para poner en marcha las máquinas, las más importantes son la *vaccum*

pump y la *inyection machine*. El costo aproximado por el cambio de aceite semanal para cada una de las máquinas y la carga mensual de gas refrigerante 410, es el 20% del costo para aceite y 80% del costo para refrigerante.

- Los costos de inventario se calculan por la cantidad de *stock* almacenado y el costo que corresponde por permanecer en bodega.
- Los costos de producción se establecen a través del mantenimiento y costo de las herramientas utilizadas para el proceso de ensamble.

3.4 Resultados obtenidos

Una vez establecidos cada uno de los modelos matemáticos para cada una de las metodologías de la investigación operativa, se simularán dos modelos matemáticos los cuales son el lineal y el no lineal mediante la ayuda del *software lingo e*l cual es una herramienta integral diseñada para hacer más rápida, fácil y eficiente la construcción de modelos matemáticos lineales, no lineales, cuadráticos, estocásticos y enteros. El modelo de programación dinámica se modelará mediante *Microsoft Excel* por la facilidad de ingreso de las variables en el *software.*

Los resultados obtenidos mediante el *software lingo*[5] para el primer modelo que es el de programación lineal se encuentran en la siguiente imagen:

[5] LINGO es una herramienta diseñada para construir y resolver modelos de optimización matemática, que proporciona un paquete integrado que incluye un potente lenguaje para expresar modelos de optimización, un ambiente con todas las funciones para los problemas de construcción y edición, y un conjunto de solucionadores rápidos incorporados, capaces de resolver de manera eficiente la mayoría de las clases de modelos de optimización

Lingo Model - Lingo1

```
max= 87*x1+105*x2+122*x3+133*x4;

(1.289)*x1 + ( 1.467)*x2   +  (1.829)*x3  + (2.358)*x4<= 1315.419;
(1.493)*x1 +  (1.665)*x2  +  (1.786)*x3  + (1.973)*x4<=1366.05 ;
(1.031)*x1 + (1.380)  *x2  +  (2.495)*x3  + (2.756)*x4<= 1383.564;
(0.548)*x1 + (0.548)  *x2  +  (0.548)*x3  + (0.548)*x4<= 446.072;
(1.093)*x1 +  (1.301)*x2  +  (1.580)*x3  + (1.955)*x4<= 1128.92;
(1.33)*x1  +  (1.583)*x2  +  (2.950)*x3  + (3.448)*x4 <= 1677.785;

x1 <= 298;
x2 <= 275;
x3 <= 187;
x4 <=110;
```

Solution Report - Lingo1

```
Global optimal solution found.
Objective value:                              86971.35
Infeasibilities:                              0.000000
Total solver iterations:                             3
Elapsed runtime seconds:                          0.15

Model Class:                                        LP

Total variables:                      4
Nonlinear variables:                  0
Integer variables:                    0

Total constraints:                   11
Nonlinear constraints:                0

Total nonzeros:                      32
Nonlinear nonzeros:                   0


                              Variable           Value        Reduced Cost
                                    X1        250.8910            0.000000
                                    X2        275.0000            0.000000
                                    X3        186.3332            0.000000
                                    X4        101.7758            0.000000

                                   Row    Slack or Surplus      Dual Price
                                     1        86971.35            1.000000
                                     2        7.804763            0.000000
                                     3        0.000000            35.32274
                                     4        0.000000            16.83773
                                     5        0.000000            30.84571
                                     6        3.543011            0.000000
                                     7        8.169137            0.000000
                                     8        47.10896            0.000000
                                     9        0.000000            6.048121
                                    10       0.6668441            0.000000
                                    11        8.224197            0.000000
```

Se observa que el modelo se desarrolló de acuerdo a la metodología de programación lineal, y se obtuvo una solución factible y óptima; la utilidad es maximizada de $8 6971,35 dólares mensuales o para cada uno de los meses simulados para este escenario, el modelo está definido en dos partes como se muestra en la primera parte: es la maximización de la función objetivo y la siguiente son las restricciones o limitaciones a las cuales rigen este modelo.

La simulación obtenida se fundamenta en los parámetros establecidos por los ingenieros de 'Chigo' y de la empresa *Energy cool*. Además, es un escenario que se maneja normalmente y puede estar abierto a cualquier tipo de cambio en las variables y entradas del modelo para que sea más acertado de acuerdo a la realidad, como resultado a la simulación, se obtuvo las cantidades de producción por modelo las cuales se encuentran en el siguiente cuadro:

Tabla 12 Cantidades simuladas

Modelos	Cantidad de unidades simuladas a producir			
	nov-16	dic-16	ene-17	feb-17
Modelo SMW 9027 (Eco Nature)	251	251	251	251
Modelo SMW1235 (Eco Fresh)	275	275	275	275
Modelo SMW 1853 (Eco Frosty)	186	186	186	186
Modelo SMW 2470 (Eco Cool)	102	102	102	102

Fuente: *Energy Cool*
Elaboración: propia

Las cantidades simuladas a producir se asemejan mucho a las demandas mensuales necesarias de los diferentes aires acondicionados, lo que muestra que la empresa ha llevado de una manera acertada su producción sin manejar ningún tipo de planificación basada en alguna metodología de investigación de operaciones

