



**UNIVERSIDAD  
DEL AZUAY**

**Departamento de Posgrados**

**Maestría en Gestión Ambiental**

**Desarrollo de un modelo estocástico para la predicción de  
sequías usando índices climáticos y datos de reanálisis para  
la subcuenca del río Machángara**

**Trabajo de graduación previo a la obtención del título de:**

**Magíster en Gestión Ambiental**

**Autor:**

**Ing. Silvia Carmita Saquisilí Guartamber**

**Director:**

**Alex Manuel Avilés Añezco PhD**

**Cuenca-Ecuador**

**2019**

**DEDICATORIA**

Este trabajo le dedico a Dios por darme la fortaleza para poder concluir el presente estudio.

A mis padres y a mi hermana, quienes me han ofrecido su apoyo incondicional.

## **AGRADECIMIENTO**

Mi más sincero agradecimiento al Ingeniero Alex Avilés, al Ingeniero Daniel Mendoza y al Ingeniero Darío Zhiña, por haberme brindado parte de su tiempo y compartido sus conocimientos para el desarrollo de este trabajo de grado.

## **RESUMEN**

Las sequías ocasionan problemas ambientales, sociales y económicos en varios sectores de la población, provocando desafíos en la gestión y ordenamiento de cuencas hidrográficas, siendo fundamental anticipar su ocurrencia. En este estudio se realizan pronósticos de sequías, mediante los modelos de funciones de transferencia, en la subcuenca del río Machángara (provincia del Azuay, Ecuador). Se utilizó como variables predictoras: la temperatura superficial del mar y Niño 3-oscilación del Sur, debido a que los patrones de circulación atmosférica y oceánica influyen en la ocurrencia de las sequías; y como variable de respuesta, el índice estandarizado de precipitación (SPI3). Los modelos con mejores pronósticos, determinados en función del test de eficiencia de Nash-Sutcliffe, se obtienen para los meses de enero, febrero, abril, julio y agosto. Estos resultados pueden proporcionar información base para los encargados de la gestión del recurso hídrico dentro de la subcuenca del río Machángara.

### **Palabras claves:**

SPI3, Funciones de transferencia, Niño3, Temperatura superficial del mar, Río Machángara

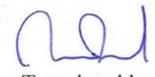
**ABSTRACT**

**ABSTRACT**

Droughts cause environmental, social and economic problems in various sectors of the population. These droughts cause challenges in the management and ordering of watersheds, so, it is fundamental to anticipate their occurrence. In this study, drought predictions were made using transfer function models in the sub-basin of the Machángara River (province of Azuay, Ecuador). The results show that the models with the best forecasts are obtained for the months of January, February, April, July and August. Sea surface temperature and Niño3 - Southern oscillation were used as predictive variables. The standardized precipitation index (SPI3) was used as a response variable. These results can provide basic information for those responsible for the management of water resources within the sub-basin of the Machángara River, considering that atmospheric and oceanic circulation patterns also affect the study area in some way.

**Keywords:** SPI3, transfer functions, Niño3, sea surface temperature, Machángara River.



  
Translated by  
Ing. Paúl Arpi

## Índice de contenido

<b>DEDICATORIA</b> .....	ii
<b>AGRADECIMIENTO</b> .....	iii
<b>RESUMEN</b> .....	iv
<b>ABSTRACT</b> .....	v
<b>INTRODUCCIÓN</b> .....	10
<b>CAPÍTULO 1</b> .....	16
<b>1. MATERIALES Y MÉTODOS</b> .....	16
<b>1.1 Descripción de la zona de estudio</b> .....	16
<b>1.2 Materiales</b> .....	18
<b>1.3 Métodos</b> .....	19
<b>CAPÍTULO 2</b> .....	29
<b>2. RESULTADOS</b> .....	29
<b>2.1 Obtención del SPI</b> .....	29
<b>2.2 Calibración de los modelos de función de transferencia</b> .....	32
<b>2.3 Pronóstico utilizando los modelos de función de transferencia</b> .....	41
<b>CAPÍTULO 3</b> .....	55
<b>3. DISCUSIÓN</b> .....	55
<b>CONCLUSIÓN</b> .....	56
<b>REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....	57
<b>ANEXOS</b> .....	63

## Índice de figuras

<b>Figura 1.</b> Ubicación de la subcuenca del río Machángara.....	16
<b>Figura 2.</b> Gráfica mensual de la precipitación-Estación de Labrado (1965-2015)...	17
<b>Figura 3.</b> Gráfica mensual de la precipitación-Estación de Chanlud (1965-2015)...	17
<b>Figura 4.</b> Medias mensuales de las precipitaciones durante el periodo 1965-2015 en las estaciones de Chanlud y Labrado y otras estaciones de la región. ....	18
<b>Figura 5.</b> SPI3, Estación Labrado.....	30
<b>Figura 6.</b> SPI3 Estación Chanlud.....	31
<b>Figura 7.</b> Gráfica de las series de tiempo del Niño 3(xt) para el mes de marzo .....	32
<b>Figura 8.</b> ACF y PACF para Niño 3, mes de marzo.....	33
<b>Figura 9.</b> ACF y PACF de los residuales para el modelo ARIMA(2,0,0) para el Niño 3, mes de marzo x(t).....	34
<b>Figura 10.</b> Gráficos adicionales para los residuales del modelo ARIMA(2,0,0) para el Niño 3, mes de marzo x(t) .....	34
<b>Figura 11.</b> Función de correlación cruzada entre $\alpha t$ y los residuales del modelo de función de transferencia, para el mes de marzo (Niño 3-SPI3 Labrado). ....	41
<b>Figura 12.</b> SPI3 observado, pronosticado TF-N, pronosticado um (modelo univariado), estación Chanlud, Niño3 y TSM. Mes de enero.....	42
<b>Figura 13.</b> SPI3 observado, pronosticado TF-N, pronosticado um (modelo univariado), estación Chanlud, Niño3 y TSM. Mes de febrero .....	42
<b>Figura 14.</b> SPI3 observado, pronosticado TF-N, pronosticado um (modelo univariado), estación Chanlud, Niño3 y TSM. Mes de marzo .....	42
<b>Figura 15.</b> SPI3 observado, pronosticado TF-N, pronosticado um (modelo univariado), estación Chanlud, Niño3 y TSM. Mes de abril. ....	43
<b>Figura 16.</b> SPI3 observado, pronosticado TF-N, pronosticado um (modelo univariado), estación Chanlud, Niño3 y TSM. Mes de mayo. ....	43
<b>Figura 17.</b> SPI3 observado, pronosticado TF-N, pronosticado um (modelo univariado), estación Chanlud, Niño3 y TSM. Mes de junio.....	43
<b>Figura 18.</b> SPI3 observado, pronosticado TF-N, pronosticado um (modelo univariado), estación Chanlud, Niño3 y TSM. Mes de julio.....	44
<b>Figura 19.</b> SPI3 observado, pronosticado TF-N, pronosticado um (modelo univariado), estación Chanlud, Niño3 y TSM. Mes de agosto.....	44
<b>Figura 20.</b> SPI3 observado, pronosticado TF-N, pronosticado um (modelo univariado), estación Chanlud, Niño3 y TSM. Mes de septiembre. ....	45
<b>Figura 21.</b> SPI3 observado, pronosticado TF-N, pronosticado um (modelo univariado), estación Chanlud, Niño3 y TSM. Mes de octubre.....	45
<b>Figura 22.</b> SPI3 observado, pronosticado TF-N, pronosticado um (modelo univariado), estación Chanlud, Niño3 y TSM. Mes de noviembre. ....	45
<b>Figura 23.</b> SPI3 observado, pronosticado TF-N, pronosticado um (modelo univariado), estación Chanlud, Niño3 y TSM. Mes de diciembre.....	45
<b>Figura 24.</b> SPI3 observado, pronosticado TF-N, pronosticado um (modelo univariado), estación Labrado, Niño3 y TSM. Mes de enero .....	46
<b>Figura 25.</b> SPI3 observado, pronosticado TF-N, pronosticado um (modelo univariado), estación Labrado, Niño3 y TSM. Mes de febrero.....	46

<b>Figura 26.</b> SPI3 observado, pronosticado TF-N, pronosticado um (modelo univariado), estación Labrado, Niño3 y TSM. Mes de marzo. ....	46
<b>Figura 27.</b> SPI3 observado, pronosticado TF-N, pronosticado um (modelo univariado), estación Labrado, Niño3 y TSM. Mes de abril.....	47
<b>Figura 28.</b> SPI3 observado, pronosticado TF-N, pronosticado um (modelo univariado), estación Labrado, Niño3 y TSM. Mes de mayo.....	47
<b>Figura 29.</b> SPI3 observado, pronosticado TF-N, pronosticado um (modelo univariado), estación Labrado, Niño3 y TSM. Mes de junio.....	47
<b>Figura 30.</b> SPI3 observado, pronosticado TF-N, pronosticado um (modelo univariado), estación Labrado, Niño3 y TSM. Mes de julio. ....	48
<b>Figura 31.</b> SPI3 observado, pronosticado TF-N, pronosticado um (modelo univariado), estación Labrado, Niño3 y TSM. Mes de agosto. ....	48
<b>Figura 32.</b> SPI3 observado, pronosticado TF-N, pronosticado um (modelo univariado), estación Labrado, Niño3 y TSM. Mes de septiembre. ....	49
<b>Figura 33.</b> SPI3 observado, pronosticado TF-N, pronosticado um (modelo univariado), estación Labrado, Niño3 y TSM. Mes de octubre.....	49
<b>Figura 34.</b> SPI3 observado, pronosticado TF-N, pronosticado um (modelo univariado), estación Labrado, Niño3 y TSM. Mes de noviembre.....	49
<b>Figura 35.</b> SPI3 observado, pronosticado TF-N, pronosticado um (modelo univariado), estación Labrado, Niño3 y TSM. Mes de diciembre.....	50
<b>Figura 36.</b> Resumen: SPI3 observado, pronosticado TF-N, pronosticado um (modelo univariado), estación Chanlud, Niño3.....	50
<b>Figura 37.</b> Resumen: SPI3 observado, pronosticado TF-N, pronosticado um (modelo univariado), estación Chanlud, TSM.....	51
<b>Figura 38.</b> Resumen: SPI3 observado, pronosticado TF-N, pronosticado um (modelo univariado), estación labrado, Niño3.....	51
<b>Figura 39.</b> Resumen: SPI3 observado, pronosticado TF-N, pronosticado um (modelo univariado), estación Chanlud, TSM.....	52