Tabla 13 Demanda

Modelos	Demanda			
	nov-16	dic-16	ene-17	feb-17
Modelo SMW 9027 (Eco Nature)	298	201	273	293
Modelo SMW1235 (Eco Fresh)	275	253	274	266
Modelo SMW 1853 (Eco Frosty)	187	162	191	185
Modelo SMW 2470 (Eco Cool)	110	124	139	123

Fuente: *Energy Cool*
Elaboración: propia

La cantidad de unidades faltantes o excedentes para poder cubrir la demanda mensual o que sobrepasa la demanda es la siguiente:

Tabla 14 Cantidades excedentes o faltantes

Modelos	Cantidad de unidades excedente o faltantes			
	nov-16	dic-16	ene-17	feb-17
Modelo SMW 9027 (Eco Nature)	47	+50	22	42
Modelo SMW1235 (Eco Fresh)	0	+22	+1	+9
Modelo SMW 1853 (Eco Frosty)	1	+24	5	+1
Modelo SMW 2470 (Eco Cool)	8	22	37	21

Fuente: *Energy Cool*
Elaboración: propia

Las cantidades que se encuentran sin el signo más son las unidades que faltan para cubrir la demanda y las que tienen el sigo más son las cantidades con las que se sobrepasa la demanda mes a mes.

Tabla 15 Faltantes y excedentes en simulación

Modelos	Cantidad de faltantes y excedentes durante los cuatro meses simulados
Modelo SMW 9027 (Eco Nature)	61
Modelo SMW1235 (Eco Fresh)	32
Modelo SMW 1853 (Eco Frosty)	19
Modelo SMW 2470 (Eco Cool)	88
Total	98

Fuente: *Energy Cool*
Elaboración: propia

Para el primer modelo SMW 9027 (Eco Nature) existe un faltante de 61 unidades a lo largo de los cuatro meses simulados para poder cubrir la demanda; para el segundo modelo SMW1235 (Eco Fresh) existe un excedente de 32; para el tercer modelo 1853 (Eco Frosty) existe un excedente de 19 unidades; para el último el modelo SMW 2470 (Eco Cool) existe un faltante de 88 unidades para poder cubrir la demanda.

A lo largo de los cuatro meses simulados, contando los faltantes y excedentes de cada uno de los modelos, existe un déficit de noventa y ocho unidades lo que corresponde al 2,92% aproximadamente lo representaría el 3%.

Entonces, se puede observar que al modelar mediante la metodología de la programación lineal, se obtiene un cumplimiento del 97% de la demanda lo que es muy beneficioso para la empresa y se puede gestionar de una manera más acertada las variables internas y externas para cumplir ese faltante del 3% el cual es relativamente bajo.

Los resultados obtenidos mediante el *software lindo* para el segundo modelo que es el de programación no lineal se encuentran en las siguientes imágenes para los cuatro meses de acuerdo a los cuatro modelos.

El primero modelo simulado es el modelo SMW 9027 (Eco Nature)

Lingo Model - Lingo1

```
min = x1^2+x2^2+x3^2+x4^2+ (5 *( x1 - 201 ) ) + (5 *( (x1 +x2 )- 273 ) )+  (5 *( (x1 +x2 + x3)- 293 ));

x1 >= 298 ;
x1 -298 + x2  >= 201 ;
 x1+ x2- 499 + x3 >= 273 ;
x1+ x2+ x3- 772 +x4  >= 293 ;
```

Solution Report - Lingo1

```
Global optimal solution found.
Objective value:                              289357.8
Infeasibilities:                              0.3750096E-07
Total solver iterations:                             10
Elapsed runtime seconds:                           0.05
Model is convex quadratic

Model Class:                                         QP

Total variables:                      4
Nonlinear variables:                  4
Integer variables:                    0

Total constraints:                    5
Nonlinear constraints:                1

Total nonzeros:                      14
Nonlinear nonzeros:                   4


                              Variable           Value        Reduced Cost
                                    X1        298.0000            0.000000
                                    X2        253.1522        -0.3894977E-05
                                    X3        255.6609        -0.4041936E-05
                                    X4        258.1869        -0.3898484E-05

                                   Row    Slack or Surplus      Dual Price
                                     1        289357.8           -1.000000
                                     2      0.3238288E-05        -94.67049
                                     3        52.15219          -0.1659514E-04
                                     4        34.81305          -0.3075666E-04
                                     5     -0.4249163E-05        -516.3322
```

Se observa que el modelo se desarrolló de acuerdo a la metodología de programación no lineal, y se obtuvo una solución factible y óptima, la utilidad maximizada es de $289 357,80 dólares para los cuatro meses simulados por este modelo, éste está definido en dos partes como se muestra: la primera parte es la minimización de la función objetivo y la siguiente son las restricciones o limitaciones a las cuales se rige o desarrolla este modelo en particular.