### Índice de tablas

<b>Tabla 1.</b> Estaciones meteorológicas- subcuenca del río Machángara.....	18
<b>Tabla 2.</b> Valores del SPI.....	19
<b>Tabla 3.</b> Valores NSE e interpretación.....	27
<b>Tabla 4.</b> Resultados de la prueba Aumentada de Dickey Fuller-ADF para las series anuales de la TSM y Niño 3(1965-2005).....	32
<b>Tabla 5.</b> Modelos ARIMA(p,d,q) seleccionados para cada una de las series de tiempo anuales del Niño3 y TSM.....	33
<b>Tabla 6.</b> Valores obtenidos del Test de Shapiro para cada una de las series de tiempo de las dos variables predictoras.....	35
<b>Tabla 7.</b> Estimación de los valores del parámetro b (delay).....	36
<b>Tabla 8.</b> Estimaciones de las ordenes r y s, estación Labrado.....	36
<b>Tabla 9.</b> Estimaciones de las ordenes r y s, estación Chanlud.....	37
<b>Tabla 10.</b> Modelos ARIMA para el $Nt$ , estación Labrado.....	37
<b>Tabla 11.</b> Modelos ARIMA para $Nt$ , estación Chanlud.....	38
<b>Tabla 12.</b> Estimaciones finales de los coeficientes del modelo de función de transferencia, AIC, BIC, prueba de Shapiro, TSM.....	39
<b>Tabla 13.</b> Estimaciones finales de los coeficientes de los modelos de función de transferencia, AIC, BIC, prueba de Shapiro de los residuales. Niño 3.....	40

<b>Tabla 14.</b> Coeficientes de Nash-Sutcliffe entre los valores observados y pronosticados para el periodo 2006-2015.....	52
<b>Tabla 15.</b> Coeficientes de correlación de Pearson entre los valores observados y pronosticados para el periodo 2006-2015.....	53
<b>Tabla 16.</b> Correlación de Pearson para el SPI3 pronosticado y observado para cada uno de los meses para el periodo 2006-2015.....	53

### Índice de anexos

<b>Anexo 1.</b> Valores del SPI3 correspondiente a sequías moderadas, severas y extremas identificadas en las estaciones de Chanlud .....	63
<b>Anexo 2.</b> Valores del SPI3 correspondiente a sequías moderadas, severas y extremas identificadas en las estaciones de Labrado.....	63
<b>Anexo 3.</b> Parámetros de los coeficientes de los modelos seleccionados para la TSM y el Niño 3 .....	64
<b>Anexo 4.</b> Filtros aplicados tanto a las variables predictoras y a la variable de respuesta .....	64
<b>Anexo 5.</b> Estimaciones de la función de respuesta al impulso $v_j$ y estimaciones iniciales de $\delta_i$ y $w_i$ .....	66
<b>Anexo 6.</b> Modelos ARIMA(p,d,q) para $Nt$ , valores críticos AIC y BIC, prueba de Shapiro para los residuales .....	68
<b>Anexo 7.</b> ACF y PACF para los residuales de los modelos de función de transferencia evaluados .....	69
<b>Anexo 8.</b> Función de correlación cruzada entre $at$ y los residuales de la función de transferencia .....	73
<b>Anexo 9.</b> Modelos ARIMA(p,d,q) para SPI3(yt).....	78

## INTRODUCCIÓN

La sequía es un evento climático complejo y extremo, caracterizado por precipitaciones inferiores a los valores normales registrados en una zona determinada para un periodo dado, es decir, es un período temporal seco (Dai, 2011). Según Wilhite y Glantz (1985) existen 4 clases de sequias:

- La sequía meteorológica.- Está definida por la falta de humedad en el clima, como por la falta de precipitación. Se expresa en relación con las condiciones promedio de la región durante un largo periodo de tiempo. Por lo general, es un indicador de una posible crisis del agua si la condición es prolongada.
- La sequía hidrológica.- Ocurre cuando hay deficiencia en el suministro de agua superficial y subterránea en una región, a menudo como resultado de una menor precipitación, una dependencia excesiva del agua superficial para la agricultura, generación de energía y otras necesidades.
- La sequía agrícola.- Se produce cuando los déficits de lluvia y la reducción de las aguas subterráneas, influyen en la humedad del suelo, afectando a cultivos y animales.
- La sequía socioeconómica.- Se genera cuando la demanda de un bien económico excede la oferta, como resultado de un déficit relacionado con el clima en el suministro de agua.

Las sequias se originan principalmente por: a) variaciones climáticas, frecuente en zonas secas (Wilhite y Glantz, 1985), b) cambios en la temperatura de la superficie del mar (TSM) y de los océanos, c) dirección y velocidad del viento, d) cambio de uso de suelo, y actividades antropogénicas, que modifican las condiciones de la atmósfera, alterando los patrones de precipitación (Velasco, Ochoa, y Gutiérrez, 2005). De manera general, las sequías y otros factores atmosféricos de una determinada región, dependen principalmente de las interacciones entre los sistemas globales de circulación atmosférica y oceánica y de las condiciones locales, como la latitud, los niveles de humedad, la absorción de energía solar y de la geografía (Bonaccorso, Cancelliere, y Rossi, 2015; Chen, Yang, Kuo, Kuo, y Yu, 2013; Funk et al., 2014; Kingston, Stagge, Tallaksen, y Hannah, 2015; Ropelewski y Halpert, 1987). Entre los patrones de circulación oceánica y atmosférica que mantienen una relación con las sequias a nivel global están: El Niño Oscilación del Sur (ENSO), que se define por diferencias prolongadas en las temperaturas de la superficie del océano Pacífico en comparación con el valor promedio, es decir, es el calentamiento o enfriamiento de al menos 0.5 ° C promediado sobre el Océano Pacífico tropical central y del este. Cuando esto dura menos de 9 meses, se clasifica como condiciones de El Niño o La Niña; si la anomalía persiste durante 5 meses o más, se denomina episodio de El Niño o La Niña. Esto sucede a intervalos irregulares de 2 a 7 años y dura entre 9 meses y 2 años (Vicente-Serrano et al., 2011). La anomalías de la Temperatura superficial del mar (ATSM) consisten en la diferencia entre la TSM observada y

la TSM climatológica, y se pueden utilizar como un indicador de la fase de las fluctuaciones del clima global, como el ENSO. Generalmente, las ATSM positivas se correlacionan con el aumento de las regiones de convección (nubosidad y precipitación), mientras que, las ATSM negativas con una convección reducida (Funk et al., 2014). Según Hurrell (1995), la Oscilación del Atlántico Norte (NAO) también influye en la ocurrencia de las sequías, la cual consiste de una fluctuación a gran escala en la presión atmosférica entre el sistema subtropical de alta presión; ubicado cerca de las Azores en el Océano Atlántico y el sistema subpolar de baja presión cerca de Islandia, y se lo cuantifica mediante el Índice NAO.

En Ecuador, las sequías son igualmente afectadas por: a) la situación septentrional anómala, resultado de la presencia de la corriente fría de Humboldt (genera una situación opuesta a la del fenómeno de El Niño-ENSO, b) situación anticiclónica que bloquea la acción de los frentes, sistemas convectivos y depresiones, como es el caso en la sierra ecuatoriana y de las estribaciones orientales (Cadier, Gómez, Calvez, y Rossel, 1997; Rossel, 1997). Sumado a ello, según Rossel (1997) la precipitación en el Ecuador mantiene cierta relación con índices climáticos de la TSM como el índice de oscilación del Sur (SOI) y con el índice oceánico del Niño (TNI). Asimismo, Mendoza, Samaniego, Mora, Espinoza, y Campozano (2018), encontraron que la ocurrencia de la precipitación dentro de la cuenca del Río Paute mantiene una estrecha relación con el TNI, El Niño3 y la oscilación del Atlántico Norte (NAO) en diferentes escalas de tiempo.

Además, la sequía es uno de los principales peligros que afectan a los diferentes sistemas naturales y económicos, y su impacto no solo está determinado por factores antropogénicos o naturales, sino también, por la vulnerabilidad que presenta la población e incluso la vegetación a los déficits hídricos. Los efectos de las sequías son económicos, ambientales y sociales. En Ecuador, las principales consecuencias de las sequías están relacionadas con pérdidas de los cultivos y problemas en el funcionamiento de las centrales hidroeléctricas, debido a la disminución de los caudales de los ríos (Cadier et al., 1997). Por lo tanto, los impactos ocasionados por las sequías son muy destructivos y costosos, de ahí que la predicción de sequías es fundamental para los gestores o administradores del recurso hídrico.

Para caracterizar y cuantificar las sequías de una zona específica, se utilizan índices. Los más sencillos, se basan en la precipitación y los más complejos, emplean variables como humedad, evapotranspiración, caudales, temperatura, entre otros (Escalante y Reyes, 2015). Entre los índices más utilizados están:

- El índice de precipitación estandarizado (SPI) desarrollado por McKee, Doesken, y Kleist (1993), ha sido ampliamente utilizado para la predicción y caracterización de las sequías. El cual se basa en el uso de la precipitación histórica para determinar la probabilidad de precipitación para cualquier periodo de tiempo, desde 1 mes hasta 48 meses; la evaluación de la sequía es posible incluso si no se dispone de otras mediciones hidrometeorológicas, tampoco se ve afectado adversamente por la

topografía, debido a su estandarización (Hayes, Svoboda, Wihite, y Vanyarkho, 1999).

- El índice de sequía severa de Palmer (PSDI), utiliza la precipitación y temperatura mensual e información relacionada con la capacidad de los suelos para retener agua, su aplicación es compleja, debido a que muchos datos no están disponibles, y además, requiere una secuencia de datos completos (WMO y GWP, 2016).
- El Índice de Evapotranspiración y Precipitación Estandarizado (SPEI) es una extensión del índice de SPI ampliamente utilizado. El SPEI está diseñado para tener en cuenta tanto la precipitación como la evapotranspiración potencial (PET). Por lo tanto, a diferencia del SPI, el SPEI captura el impacto principal del aumento de las temperaturas en la demanda de agua. Al igual que el SPI, el SPEI se puede calcular en un rango de escalas de tiempo de 1 a 48 meses (Beguería, Vicente-Serrano, Reig, y Latorre, 2014).

Para el manejo de este fenómeno es de importancia crítica la predicción de la sequía, que puede ser mediante métodos dinámicos y estadísticos (Hao, Singh, y Xia, 2018). La predicción dinámica está relacionada con la utilización de indicadores de sequía, como el SPI (Mckee et al., 1993), determinada en función de la precipitación pronosticada, obtenida de los modelos de pronóstico estacionales (Dutra et al., 2014; Dutra, Di Giuseppe, Wetterhall, y Pappenberger, 2013; Yoon, Mo, y Wood, 2012). Aunque, la predicción dinámica proporciona información útil sobre la situación de las sequías, principalmente a corto plazo, este puede contener altos niveles de incertidumbre, limitando predicciones a largo plazo (Yoon et al., 2012; Yuan et al., 2013). Mientras, la predicción estadística se fundamenta en la utilización de variables de entrada (Mishra y Singh, 2011). Su correcto funcionamiento se debe a que las variables de entrada, incluyen mejoras metodológicas e índices climáticos, asociados con los mecanismos de circulación atmosférica y oceánica responsables de la precipitación a nivel mundial (Seager, Kushnir, Herweijer, Naik, y Velez, 2005; Vicente-Serrano et al., 2011).

Estos índices climáticos incluyen los patrones característicos de circulación atmosférica y oceánica, tales como la Oscilación del Sur-El Niño (ENSO) (Ropelewski y Halpert, 1987) o la Oscilación del Atlántico Norte (NAO) (Hurrell, 1995), ampliamente utilizados para predecir las sequías (Bonaccorso et al., 2015; Chen et al., 2013; Funk et al., 2014; Kingston et al., 2015). Asimismo, los primeros índices en ser utilizados para la predicción de sequías son el índice NAO y el índice Niño3.4, pues son simples y explícitos (Funk et al., 2014; Kingston et al., 2015). Funk et al. (2014) en su estudio realizado en la primavera boreal del Este de África, encontró que los dos patrones dominantes de la variabilidad de la precipitación estaban relacionados con índices de la TSM. Por lo cual, éstos índices fueron usados para predecir las sequías.

Además, de los índices climáticos, los modelos estadísticos utilizan datos de reanálisis que abarcan información de la temperatura potencial, presión atmosférica, omega, temperatura

del aire a nivel del mar. Los más utilizados son la TSM y la altura geopotencial a diferentes niveles (Alireza et al., 2012; Liu et al., 2018).

Los modelos estadísticos de predicción de sequías pueden ser forzados por métodos probabilísticos, tales como la Red de Markov y Red Bayesiana (Avilés, Céleri, Solera, y Paredes, 2016; Shin, Ajmal, Yoo, y Kim, 2016), modelo Meta-Gaussiano (Hao, Hao, Singh, Sun, y Xia, 2016), Redes Neuronales (identifican con precisión relaciones funcionales complejas); modelos de regresión( utilizan dos o más variables cuantitativas) (Belayneh, Adamowski, Khalil, y Ozga-Zielinski, 2014), y series de tiempo como los modelos autorregresivos integrados de media móvil (ARIMA) ( ampliamente utilizados por su capacidad para identificar, estimar y comprobar la bondad de ajuste de un modelo) (Mishra y Desai, 2005a; Mishra y Singh, 2011), y los modelos ARIMAX o funciones de transferencia (extensión de los modelos ARIMA, que facilitan la introducción de una variable externa, que adiciona valor explicativo a los modelos) (Alireza, Banafsheh, y Mohsen, 2012; Jalalkamali, Moradi, y Moradi, 2015). Finalmente, los métodos basados en probabilidades cuantifican las incertidumbres vinculadas con las variables hidrometeorológicas responsables de las sequias (Avilés, Céleri, Paredes, y Solera, 2015; Mishra y Singh, 2011).

Existen varios estudios que se han desarrollado en el contexto de predicción de sequias utilizando el SPI, pero en cada una se utilizan diferentes metodologías. Han, Wang, Zhang, y Zhu (2010) utilizaron datos de sensores remotos y el modelo autorregresivo (AR) para pronosticar la sequía. Los resultados de su intento indicaron que el modelo AR se puede usar para predecir la sequía en la llanura de Guanzhong. Durdu (2010) utilizó el modelo aleatorio lineal para pronosticar la sequía en la ciudad de Buyuk en la cuenca del río Menderes (al oeste de Turquía). Los resultados de esta investigación reflejaron la alta precisión del modelo ARIMA para pronosticar la sequía en los próximos 2 meses. Avilés et al.( 2015) desarrollaron un índice de sequía para predecir la ocurrencia y el alcance de los eventos por medio de dos modelos estocásticos: Cadenas de Markov de primer orden y Cadenas de Markov de segundo orden, en la cuenca del río Chulco. Su rendimiento fue verificado mediante el puntaje de probabilidad clasificado (RPS) y el Puntaje de habilidad de Gandin-Murphy (GMSS). Sus resultados demostraron que los eventos de sequias más severos fueron pronosticados con mayor precisión. Jalalkamali et al. ( 2015), predijeron el índice de sequias SPI a diferentes ventanas de tiempo, utilizando redes neuronales, sistemas de inferencia neuro-difusos adaptativos, los modelos de máquina de soporte (SVM) y el análisis de regresión y modelos ARIMAX. Los resultados indicaron que en un período de 9 meses, el modelo ARIMAX proporciona los valores SPI y la sequía pronosticada con más precisión que los demás modelos. De Guenni et al. (2016) utilizaron los modelos de función de transferencia continua (es decir, utilizaron todos los meses disponibles) para explorar la habilidad de pronóstico de lluvia a lo largo de la costa ecuatoriana y las Islas Galápagos. El enfoque de modelado consideró una contribución a gran escala, representada por el papel de un índice de temperatura de la superficie del mar, y una contribución a escala local representada mediante

el uso de la precipitación observada. El estudio encontró que el índice Niño3 es el mejor predictor de ENSO de la precipitación costera mensual, con una respuesta retrasada que varía de 0 meses (simultánea) para Galápagos hasta 3 meses para las ubicaciones continentales consideradas. La validación del modelo indicó que la habilidad es similar a la obtenida con los modelos de regresión de componentes principales para el mismo tipo de experimentos. Sus resultados indican que se puede proporcionar pronósticos de precipitaciones hábiles a escala mensual hasta con unos meses de anticipación. Souza (2017) realizó un estudio comparativo con los modelos de ajuste de predicciones ARIMA y ARIMAX para la precipitación acumulada al noreste de Brasil. Utilizó como variables exógenas la temperatura de la superficie del mar del Océano Atlántico y Pacífico. Sus resultados demostraron que el modelo ARIMAX presenta los mejores a los datos. Liu et al. (2018) utilizaron anomalías estandarizadas oceánicas y atmosféricas para construir un modelo conceptual de predicción del índice estandarizado de precipitación SPI3 en China, las anomalías usadas fueron la temperatura superficial del mar y la altura geopotencial HGT 200 y 500 hPa, el modelo fue calibrado utilizando el método de regresión múltiple, los resultados demostraron que se puede hacer predicciones de sequía sin problemas para el uso operacional después de una calibración año a año. La aplicación del modelo a cuatro procesos de sequía regional severa en China indicó su buen desempeño en la predicción del desarrollo estacional de la sequía, a pesar de su debilidad en la predicción de la severidad de la sequía.

De las metodologías descritas para la predicción de sequias, se seleccionó el método basado en series temporales, mediante la utilización de los modelos Autorregresivos Integrados de Media Móvil con variables exógenas (ARIMAX), y el uso del índice SPI. A este modelo se conoce como modelo de función de transferencia. Se utilizan para analizar que una variable de respuesta  $y_t$  depende de alguna manera de una variable de entrada  $x_t$  (Montgomery, Jennings, y Kulahci, 2015), es decir, estos modelos incorporan un valor explicativo al modelo.