El segundo modelo simulado es el modelo SMW1235 (Eco Fresh)

Lingo Model - Lingo1

```
min = x1^2+x2^2+x3^2+x4^2+ (5 *( x1 - 253 ) ) + (5 *( (x1 +x2 )- 274 ) )+  (5 *( (x1 +x2 + x3)- 266 ));

x1 >= 275 ;
x1 -275 + x2   >= 253 ;
 x1+ x2- 528 + x3 >= 274 ;
x1+ x2+ x3- 802 +x4   >= 266 ;
```

Solution Report - Lingo1

```
  Global optimal solution found.
  Objective value:                              289354.9
  Infeasibilities:                              0.000000
  Total solver iterations:                            14
  Elapsed runtime seconds:                          0.05
  Model is convex quadratic

  Model Class:                                        QP

  Total variables:                    4
  Nonlinear variables:                4
  Integer variables:                  0

  Total constraints:                  5
  Nonlinear constraints:              1

  Total nonzeros:                    14
  Nonlinear nonzeros:                 4


                                Variable           Value        Reduced Cost
                                      X1        275.0000            0.000000
                                      X2        262.2500         -0.2599045E-07
                                      X3        264.7500         -0.2624125E-07
                                      X4        266.0000         -0.2647793E-07

                                     Row    Slack or Surplus      Dual Price
                                       1        289354.9           -1.000000
                                       2     0.1975486E-06         -30.50113
                                       3        9.250002        -0.7960699E-06
                                       4     0.2651895E-05         -2.496157
                                       5    -0.3820969E-07         -532.0026
```

Se observa que el modelo se desarrolló de acuerdo a la metodología de programación no lineal, y se obtuvo una solución factible y óptima, la utilidad maximizada es de $289 354,90 dólares para los cuatro meses simulados de este modelo, éste está definido en dos partes como se muestra: la primera parte es la minimización de la función objetivo y la siguiente son las restricciones o limitaciones a las cuales debe regirse o de desarrollarse este modelo en particular.

El tercer modelo simulado es el modelo SMW 1853 (Eco Frosty)

Lingo Model - Lingo1

```
min = x1^2+x2^2+x3^2+x4^2+ (5 *( x1 - 162 ) ) + (5 *( (x1 +x2 )- 191 ) )+  (5 *( (x1 +x2 + x3)- 185 ));

x1 >= 187 ;
x1 -187 + x2   >= 162 ;
 x1+ x2- 349 + x3 >= 191 ;
x1+ x2+ x3- 540 +x4   >= 185 ;
```

Solution Report - Lingo1

```
Global optimal solution found.
Objective value:                              134242.8
Infeasibilities:                             0.5743499E-08
Total solver iterations:                            12
Elapsed runtime seconds:                          0.04
Model is convex quadratic

Model Class:                                        QP

Total variables:                      4
Nonlinear variables:                  4
Integer variables:                    0

Total constraints:                    5
Nonlinear constraints:                1

Total nonzeros:                      14
Nonlinear nonzeros:                   4


                       Variable           Value        Reduced Cost
                             X1        187.0000            0.000000
                             X2        176.8305        -0.3862804E-06
                             X3        179.3315        -0.3928289E-06
                             X4        181.8380        -0.3980068E-06

                            Row    Slack or Surplus      Dual Price
                              1        134242.8           -1.000000
                              2       0.2064158E-05       -25.33267
                              3        14.83048        -0.5467083E-05
                              4        3.161993        -0.2032940E-04
                              5      -0.5437040E-06       -363.6668
```

Se observa que el modelo se desarrolló de acuerdo a la metodología de programación no lineal, y se obtuvo una solución factible y óptima, la utilidad maximizada es de $134 242,80 dólares para los cuatro meses simulados de este modelo, éste está definido en dos partes como se muestra: la primera parte es la minimización de la función objetivo y la siguiente son las restricciones o limitaciones a las cuales se rige o desarrolla este modelo en particular.

El último modelo simulado es el modelo SMW 2470 (Eco Cool)

```
Lingo Model - Lingo1
min = x1^2+x2^2+x3^2+x4^2+ (5 *( x1 - 124 ) ) + (5 *( (x1 +x2 )- 139 ) )+  (5 *( (x1 +x2 + x3)- 123 ));

x1 >= 110 ;
x1 -110 + x2  >= 124 ;
 x1+ x2- 234 + x3 >= 139 ;
x1+ x2+ x3- 373 +x4  >= 123 ;
```

```
Solution Report - Lingo1
  Global optimal solution found.
  Objective value:                              63292.83
  Infeasibilities:                             0.5660662E-08
  Total solver iterations:                            11
  Elapsed runtime seconds:                          0.04
  Model is convex quadratic

  Model Class:                                        QP

  Total variables:                      4
  Nonlinear variables:                  4
  Integer variables:                    0

  Total constraints:                    5
  Nonlinear constraints:                1

  Total nonzeros:                      14
  Nonlinear nonzeros:                   4


                                Variable           Value        Reduced Cost
                                      X1        121.8348            0.000000
                                      X2        124.3329          -0.2437023E-06
                                      X3        126.8322          -0.2585268E-06
                                      X4        123.0000          -0.2526528E-06

                                     Row    Slack or Surplus      Dual Price
                                       1        63292.83           -1.000000
                                       2        11.83485          -0.3642919E-05
                                       3        12.16777          -0.5804144E-05
                                       4       0.2065089E-06       -12.65920
                                       5      -0.3883014E-06       -246.0057
```

Se observa que el modelo se desarrolló de acuerdo a la metodología de programación no lineal, y se obtuvo una solución factible y óptima, la utilidad maximizada es de $63 292,83 dólares para los cuatro meses simulados de este modelo, éste está definido en dos partes como se muestra: la primera parte es la minimización de la función objetivo y la siguiente son las restricciones o limitaciones a las cuales se rige o se desarrolla este modelo en particular.

Las cantidades simuladas para los cuatro meses para cada uno de los modelos se encuentran el siguiente cuadro:

Tabla 16 Cantidades Simuladas

Modelos	Cantidad de unidades simuladas a producir			
	16-Nov	dic-16	ene-17	17-Feb
Modelo SMW 9027 (Eco Nature)	298	253	256	258
Modelo SMW1235 (Eco Fresh)	275	262	265	266
Modelo SMW 1853 (Eco Frosty)	187	177	179	181
Modelo SMW 2470 (Eco Cool)	122	124	127	123

Fuente: *Energy Cool*
Elaboración: propia

Las cantidades simuladas a producir, se asemejan mucho a las demandas mensuales necesarias de los diferentes aires acondicionados, lo que muestra que el modelo de programación no lineal es muy acertado a la realidad que necesita la empresa y desarrolla una forma muy eficiente que podría ser el modelo idóneo para programar la producción.

Tabla 17 Demanda mensual

Modelos	Demanda			
	16-Nov	dic-16	ene-17	17-Feb
Modelo SMW 9027 (Eco Nature)	298	201	273	293
Modelo SMW1235 (Eco Fresh)	275	253	274	266
Modelo SMW 1853 (Eco Frosty)	187	162	191	185
Modelo SMW 2470 (Eco Cool)	110	124	139	123

Fuente: *Energy Cool*
Elaboración: propia

La cantidad de unidades faltantes o excedentes para poder cubrir la demanda mensual o que sobrepasa la demanda es la siguiente:

Tabla 18 Cantidades excedentes o faltantes

Modelos	Cantidad de unidades excedente o faltantes			
	16-Nov	dic-16	ene-17	17-Feb
Modelo SMW 9027 (Eco Nature)	0	+52	17	35
Modelo SMW1235 (Eco Fresh)	0	-+9	9	0
Modelo SMW 1853 (Eco Frosty)	0	+15	12	4
Modelo SMW 2470 (Eco Cool)	+12	0	12	0

Fuente: *Energy Cool*
Elaboración: propia

Las cantidades que se encuentran sin el signo más son las unidades que faltan para cubrir la demanda y las que tienen el sigo más son las cantidades con las que se sobrepasa la demanda mes a mes.

Tabla 19 Faltantes o excedentes simulados

Modelos	Cantidad de faltantes y excedentes durante los cuatro meses simulados
Modelo SMW 9027 (Eco Nature)	0
Modelo SMW1235 (Eco Fresh)	0
Modelo SMW 1853 (Eco Frosty)	1
Modelo SMW 2470 (Eco Cool)	0
Total	1

Fuente: *Energy Cool*
Elaboración: propia

Para el primer modelo SMW 9027 (Eco Nature) existe un faltante 0 unidades a lo largo de los cuatro meses simulados; para el segundo modelo SMW1235 (Eco Fresh) existe un faltante 0 unidades; para el tercer modelo 1853 (Eco Frosty) existe un faltante de 1 unidad; para el último el modelo SMW 2470 (Eco Cool) existe 0 unidades faltantes para poder cubrir la demanda.

A lo largo de los cuatro meses simulados contando los faltantes y excedentes de cada uno de los modelos, existe un déficit de una unidad lo que corresponde al 0,030% aproximadamente.

Entonces se observar que al modelar mediante la metodología de la programación no lineal, se obtiene un cumplimiento del 99,97% de la demanda lo que es perfecto para la empresa y más acertado que la programación lineal; esto cumpliría con las expectativas de producción para satisfacer al mercado.

Los resultados obtenidos mediante el *software Microsoft Excel* para el tercer y último modelo que es el de programación dinámica se encuentran en las siguientes imágenes para los cuatro meses de acuerdo a los cuatro modelos:

El primero modelo simulado es el modelo SMW 9027 (Eco Nature)

Modelo SMW 9027 (Eco Nature)	Mes	Demanda	Costo de set up	Costo de mantener en inventario	Costo de producción
	1	298	$ 60.00	$ 5.00	$ 12.00
	2	201	$ 60.00	$ 5.00	$ 12.00
	3	273	$ 60.00	$ 5.00	$ 12.00
	4	293	$ 60.00	$ 5.00	$ 12.00

MES 1

Demanda= 298

costo total= COSTO SET UP 1 +(CP1*D1)

Ecuación Recursiva 1 — $ 3,636.00

MES 2

Demanda= 201

Ecuación Recursiva 1 — costo total= COSTO MEJOR DEL MES 1+ CSP2+(CP2 *D2)