Para probar la metodología se ha elegido las estaciones meteorológicas de Chanlud y Labrado, (localizadas dentro de la subcuenca del río Machángara), debido a su importancia en la dinámica productiva de la población del cantón Cuenca y de algunos poblados de la provincia del Cañar, como resultado del aprovechamiento múltiple del agua para la prestación de servicios. Entre los principales servicios que brinda es agua para consumo humano, generación de energía hidroeléctrica (presencia de dos plantas de generación Saucay y Saymirín), riego (aproximadamente 13000 hectáreas irrigadas y 1900 usuarios) y otros (ETAPA EP, 2014).

### **Objetivo general**

Evaluar modelos de función de transferencia para la predicción de sequías en las estaciones de Chanlud y Labrado, utilizando el índice estandarizado de precipitación (SPI), predictores climáticos y datos de reanálisis.

### **Objetivos específicos**

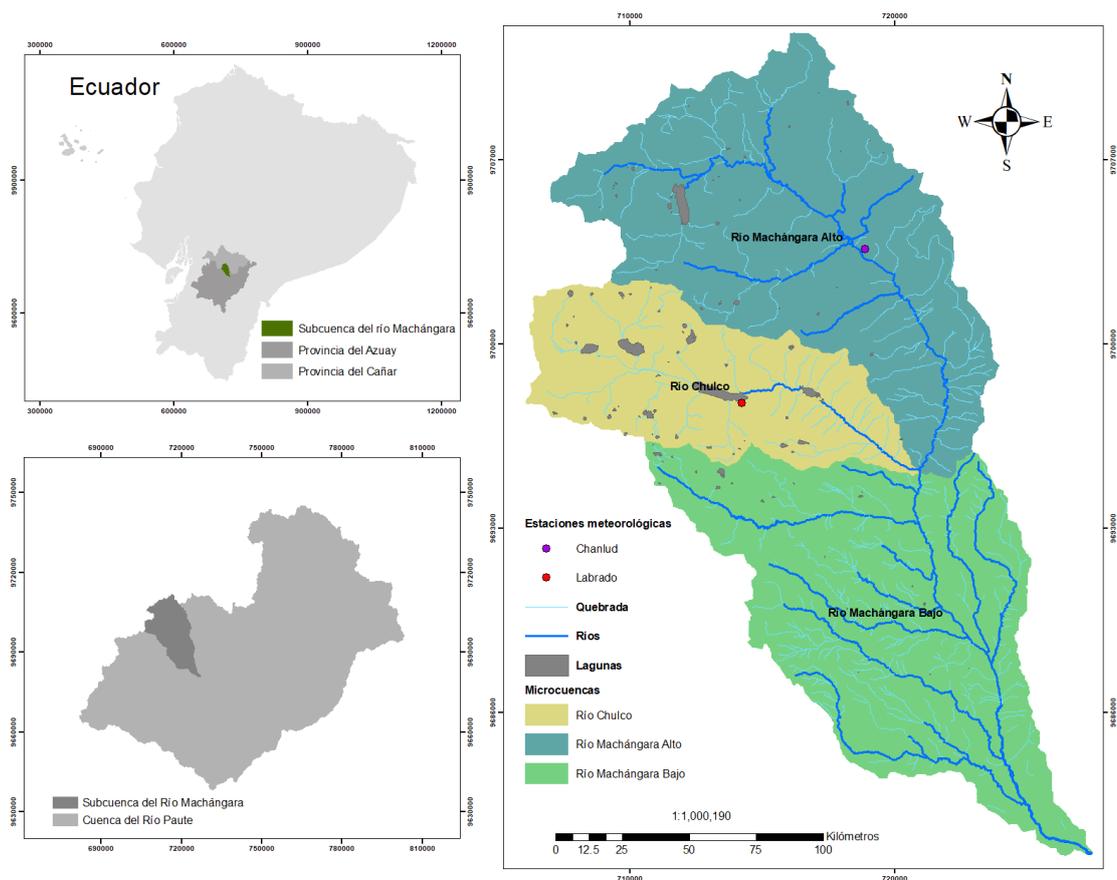
- Obtener el índice estandarizado de precipitación (SPI).
- Construir y validar modelos de función de transferencia de una entrada y una salida para el SPI, mediante la aplicación de índices climáticos y datos de reanálisis.
- Realizar predicciones aproximadas del SPI aplicando los modelos de función de transferencia.

## CAPÍTULO 1

### 1. MATERIALES Y MÉTODOS

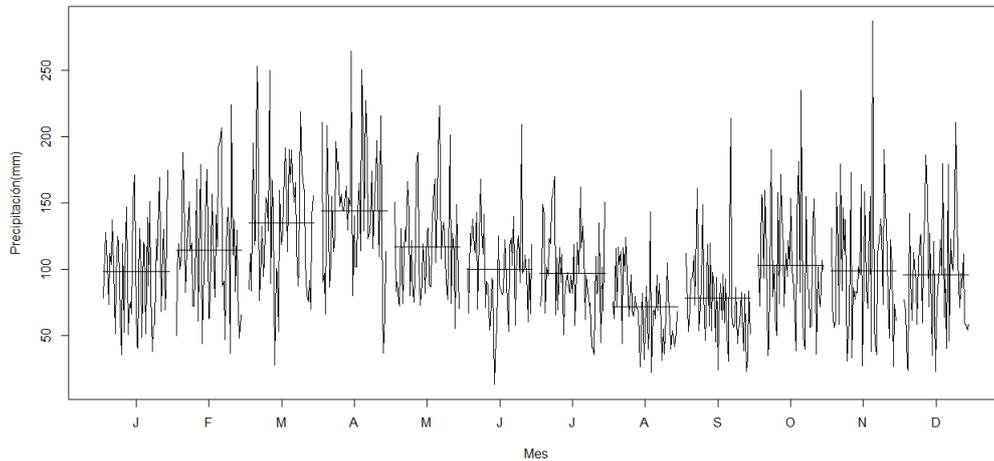
#### 1.1 Descripción de la zona de estudio

La subcuenca del Río Machángara, forma parte de la cuenca del río Paute se encuentra y está localizada en las parroquias: Checa, Chiquintad, Sinincay, Sayausí, Octavio Cordero Palacios, Ricaurte, Sidcay, del cantón Cuenca, provincia del Azuay, y también en las parroquias: Jerusalén, Nazón, Turupamba, Cojitambo, Deleg, Javier Loyola, Solano, pertenecientes a los cantones Biblián, Azogues y Déleg de la provincia del Cañar. La subcuenca es parte de la demarcación hidrográfica de Santiago, uno de los afluentes del Amazonas, y a su vez, está conformada por tres microcuencas: Chulco, Machángara Alto y Machángara Bajo; ocupando una superficie total de 32500 ha, y está a una altitud entre 2400 a 4415 m.s.n.m. (ETAPA EP, 2014). De acuerdo con su ubicación altitudinal, la cuenca media y baja del río Machángara corresponde a la clasificación bosque seco montano bajo (bs-MB) con parches de bosques de Polylepis. El cual presenta un clima tropical típico de alta montaña (Buytaert et al., 2006).



**Figura 1.** Ubicación de la subcuenca del río Machángara  
**Fuente:** Universidad del Azuay - Instituto Geográfico Militar  
**Elaboración:** Autora

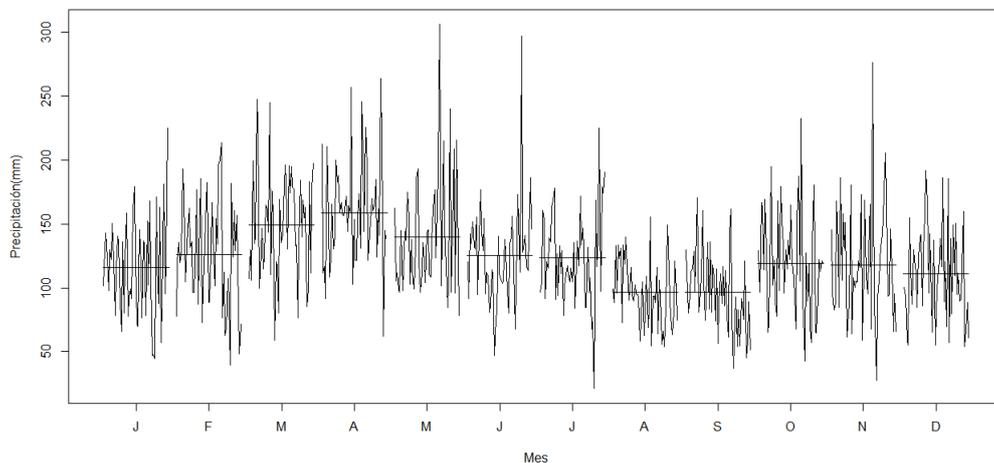
La subcuenca del río Machángara tiene una precipitación variada. Según los registros de las estaciones de Labrado y Chanlud, el promedio anual es de 1365.7 mm. Las figuras 2 y 3, muestran que los meses con menor precipitación son agosto y septiembre, mientras que los meses de marzo y abril presentan valores elevados. Sin embargo, picos bajos y altos de precipitación también son registrados en los demás meses.