$ 6,108.00 ***COSTO 1***

Ecuación Recursiva 2 — costo total= D2+((D1 +D2))* CP1)+ (D2 * CMI 1)

$ 7,194.00 ***COSTO 2***

MES 3

Ecuación Recursiva 1 — costo total= CSP 1 + ((D1+D2+D3)*CP1)) + ((D2+D3)*CMI1) +(D3*CMI2)

$ 13,059.00 ***COSTO 1***

Ecuación Recursiva 2 — costo total= MOP 1 +CSETUP2 + ((D2 +D3) * CP2) + (D3* CMI 2)

$ 10,749.00 ***COSTO 2***

Ecuación Recursiva 3 — costo total= COSTO MEJOR DEL MES 2 + CSETUP3+(D3*CP3)

$ 9,444.00 ***COSTO 3***

MES 4

Ecuación Recursiva 1 — costo total= CSETUP 1 + ((D1+D2+D3+D4)*CP1) +((D1+D2+D3)*CMI1) + ((D3+D4)*CMI2) + (D4*CMI3)

$ 20,995.00 ***COSTO 1***

Ecuación Recursiva 2 — costo total= MOP1 + CSET UP2((D2+D3+D4)*cp2+((D3+D4)*CMI2)+((D4*CMI3))

$ 17,195.00 ***COSTO 2***

Ecuación Recursiva 3 — costo total= MOP2+CSTUP3+((D3+D4)*CP3)+(D4*CMI3)

$ 14,425.00 ***COSTO 3***

Ecuación Recursiva 4 — costo total= MOP3 +CSETUP4 + ((D4*CP4)

$ 13,020.00 ***COSTO 4***

Cantidades simuladas a producir

Q4= 293
Q3= 0
Q2= 474
Q1= 298

Se observa que el modelo se desarrolló de acuerdo a la metodología de programación dinámica. Se obtuvo una solución factible y óptima; el mejor escenario de acuerdo al costo mínimo para simular la producción es de $32, 208 dólares para los cuatro meses simulados de este modelo, éste comprende todas las ecuaciones recursivas para cada escenario, y los globales óptimos son los que se encuentran resaltados con amarillo a lo largo de los cuatro meses simulados.

El segundo modelo simulado es el modelo SMW1235 (Eco Fresh)

Modelo SMW1235 (Eco Fresh)	Mes	Demanda	Costo de set up	Costo de mantener en inventario	Costo de producción
	1	275	$ 60.00	$ 5.00	$ 12.00
	2	253	$ 60.00	$ 5.00	$ 12.00
	3	274	$ 60.00	$ 5.00	$ 12.00
	4	266	$ 60.00	$ 5.00	$ 12.00

MES 1

Demanda= 275

costo total= COSTO SET UP 1 +(CP1*D1)

Ecuación Recursiva 1 — $ 3,360.00

MES 2

Demanda= 253

Ecuación Recursiva 1 — costo total= COSTO MEJOR DEL MES 1+ CSP2+(CP2 *D2)

$ 6,456.00 ***COSTO 1***

Ecuación Recursiva 2 — costo total= D2+((D1 +D2))* CP1)+ (D2 * CMI 1)

$ 7,854.00 ***COSTO 2***

MES 3

Ecuación Recursiva 1 — costo total= CSP 1 + ((D1+D2+D3)*CP1)) + ((D2+D3)*CMI1) +(D3*CMI2)

$ 13,689.00 ***COSTO 1***

Ecuación Recursiva 2 — costo total= MOP 1 +CSETUP2 + ((D2 +D3) * CP2) + (D3* CMI 2)

$ 11,114.00 ***COSTO 2***

Ecuación Recursiva 3 — costo total= COSTO MEJOR DEL MES 2 + CSETUP3+(D3*CP3)

$ 9,804.00 ***COSTO 3***

MES 4

Ecuación Recursiva 1 — costo total= CSETUP 1 + ((D1+D2+D3+D4)*CP1) +((D1+D2+D3)*CMI1) + ((D3+D4)*CMI2) + (D4*CMI3)

$ 20,916.00 ***COSTO 1***

Ecuación Recursiva 2 — costo total= MOP1 + CSET UP2((D2+D3+D4)*cp2+((D3+D4)*CMI2)+((D4*CMI3))

$ 16,966.00 ***COSTO 2***

Ecuación Recursiva 3 — costo total= MOP2+CSTUP3+((D3+D4)*CP3)+(D4*CMI3)

$ 14,326.00 ***COSTO 3***

Ecuación Recursiva 4 — costo total= MOP3 +CSETUP4 + ((D4*CP4)

$ 13,056.00 ***COSTO 4***

Cantidades simuladas a producir

Q4= 266
Q3= 0
Q2= 527
Q1= 275

Se observa que el modelo se desarrolló de acuerdo a la metodología de programación dinámica. Se obtuvo una solución factible y óptima; el mejor escenario de acuerdo al costo mínimo para simular la producción es de $32,676 dólares para los cuatro meses simulados de este modelo, éste comprende todas las ecuaciones recursivas para cada escenario, y los globales óptimos son los que se encuentran resaltados con amarillo a lo largo de los cuatro meses simulados.