**Figura 2.** Gráfica mensual de la precipitación-Estación de Labrado (1965-2015)

**Fuente:** INAMHI

**Elaboración:** Autora

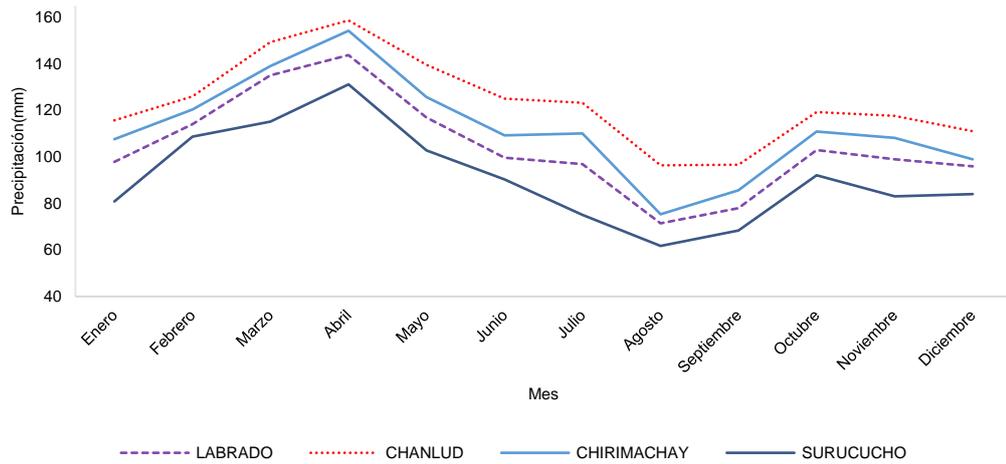


**Figura 3.** Gráfica mensual de la precipitación-Estación de Chanlud (1965-2015)

**Fuente:** INAMHI

**Elaboración:** Autora

Además, este comportamiento de la precipitación es similar a los patrones de precipitación registradas en otras estaciones localizadas dentro de la región (cuenca del río Paute), como se muestra en la figura 4.



**Figura 4.** Medias mensuales de las precipitaciones durante el periodo 1965-2015 en las estaciones de Chanlud y Labrado y otras estaciones de la región.

**Fuente:** INAMHI

**Elaboración:** Autora

## 1.2 Materiales

Los datos utilizados en el presente estudio son series de tiempo anuales de 51 años (1965-2015) para cada uno de los meses del año, de los cuales para el periodo de calibración se utilizaron los primeros 41 años (1965-2005) y para la validación de los modelos los últimos 10 años (2006-2015).

### 1.2.1 Precipitación

Los datos de la precipitación para el periodo 1965-2015, se obtuvieron de las dos estaciones meteorológicas ubicadas dentro de la subcuenca del río Machángara, la localización de cada una se muestra en la tabla 1.

**Tabla 1.** Estaciones meteorológicas- subcuenca del río Machángara

Estación meteorológica	Latitud	Longitud	Altitud(m.s.n.m.)
Labrado	-2.732778	-79.073056	3335
Chanlud	-2.676667	-79.031389	3336

**Fuente:** INAMHI

**Elaboración:** Autora

### 1.2.2 Variables externas

En el presente estudio se utilizó los datos de reanálisis correspondientes a la Temperatura Superficial del Mar (Funk et al., 2014; Liu et al., 2018) y el índice climático Niño3 que según Mendoza et al., (2018) mantienen una relación con la precipitación registrada dentro de la cuenca del Río Paute. Al ser parte de ésta cuenca el área de estudio, se asumió que esta influenciada por este índice climático, y otro factor determinante en la selección del predictor fue porque en varios estudios se relacionan el ENSO y sus regiones están relacionados con la ocurrencia de sequías (Kingston et al., 2015; Ropelewski y Halpert, 1987)

Los datos de la TSM se obtuvieron de la base de datos del proyecto “Reanalysis”, del Centro Nacional de Predicción Ambiental y el Centro Nacional de Investigación Atmosférica (NCEP/NCAR), de la Administración Atmosférica y Oceánica de los Estados Unidos (NOAA), disponible online (<http://www.esrl.noaa.gov/psd/cgi-bin/data/composites/printpage.pl>). La información tiene una resolución de 2.5° x 2.5° con 17 niveles de presión, información disponible desde enero de 1948 hasta el presente, y son de cobertura global (Kalnay et al., 1996). Los cuales fueron descargados directamente de la base de datos, en función de las coordenadas de cada una de las estaciones (Labrado, Chanlud).

Los datos correspondientes al Niño3 para el periodo de estudio se obtuvieron del sitio web de la Administración Atmosférica y Oceánica de los Estados Unidos (NOAA) (<https://www.esrl.noaa.gov/psd/data/climateindices/list/>). Información disponible desde 1948 hasta el presente.

Tanto para el Niño 3 y la TSM, la información está disponible como anomalías estandarizadas, por lo que son cantidades sin dimensiones (Wilks, 2011) y esto facilita su aplicación dentro del presente estudio.

### 1.3 Métodos

#### 1.3.1 Índice estandarizado de precipitación (SPI)

El cálculo del SPI se basa en el registro de precipitación a largo plazo para un período deseado. Este registro se ajusta a una distribución de probabilidad, que luego se transforma en una distribución normal estandarizada, de modo que el SPI medio es cero para la ubicación y el período deseado (Edwards y McKee, 1997). Los valores positivos están relacionados con una precipitación mayor que la mediana y los negativos con una precipitación menor que la mediana. Además, al estar normalizado, se puede utilizar para representar tanto los climas húmedos y secos (Organización Meteorológica Mundial, 2012). McKee et al. (1993) desarrolló el SPI para cuantificar los déficits o excesos de precipitación en múltiples escalas de tiempo (1,2,3, etc. meses). Las escalas de tiempo más cortas o más largas pueden reflejar retrasos en la respuesta de diferentes recursos hídricos a anomalías de precipitación (Mishra y Desai, 2005b).

Asimismo, expresan que un evento de sequía ocurre en el momento en que el valor de SPI es continuamente negativo y presenta intensidades de -1 o menores. Este fenómeno termina cuando el SPI se vuelve mayor a -1, por lo que cada evento está definido por una duración inicial, final y una intensidad (McKee et al., 1993). En la tabla 2, se muestra la clasificación de los valores del SPI.

**Tabla 2.** Valores del SPI

>=2	Extremadamente húmedo
1.5 a 1.99	Muy húmedo

1.0 a 1.49	Moderadamente húmedo
-0.99 a 0.99	Normal
-1.0 a -1.49	Sequía moderada
-1.5 a -1.99	Sequía severa
=<2	Sequía extrema

**Fuente:** Mckee et al. (1993)

**Elaboración:** Autora

En esta investigación se determinó el índice SPI3 (índice estandarizado de precipitación con una ventana de tiempo de 3 meses), para lo cual se calculó para cada mes, el valor acumulado de tres meses, esto significa, el valor del mes de interés sumado a los valores de los 2 meses anteriores. Finalmente, se formaron series de tiempo para el SPI3 correspondiente a cada uno de los meses del año, es decir, se construyeron 12 series de SPI3 para cada estación.

### 1.3.2 Modelos Autorregresivos integrados de media móvil con variables exógenas (ARIMAX)

Los modelos ARIMAX o funciones de transferencia, son un extensión de los modelos ARIMA (Modelos Autorregresivos integrados de media móvil) que incorporan una o más variables exógenas, estos modelos pueden ser estacionales y no estacionales, igual que los modelos ARIMA (Mishra y Desai, 2005b). Para el presente estudio no se considera la estacionalidad, porque se construyen modelos para cada uno de los meses del año. Para llegar a los modelos ARIMAX, primero es necesario conocer otros modelos que están relacionados, tales como:

Los **modelos autorregresivo AR(p)**, tienen un orden p que indica el número de veces que un valor de una serie de tiempo regresa a los valores anteriores de esa misma serie de tiempo, es decir, el orden del modelo indica cuántas veces anteriores usamos para predecir el tiempo presente. En este modelo el valor de y en el tiempo t es una función lineal del valor de y en el tiempo t – 1. La expresión algebraica del modelo es la siguiente:

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \dots + \phi_p y_{t-p} + \varepsilon_t \quad (1)$$

Donde  $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$  son los coeficientes para el modelo AR (p)

Los **modelos de media móvil MA(q)**, en lugar de usar los valores pasados de la variable de pronóstico, usa los errores ( $\varepsilon_t$ ) de pronóstico. Este modelo se representa de la siguiente manera:

$$y_t = \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (2)$$

Donde  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$  son los coeficientes del modelo

Se puede combinar un modelo autorregresivo (AR) y uno de media móvil (MA), formando modelos autorregresivos y de media móvil, denominados ARMA (p,q). Estos constituyen la

clase de modelos más utilizados para procesos estacionarios. Está representado por la siguiente ecuación:

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \dots + \phi_p y_{t-p} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (3)$$

Donde las órdenes  $p$  y  $q$  corresponden a los retrasos del componente autorregresivo y de media móvil, respectivamente.

Los tres modelos anteriores se utilizan cuando las series de tiempo son estacionarias, caso contrario, requieren diferenciaciones, a fin de convertirlas en estacionarias,  $w_t = (1 - B)^d y_t$ .  $w_t = y_t - y_{t-1} = (1 - B)y_t$ . En estos casos, se tienen los modelos autorregresivos integrados de media móvil (ARIMA) con ordenes  $p$ ,  $q$  y  $d$ . El modelo completo se puede escribir como

$$(1 - B)^d y_t = \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \dots + \phi_p y_{t-p} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (4)$$

La ecuación 4, puede ser expresada de la siguiente manera

$$\Phi(B)(1 - B)^d y_t = \Theta(B)\varepsilon_t \quad (5)$$

Donde  $\Phi(B) = 1 - \phi_1 y_{t-1} - \phi_2 y_{t-2} - \dots - \phi_p y_{t-p}$ ,  $\Theta(B) = \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q}$ ;  $p$ ,  $d$ ,  $q$  corresponden a los retrasos del componente autorregresivo, el número de diferencia y los retrasos del componente de media móvil, respectivamente. Aplicar una diferenciación ( $d = 1$ ) y en algunas ocasiones una segunda diferenciación ( $d = 2$ ), suele ser suficiente para alcanzar la estacionariedad (Montgomery et al., 2015).

Para construir un modelo ARIMA, se aplica un procedimiento iterativo que consta de tres pasos:

1. **Identificación del modelo.**- Dentro de este punto se identifica principalmente si la serie es estacionaria. Para ello se puede realizar el test de raíz unitaria de Dickey y Fuller (1979) que determinan si la diferenciación es realmente necesaria. Sarker, Alam, y Gow (2012), utilizaron este test de raíz unitaria, para determinar la estacionariedad en los datos de las series temporales en estudio, y enfatizan la importancia de esta metodología. Seguidamente, se define la Función de Autocorrelación (ACF) y la Función de Autocorrelación Parcial (PACF) de la serie de tiempo original (o su diferenciación). El ACF mide la correlación que existe entre dos variables  $y_t$  y  $y_{t-k}$ , mientras, el PACF mide la relación entre esas dos variables, sin tener en cuenta la influencia de las variables intermedias ( $y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_{t-k-1}$ ) (Cryer y Chan, 2008); si el valor obtenido es menor a 0.05 se dice que la serie es estacionaria. Además, se puede graficar el límite  $\pm 2/\sqrt{N}$  como una guía para identificar modelos AR o MA, donde  $N$  es el número de datos (Mishra y Desai, 2005b; Montgomery et al., 2015). Es así, que el ACF y el PACF determinan las ordenes  $p$  y  $q$ , respectivamente. A continuación, se procede a seleccionar el mejor modelo,

mediante los criterios de información: Akaike (AIC) (Akaike, 1974) y Bayesiano (BIC) (Schwarz, 1978), que son los más usados de manera conjunta para la selección de modelos (Caballero, 2011). Generalmente, se escriben en la forma  $[-2 \log L + kp]$ , donde  $L$  es la función de probabilidad,  $p$  es el número de parámetros en el modelo y  $k$  es 2 para AIC y  $\log(n)$  para BIC, donde  $n$  es el número de datos. Finalmente, se seleccionan los modelos con los valores más pequeños de AIC y BIC (Montgomery et al., 2015).

2. **Estimación de los parámetros del modelo.-** Para estimar los parámetros del modelo identificado se pueden aplicar varios métodos, como el método de momentos, la máxima verosimilitud y los mínimos cuadrados (Montgomery et al., 2015). En el presente estudio se usará el método de máxima verosimilitud, el cual consiste en buscar estimaciones de los parámetros que maximicen la probabilidad de obtener los datos observados.
3. **Verificación del modelo.-** Se realizan verificaciones de diagnóstico para determinar la idoneidad del modelo o para indicar posibles mejoras, a través de un análisis de los residuales, para lo cual se realiza su respectiva gráfica. Si el modelo es el adecuado, la gráfica debe ser aleatoria, no presentar tendencia y poseer valores cercanos a cero. Posteriormente, se determinó si los residuos muestran una distribución normal, para lo cual se aplicó la prueba de Shapiro-Wilk. Dentro de esta prueba, se establece una hipótesis nula (los datos siguen una distribución normal), y otra hipótesis alternativa (los datos no siguen una distribución normal). Los valores mayores a un cierto umbral permiten aceptar la hipótesis nula, caso contrario se acepta la hipótesis alternativa (Shapiro y Wilk, 1965). Al mismo tiempo, se realizó la gráfica del ACF y PACF para los residuales, a fin de determinar si están o no correlacionados. Además, se construyó un histograma para los residuales, a fin de verificar el comportamiento determinado mediante la prueba de Shapiro-Wilk.

En muchas ocasiones se requiere modelar el impacto de una variable regresiva en una variable de respuesta, a través del tiempo, cuando la variable de respuesta y el o los predictores (variables externas) se asumen como estocásticos. Para relacionar una variable externa  $x_t$  con una variable de respuesta  $y_t$ , se utiliza los modelos ARIMAX; que son una extensión de los modelos ARIMA. ARIMAX es el acrónimo de Autorregresivos de media móvil integrados con variables exógenas, éstas incorporan un valor explicativo al modelo, y se lo conoce como modelo de función de transferencia.

En este contexto, si  $y_t$  depende de alguna manera de  $x_t$ , se puede expresar como:

$$y_t = f(x_t) \quad (6)$$

Donde  $f(.)$  recibe el nombre de función de transferencia

Los predictores generalmente tienen un efecto sobre las variables de respuesta con un retardo de tiempo, por lo que queda a criterio personal decidir cuantos valores pasados de la variable de predicción tendrían un impacto en la variable de respuesta. La función de transferencia  $f(x_t)$ , se puede escribir como una combinación lineal de los valores actuales y pasados de  $x_t$ :

$$y_t = v_0 + v_1x_{t-1} + v_2x_{t-2} + v_3x_{t-3} + \dots \quad (7)$$

Utilizando el operador de retardo, la función de transferencia se puede expresar de la siguiente manera:

$$v(B) = v_0 + v_1B + v_2B^2 + v_3B^3 + \dots$$

Donde  $B^k(x_t) = x_{t-k}$

Entonces siguiendo el esquema de modelos de funciones de transferencia propuesto por Box, Jenkins, y Reinsel (2008), el cual puede ser escrito como:

$$y_t = \sum_{i=0}^{\infty} v_i x_{t-i} + N_t = v(B)x_t + N_t \quad (8)$$

Donde

$y_t$  es la serie de salida (variable de respuesta),

$x_t$  es la variable de entrada

$N_t$  es la perturbación estocástica del modelo que puede ser representado de la siguiente manera:

$$N_t = \frac{\theta(B)}{\phi(B)(1-B)^d} \varepsilon_t \quad (9)$$

Donde  $\varepsilon_t$  es un proceso de ruido blanco con varianza  $\sigma_\varepsilon^2$  y  $d$  es el grado de diferencia en el caso de los modelos autorregresivos de media móvil (ARIMA).

$v(B)x_t$  es la función de transferencia (o función de respuesta al impulso), a través de la cual se logra determinar la influencia de  $x$  sobre  $y$ , mediante un retardo de tiempo; es decir, los pesos de  $v_j$  miden el impacto de los valores pasados de la variable  $x_t$  sobre la variable de respuesta  $y_t$ , estos pesos pueden ser positivos o negativos. Cuanto mayor sea el valor absoluto de cualquiera de los pesos de  $v_j$ , la respuesta de  $y_t$  a un cambio de  $x_{t-j}$ , es mayor.

La serie de la variable de respuesta  $y_t$  puede no mostrar interacción de manera inmediata a un cambio en la serie de entrada  $x_t$ , esto genera que los pesos iniciales sean cero, este tiempo se denomina tiempo muerto, y se representa a través de  $b$ , generalmente se conoce como el coeficiente de retraso (delay).

Al considerar teóricamente, que el número de los coeficientes de la función de transferencia  $v(B)x_t$ , tiende al infinito, pueden ser expresados como una proporción de polinomios que incluyen retardos de orden infinito.

$$v(B) = \frac{\omega(B)}{\delta(B)} B^b x_t \quad (10)$$

Donde  $\delta(B) = 1 - \delta_1 B - \delta_2 B^2 - \dots - \delta_r B^r$  (polinomio autorregresivo) y  $\omega(B) = \omega_0 - \omega_1 B - \omega_2 B^2 - \dots - \omega_s B^s$  (polinomio de medias móviles) y  $b$  es el coeficiente de retraso (delay).

De manera general, la función de transferencia puede ser expresada mediante la ecuación 11.

$$y_t = \frac{\omega(B)}{\delta(B)} B^b x_t + \frac{\theta(B)}{\phi(B)(1-B)^d} \varepsilon_t \quad (11)$$

Para la especificación del modelo de función de transferencia se utiliza la función de correlación cruzada, la cual se explica más adelante.

La construcción de los modelos de funciones de transferencia involucra 3 pasos iterativos al igual que los modelos ARIMA, estos son identificación del modelo, estimación de los parámetros y verificación del modelo. A continuación, se detalla, cada uno de estos pasos, según lo propuesto por Montgomery et al. (2015).

### 1. Identificación del modelo

La identificación del modelo de función de transferencia consiste:

#### 1.1. Obtener las estimaciones preliminares de los coeficientes de $v(B)$

##### Preblanqueo

Si la variable de entrada ( $x_t$ ) es autocorrelacionada, el efecto de cualquier cambio  $x_t$  en sí tomará algún tiempo para ejecutarse. Por lo tanto, los efectos posteriores de  $x_t$  en la variable de respuesta ( $y_t$ ) tienden a persistir. Cuando ocurre un nuevo cambio en el efecto actual, se mezcla con los efectos secundarios persistentes de los cambios previos en  $x_t$ . La función de correlación cruzada directa entre las series de entrada y respuesta da una indicación engañosa de la relación entre las series de entrada y respuesta. Una solución a este problema es preblanquear la variable de entrada. La idea es hacer que  $x_t$  se vea como ruido blanco. En otras palabras, eliminamos la autocorrelación en la serie de entrada que causó el efecto de correlación cruzada espúrea (Bisgaard y Kulahci, 2011). A continuación, se detallan los pasos para realizar el preblanqueo.