El tercer modelo simulado es el modelo SMW 1853 (Eco Frosty)

Modelo SMW 1853 (Eco Frosty)	Mes	Demanda	Costo de set up	Costo de mantener en inventario	Costo de producción
	1	187	$ 60.00	$ 5.00	$ 12.00
	2	162	$ 60.00	$ 5.00	$ 12.00
	3	191	$ 60.00	$ 5.00	$ 12.00
	4	185	$ 60.00	$ 5.00	$ 12.00

MES 1

Demanda= 187

Ecuación Recursiva 1 — costo total= COSTO SET UP 1 +(CP1*D1)
$ 2,304.00

MES 2

Demanda= 162

Ecuación Recursiva 1 — costo total= COSTO MEJOR DEL MES 1+ CSP2+(CP2 *D2)
$ 4,308.00 ***COSTO 1***

Ecuación Recursiva 2 — costo total= D2+((D1 +D2))* CP1)+ (D2 * CMI 1)
$ 5,160.00 ***COSTO 2***

MES 3

Ecuación Recursiva 1 — costo total= CSP 1 + ((D1+D2+D3)*CP1)) + ((D2+D3)*CMI1) +(D3*CMI2)
$ 9,260.00 ***COSTO 1***

Ecuación Recursiva 2 — costo total= MOP 1 +CSETUP2 + ((D2 +D3) * CP2) + (D3* CMI 2)
$ 7,555.00 ***COSTO 2***

Ecuación Recursiva 3 — costo total= COSTO MEJOR DEL MES 2 + CSETUP3+(D3*CP3)
$ 6,660.00 ***COSTO 3***

MES 4

Ecuación Recursiva 1 — costo total= CSETUP 1 + ((D1+D2+D3+D4)*CP1) +((D1+D2+D3)*CMI1) + ((D3+D4)*CMI2) + (D4*CMI3)
$ 14,265.00 ***COSTO 1***

Ecuación Recursiva 2 — costo total= MOP1 + CSET UP2((D2+D3+D4)*cp2+((D3+D4)*CMI2)+((D4*CMI3))
$ 11,625.00 ***COSTO 2***

Ecuación Recursiva 3 — costo total= MOP2+CSTUP3+((D3+D4)*CP3)+(D4*CMI3)
$ 9,805.00 ***COSTO 3***

Ecuación Recursiva 4 — costo total= MOP3 +CSETUP4 + ((D4*CP4)
$ 8,940.00 ***COSTO 4***

Cantidades simuladas a producir

Q4= 185
Q3= 0
Q2= 353
Q1= 187

Se observa que el modelo se desarrolló de acuerdo a la metodología de programación dinámica. Se obtuvo una solución factible y óptima; el mejor escenario de acuerdo al costo mínimo para simular la producción es de $22,212 dólares para los cuatro meses simulados de este modelo, éste comprende todas las ecuaciones recursivas para cada escenario, y los globales óptimos son los que se encuentran resaltados con amarillo a lo largo de los cuatro meses simulados.

El último modelo simulado es el modelo SMW 2470 (Eco Cool)

Modelo SMW 2470 (Eco Cool)	Mes	Demanda	Costo de set up	Costo de mantener en inventario	Costo de producción
	1	110	$ 60.00	$ 5.00	$ 12.00
	2	124	$ 60.00	$ 5.00	$ 12.00
	3	139	$ 60.00	$ 5.00	$ 12.00
	4	123	$ 60.00	$ 5.00	$ 12.00

MES 1

Demanda= 110

costo total= COSTO SET UP 1 +(CP1*D1)

Ecuación Recursiva 1 — $ 1,380.00

MES 2

Demanda= 124

Ecuación Recursiva 1 — costo total= COSTO MEJOR DEL MES 1+ CSP2+(CP2 *D2)
$ 2,928.00 ***COSTO 1***

Ecuación Recursiva 2 — costo total= D2+((D1 +D2))* CP1)+ (D2 * CMI 1)
$ 3,552.00 ***COSTO 2***

MES 3

Ecuación Recursiva 1 — costo total= CSP 1 + ((D1+D2+D3)*CP1)) + ((D2+D3)*CMI1) +(D3*CMI2)
$ 6,546.00 ***COSTO 1***

Ecuación Recursiva 2 — costo total= MOP 1 +CSETUP2 + ((D2 +D3) * CP2) + (D3* CMI 2)
$ 5,291.00 ***COSTO 2***

Ecuación Recursiva 3 — costo total= COSTO MEJOR DEL MES 2 + CSETUP3+(D3*CP3)
$ 4,656.00 ***COSTO 3***

MES 4

Ecuación Recursiva 1 — costo total= CSETUP 1 + ((D1+D2+D3+D4)*CP1) +((D1+D2+D3)*CMI1) + ((D3+D4)*CMI2) + (D4*CMI3)
$ 9,802.00 ***COSTO 1***

Ecuación Recursiva 2 — costo total= MOP1 + CSET UP2((D2+D3+D4)*cp2+((D3+D4)*CMI2)+((D4*CMI3))
$ 7,997.00 ***COSTO 2***