#### A) Ajustar un modelo ARIMA para la variable de entrada $x_t$

Para la función de transferencia en la ecuación 11, se asume que  $x_t$  sigue un modelo ARIMA como

$$\phi_x(B)(1-B)^d x_t = \theta_x(B)\alpha_t \quad (12)$$

Donde  $\alpha_t$  es ruido blanco con varianza  $\sigma_\alpha^2$ ;  $\phi_x(B) = 1 - \phi_1(B) - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p$  es un polinomio de orden  $p$  que actúa sobre el operador  $B$  y define el componente regresivo del modelo, y  $\theta_x(B) = 1 - \theta_1(B) - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q$  es un polinomio de orden  $q$  y define el componente de media móvil.

### B) Preblanquear la variable de entrada $x_t$

La ecuación 12 se puede expresar de la siguiente manera

$$\alpha_t = \frac{\varphi_x(B)}{\theta_x(B)} x_t \quad (13)$$

Donde  $\varphi_x(B) = \phi_x(B)(1-B)^d$ , y  $\frac{\varphi_x(B)}{\theta_x(B)}$  es considerado como un filtro, que al ser aplicado a la variable de entrada  $x_t$  genera una serie de tiempo de ruido blanco, proceso que se conoce como preblanqueo (prewhitening). Al aplicar este filtro al modelo de función de transferencia en la ecuación 11, se obtiene lo siguiente:

$$\begin{aligned} \frac{\varphi_x(B)}{\theta_x(B)} y_t &= \frac{\varphi_x(B)}{\theta_x(B)} v(B)x_t + \frac{\varphi_x(B)}{\theta_x(B)} N_t \\ \beta_t &= v(B)\alpha_t + N_t^* \end{aligned} \quad (14)$$

Donde  $\beta_t = \frac{\varphi_x(B)}{\theta_x(B)} y_t$ , y  $N_t^* = \frac{\varphi_x(B)}{\theta_x(B)} N_t$ . En esta ecuación, se asume que  $\alpha_t$  y  $N_t^*$  son independientes.

Se utilizó el mismo modelo ajustado para la variable de entrada  $x_t$ , para preblanquear la variable de salida  $y_t$ , es decir, se aplicó el mismo filtro (Bisgaard y Kulahci, 2011; Montgomery et al., 2015).

### C) Determinar la función de correlación cruzada para las series filtradas $\alpha_t$ y $\beta_t$ .

La función está dada por la ecuación

$$\begin{aligned} \gamma_{\alpha\beta}(j) &= Cov(\alpha_t, \beta_{t+j}) = Cov(\alpha_t, v(B)\alpha_{t+j} + N_{t+j}^*) \\ &= Cov\left(\alpha_t, \sum_{i=0}^{\infty} v_i \alpha_{t+j-i} + N_{t+j}^*\right) \\ &= Cov(\alpha_t, \sum_{i=0}^{\infty} v_i \alpha_{t+j-i}) + Cov(\alpha_t, N_{t+j}^*) \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{i=0}^{\infty} v_i \text{Cov}(\alpha_t, \alpha_{t+j-i}) \\
&= v_j \text{Var}(\alpha_t)
\end{aligned}$$

Se asume que  $\text{Cov}(\alpha_t, N_{t+j}^*) = 0$ , mientras  $x_t$  y  $N_t$  sean independientes.

A partir de la ecuación 15, se obtiene que  $\gamma_{\alpha\beta}(j) = v_j \sigma_\alpha^2$ .

Por lo tanto

$$\begin{aligned}
v_j &= \frac{\gamma_{\alpha\beta}(j)}{\sigma_\alpha^2} = \frac{\rho_{\alpha\beta}(j) \sigma_\alpha \sigma_\beta}{\sigma_\alpha^2} \\
&= \rho_{\alpha\beta}(j) \frac{\sigma_\beta}{\sigma_\alpha}
\end{aligned}$$

Donde  $\rho_{\alpha\beta}(j) = \text{corr}(\alpha_t, \beta_{t+j})$  es la función de correlación cruzada (CCF) entre  $\alpha_t$  y  $\beta_t$ .

#### D) Obtener las estimaciones preliminares de los coeficientes de $\mathbf{v(B)}$

A partir de las estimaciones muestrales determinadas en el paso anterior, se pueden obtener las estimaciones iniciales para  $v_j$ , es decir,  $v_0, v_1, v_2, \dots$

$$\hat{v}_j = r_{\alpha\beta}(j) \frac{\hat{\sigma}_\beta}{\hat{\sigma}_\alpha} \quad (16)$$

Donde  $\hat{\sigma}_\alpha$  y  $\hat{\sigma}_\beta$  son las desviaciones estándar muestrales de  $\alpha_t$  y  $\beta_t$ .

En este paso se definió el orden del parámetro  $b$  (delay), el cual es el tiempo de retraso y es un valor positivo íntegro (Hipel y McLeod, 1994); es decir,  $b$  es igual al número de pesos  $\hat{v}_j$  que son iguales o tienden a cero a partir de  $\hat{v}_0$ .

#### 1.2. Estimación de los ordenes $r$ y $s$

Los valores de  $v_j$  calculados mediante la ecuación 16, fueron usados para identificar los ordenes  $r$  y  $s$  de la ecuación 10. Para ello, se graficó los valores de  $v_j$ , donde  $r$  puede tomar valores de 0, 1 o 2; dependiendo de si el patrón de la gráfica no decae, decae exponencialmente, o sinusoidalmente. Mientras, cuando  $r = 0, 2$ ,  $s =$  número de picos sin patrón-1; y cuando  $r = 1$ ,  $s =$  número de picos sin patrón antes de que empiece la descomposición, pero estos valores frecuentemente son 2 o menores a este (Hipel y McLeod, 1994).

#### 1.3. Estimar los valores de $\delta_i$ y $\omega_i$

Para ello se aplica la siguiente ecuación:

$$v_j - \delta_1 v_{j-1} - \delta_2 v_{j-2} - \dots - \delta_r v_{j-r} = \begin{cases} -w_{j-b} & j = b + 1, \dots, \\ 0 & j > b + s \end{cases} \quad (17)$$

Donde  $v_b = w_0$  y  $v_j = 0$  para  $j < b$

#### 1.4. Modelar el ruido

Con las estimaciones obtenidas en el punto 1.3., el ruido estimado se obtuvo mediante la ecuación 18.

$$\hat{N}_t = y_t - \frac{\hat{\omega}(B)}{\hat{\delta}(B)} x_{t-b} \quad (18)$$

Para lo cual se define que  $\hat{y}_t = \frac{\hat{\omega}(B)}{\hat{\delta}(B)} x_{t-b}$ , entonces  $\hat{y}_t$  puede ser calculado recursivamente.

Para modelar el ruido estimado, se observó el gráfico del ACF y PACF y se determinaron los órdenes del modelo ARIMA,  $\phi(B)(1-B)^d N_t = \theta(B)\varepsilon_t$

#### 2. Estimación del modelo de función de transferencia

Se ajustó el modelo general de función de transferencia, representado en la ecuación 11, a partir de los datos obtenidos en el paso anterior. Las estimaciones finales de los parámetros del modelo, se establecieron ajustando un modelo no lineal. Para lo cual, se utilizó el software R, al igual que en los modelos ARIMA, los coeficientes se calcularon usando el método de máxima verosimilitud (Cryer y Chan, 2008).

#### 3. Verificación del modelo

En este punto se comprobó la validez de las dos suposiciones en el modelo ajustado:

- El ruido  $\varepsilon_t$  es ruido blanco, por lo que se analizaron los residuales de  $\hat{\varepsilon}_t$ , mediante los gráficos del ACF y PACF, para observar si estos valores son independientes.
- $\varepsilon_t$  y  $x_t$  son independientes, para ello, se analizó la muestra de la función de correlación cruzada entre  $\hat{\varepsilon}_t$  y  $\hat{x}_t$ .

Una vez verificado el modelo, se procedió a validar el mismo. En primer lugar, con la ecuación 11, se realizó los respectivos pronósticos para cada una de las series de datos. Para comprobar la significancia entre los datos observados y pronosticados, se aplicó el test de eficiencia de Nash-Sutcliffe (NSE), que es una estadística normalizada que determina la magnitud relativa de la varianza residual ("ruido") en comparación con la varianza de datos medida (Nash y Sutcliffe, 1970). Las eficiencias del test se muestran en la tabla 3.

**Tabla 3.** Valores NSE e interpretación

NSE
-----

1	Los datos observados y pronosticados coinciden perfectamente
0	Pronósticos son precisos como la media de los datos observados
$-\infty < \text{NSE} < 0$	Indica que la media observada es un mejor predictor que el modelo

**Fuente:** (Nash y Sutcliffe, 1970)

**Elaboración:** Autora

El coeficiente está definido por

$$E = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (Q_m - Q_p)^2}{\sum_{i=1}^n (Q_m - \bar{Q})^2}$$

Donde  $Q_m$  representa el valor observado,  $Q_p$  el valor pronosticado y  $\bar{Q}$  es el valor promedio del conjunto de observaciones. También, se realizó un análisis de la correlación entre los valores observados y pronosticados para el SPI (Moncada, 2006), sumado a ello, se realizó un test de significancia de la correlación (Kendall, 1938) entre los datos observados y pronosticados con cada uno de los modelos; si los valores obtenidos en el test son superiores a 0.05 se asume que los valores pronosticados no guardan una buena relación con los datos observados.