Ecuación Recursiva 3 — costo total= MOP2+CSTUP3+((D3+D4)*CP3)+(D4*CMI3)
$ 6,747.00 ***COSTO 3***

Ecuación Recursiva 4 — costo total= MOP3 +CSETUP4 + ((D4*CP4)
$ 6,192.00 ***COSTO 4***

Cantidades simuladas a producir

Q4= 123
Q3= 0
Q2= 263
Q1= 110

Se observa que el modelo se desarrolló de acuerdo a la metodología de programación dinámica. Se obtuvo una solución factible y óptima; el mejor escenario de acuerdo al costo mínimo para simular la producción es de $15,156 dólares para los cuatro meses simulados de este modelo, éste comprende todas las ecuaciones recursivas para cada escenario, y los globales óptimos son los que se encuentran resaltados con amarillo a lo largo de los cuatro meses simulados.

Las cantidades simuladas para los cuatro meses para cada uno de los modelos se encuentran el siguiente cuadro:

Tabla 20 Unidades simuladas a producir

Modelos	Cantidad de unidades simuladas a producir			
	16-Nov	dic-16	ene-17	17-Feb
Modelo SMW 9027 (Eco Nature)	298	474	0	298
Modelo SMW1235 (Eco Fresh)	275	527	0	266
Modelo SMW 1853 (Eco Frosty)	187	353	0	185
Modelo SMW 2470 (Eco Cool)	110	263	0	123

Fuente: *Energy Cool*
Elaboración: propia

Se observa que las cantidades simuladas a producir son idénticas a la de la demanda mensual solo para el primer mes, de ahí las cantidades simuladas difieren mucho a las de la demanda, y para este caso puntual, no se debería producir para el mes de enero sino esa producción dosificarla para los meses de noviembre, diciembre y febrero.

Modelos	Demanda			
	16-Nov	dic-16	ene-17	17-Feb
Modelo SMW 9027 (Eco Nature)	298	201	273	293
Modelo SMW1235 (Eco Fresh)	275	253	274	266
Modelo SMW 1853 (Eco Frosty)	187	162	191	185
Modelo SMW 2470 (Eco Cool)	110	124	139	123

Tabla 21 Demanda

Fuente: *Energy Cool*
Elaboración: propia

La cantidad de unidades faltantes o excedentes para poder cubrir la demanda mensual o que sobrepasa la demanda es la siguiente:

Tabla 22 Excedentes o faltantes

Modelos	Cantidad de unidades excedente o faltantes			
	16-nov	dic-16	ene-17	17-feb
Modelo SMW 9027 (Eco Nature)	0	+273	273	+5
Modelo SMW1235 (Eco Fresh)	0	+274	274	0
Modelo SMW 1853 (Eco Frosty)	0	+191	191	0
Modelo SMW 2470 (Eco Cool)	0	+139	139	0

Fuente: *Energy Cool*
Elaboración: propia

Las cantidades que se encuentran sin el signo más son las unidades que faltan para cubrir la demanda y las que tienen el sigo más son las cantidades con las que se sobrepasa la demanda mes a mes.

Tabla 23 Faltantes y excedentes simulados

Modelos	Cantidad de faltantes y excedentes durante los cuatro meses simulados
Modelo SMW 9027 (Eco Nature)	+5
Modelo SMW1235 (Eco Fresh)	0
Modelo SMW 1853 (Eco Frosty)	0
Modelo SMW 2470 (Eco Cool)	0
Total	+5

Fuente: *Energy Cool*
Elaboración: propia

Para el primer modelo SMW 9027 (Eco Nature) existe un excedente de 5 unidades a lo largo de los cuatro meses simulados; para el segundo modelo SMW1235 (Eco Fresh) existe un faltante 0 unidades; para el tercer modelo 1853 (Eco Frosty) existe un faltante de 0 unidades; para el último modelo SMW 2470 (Eco Cool) existe 0 unidades faltantes para poder cubrir la demanda.

A lo largo de los cuatro meses simulados, contando los faltantes y excedentes de cada uno de los modelos, existe un sobre cumplimiento de cinco unidad lo que corresponde al 0,15% aproximadamente. Entonces se observa que al modelar mediante la metodología de la programación no lineal, se obtiene un sobre cumplimiento del 100,15% de la demanda.

Conclusiones

Se realizó una comparación de las diferentes metodologías de investigación operativa, las cuales fueron las más idóneas para simular la producción de una misma familia de productos. Se desarrollaron modelos óptimos y factibles para la programación de la producción de aires acondicionados para de empresa *Energy Cool.*

Se ha demostrado que las matemáticas ayudan a la modelación y simulación de escenarios reales a través de modelos matemáticos heurísticos, los cuales permiten la toma de decisiones adecuadas para el mejoramiento continuo y a la gestión por procesos.

Una vez analizados los tres modelos, se recomienda a la empresa *Energy Cool* que emplee el modelo de programación lineal, porque éste cumple el 97% de la demanda esperada, se puede gestionar la producción y ajustar las variables para corregir el 3% faltante. Las variables utilizadas son perfectas para el desarrollo, y en su mayoría están asociadas a los tiempos y no al dinero ni a los costos mensuales.

El modelo de programación no lineal presenta un escenario perfecto para el cumplimiento de la demanda pero no se recomienda, porque sus variables están relacionadas a costos de mantener productos en inventario; eso podría generar a largo plazo, un desbalance económico en la empresa ya que se trabaja con más productos en inventario, lo ideal para las empresas es que no se trabaje con mucho inventario, porque es dinero congelado y representa un costo para ésta.

Por último, el modelo de programación dinámica se recomendaría en caso de que la empresa genere multilínea de producción; es decir, que se ensamblen diferentes artículos, porque con esta metodología se puede gestionar de una manera más eficiente los períodos de producción cuando se requiere satisfacer la demanda de una misma familia de productos. Además, el modelo no se podría desarrollar en estos momentos porque las cantidades a producir sobrepasan la capacidad de la fábrica.

Bibliografía

Ackoff, R. (1982). *Fundamentos deInvestigacion Operativa.* Mexico: Limusa.

Alvarado Boirivant, J. (2009). La Programación Lineal Aplicación de la pequeñas. *Reflexiones, vol. 88, núm. 1,*, 89-105.

Bellman, R. (1954). *The Theory of Dynamic Programming.* Santa Monica- California: The RAND Corporation.

Bosque, R. (1992). *Capítulo 5. PROGRAMACIÓN DINÁMICA* . Obtenido de http://www.lcc.uma.es/~av/Libro/CAP5.pdf

Faulin, J. y Angel, A. (2011). *Programacion Lineal y Programacion Lineal entera con Excel y Lindo*. Obtenido de https://www.uoc.edu/in3/emath/docs/PL_PLE_Excel_Lindo.pdf

Garcia Ligero, J. y Roman - Roman, P.(s.f.). *Tema 8: Programacion No Lineal*. Obtenido de http://www.ugr.es/~proman/IO1Grado/PDF/Tema_8.pdf

Garcia y Smith (2000). *Modelo Dinamico*. Obtenido de https://www.google.com.ec/search?dcr=0&biw=1246&bih=671&tbm=isch&sa=1&q=el+modelo+dinamico+Garcia+y+Smith&oq=el+modelo+dinamico+Garcia+y+Smith&gs_l=psy-ab.12...0.0.0.35714.0.0.0.0.0.0.0.0.0..0.0....0...1..64.psy-ab..0.0.0....0.PrTgE8-AIXM

Funciones Convexas y Cóncavas. (2014). Obtenido de http://www.uv.es/~sala/clase03.pdf

Hillier, F. & Liberman, G. (1997). *Introducción a la investigación de operaciones.* Mexico: McGraw-Hill.

Hillier, F. & Liberman, G. (2007). *Investigación de operaciones.* Mexico: McGraw-Hill.

Kamlesh, M., Solow, D. & Dominguez, A. (1996). *Investigación de operaciones: el arte de la toma de decisiones.* Mexico : Prentice Hall.

Martin, M. Q. (2003). *Investigación operativa.* Mexico: Pearson Educación.

Moskowitz, H. (1982). *Investigacion de operaciones.* Mexico: Prentice Hall Hispanoamericana, S.A.

Moya, M. (1998). *Investigacion de Operaciones: La programacion Lineal.* Costa Rica: EUNED.

Pardo, L., Ortega, A. y Pardo, J. (1990). *Programación lineal entera: aplicaciones prácticas en la empresa.* Diaz Santos.

Pidd. (2010). *Modelo Matematico*. Obtenido de https://www.google.com.ec/search?q=%E2%80%9Cun+modelo+matematico+(Pidd,+2010).&sa=X&dcr=0&tbm=isch&tbo=u&source=univ&ved=0ahUKEwixnomO0K3WAhUJ6iYKHZsHBo8QsAQILw&biw=1680&bih=949#imgrc=pc_kMkfR6EHvbM

Ponsot, E. y Marquez, V. (2000). Modelo de programación lineal de la Produccion. *Economía, XXV*, 73-90.

Rios, S. (1993). *Investigacion Operativa: Optimizacion.Centro de Estudios Ramon Areces.*

Robles-Argudo, O. y Vazquez -Roman, R. (2008). Un Modelo de Programación No-lineal para la Planeación de la Producción de Gas y Petróleo. *Scielo*, version online: http://www.scielo.cl/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0718-07642008000300005.

Schrijver, A. (1986). *Theory of Linear and interger programming.* New York: John Wiley & Sons.

Sierksma, G. (2001). *Linear and Integer Optimization:Theory and Practice,Second Editon.* Estados Unidos: CRC Press.

Sipper, D., & Bulfin, R. L. (1999). *Planeación y control de la producción.* San José, Costa Rica: McGraw-Hill.

Taha, H. (2004). *Investigacion de operaciones.* Mexico : Pearson Educacion.

Vera, M. (2007). *Modelo dinamico para la planificacion de la produccion.*

Winston, W. L., & Golberg, J. B (2004). *Operations research: applications and algorithms (Vol. 3)* . Belmont: Thomson Brooks/Cole.