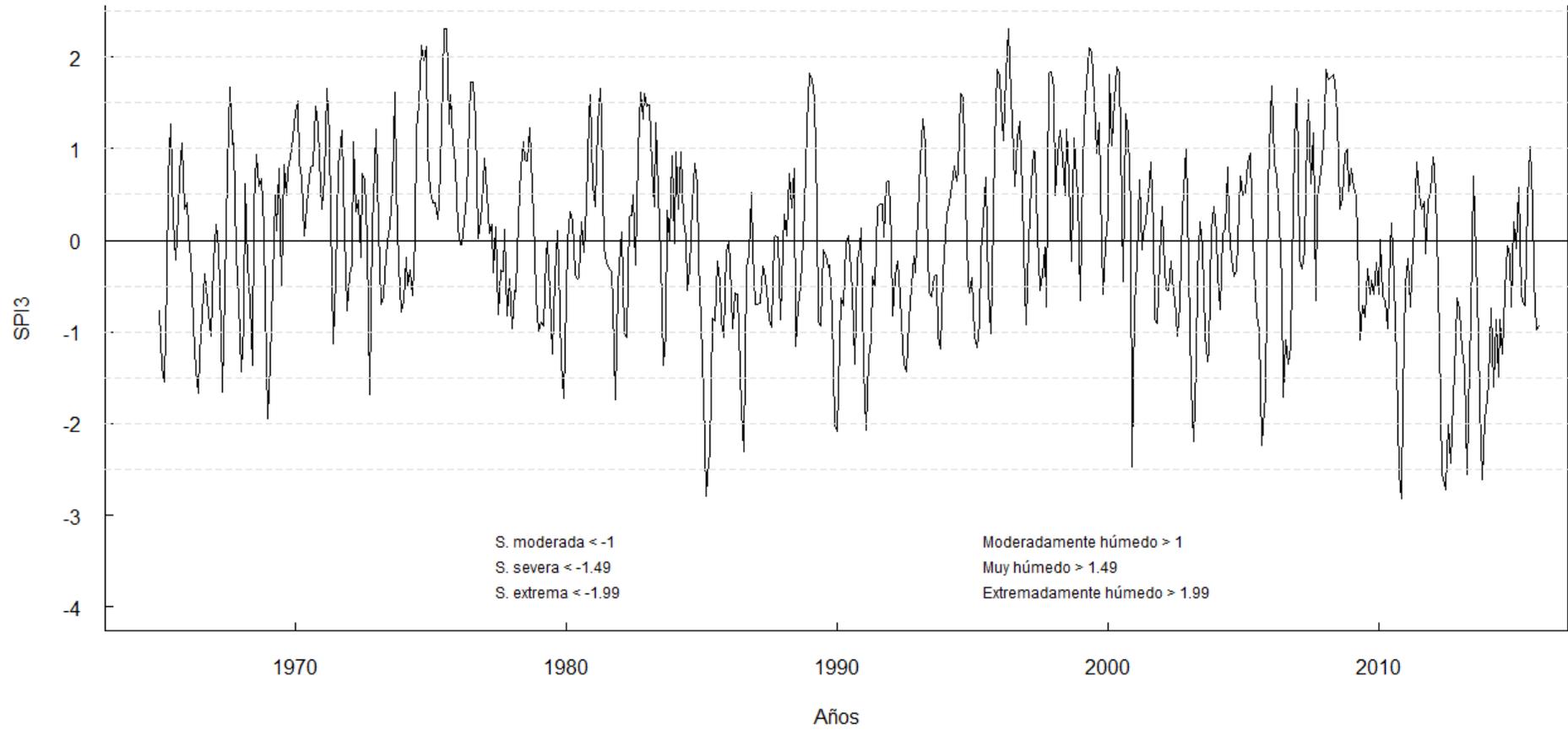
La identificación, estimación y diagnóstico de los modelos de función de transferencia, así como, la obtención del SPI3, se realizó en el software estadístico R (R Core Team, 2018) y RStudio, y se utilizaron los paquetes Forecast (Hyndman y Khandakar, 2008), Tseries (Trapletti y Hornik, 2018), SPEI (Beguería et al., 2014) y TSA (Chan y Ripley, 2018).

## **CAPÍTULO 2**

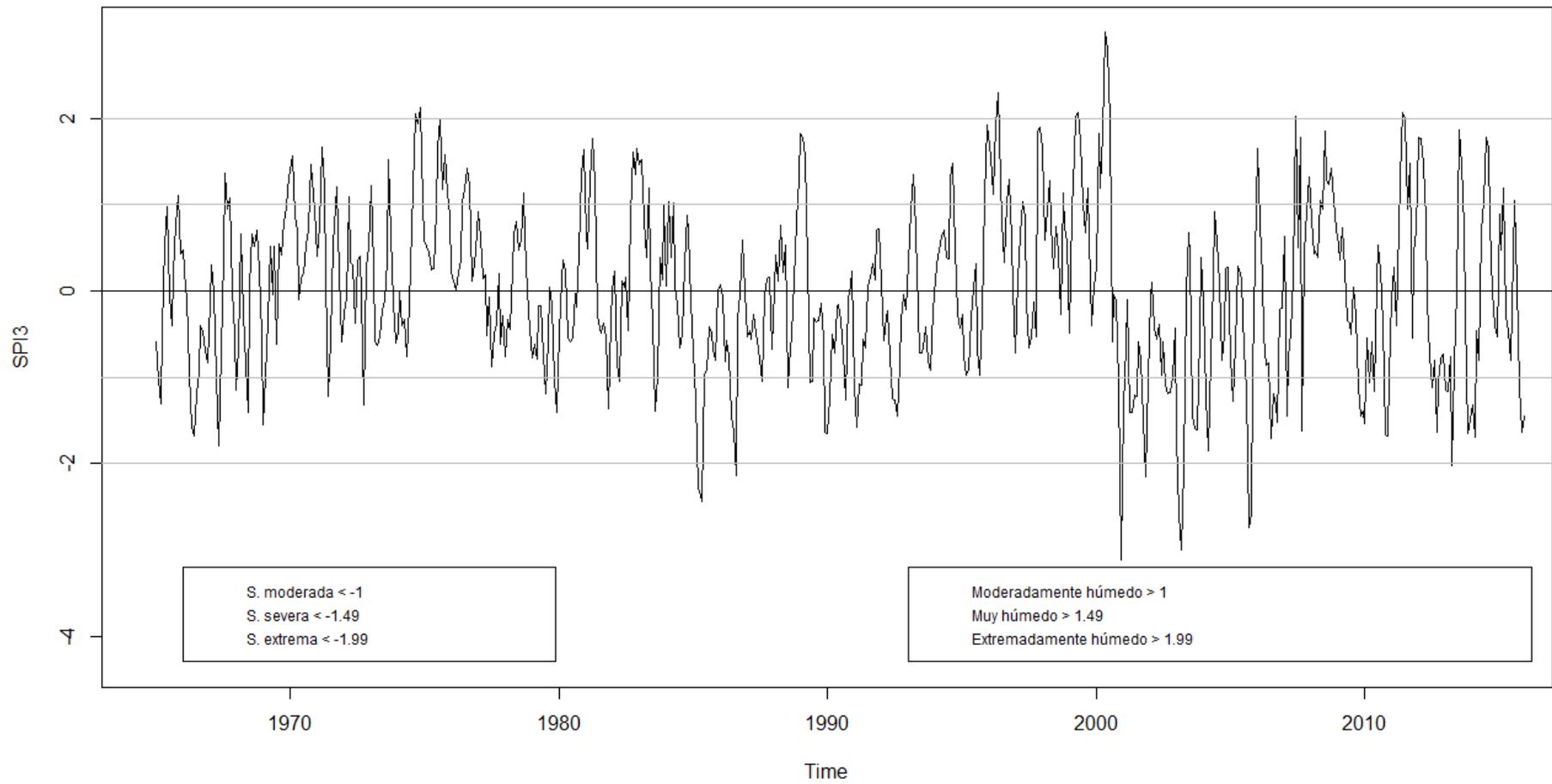
### **2. RESULTADOS**

#### **2.1 Obtención del SPI**

Las figuras 5 y 6 muestran el índice SPI con una ventana de tiempo de 3 meses, para la estación de Labrado y Chanlud, respectivamente. De los datos observados, para todo el periodo de estudio (1965-2015), los eventos de sequías entre moderadas, severas y extremas, tienen una duración, en las dos estaciones, de 1 hasta 4 meses. De manera general, se registra en la estación de Labrado 46, 22 y 19 meses discontinuos con índices se SPI3 que corresponden a sequia moderada, severa y extrema, respectivamente; mientras que, para la estación de Chanlud se registran que 59, 23 y 12 meses muestran una sequía moderada, severa y extrema, respectivamente (ver anexo 1 y anexo 2).



**Figura 5.** SPI3, Estación Labrado  
**Elaboración:** Autora



**Figura 6. SPI3 Estación Chanlud**  
**Elaboración: Autora**

## 2.2 Calibración de los modelos de función de transferencia

### 2.2.1 Identificación del modelo de función de transferencia

#### 2.2.1.1 Estimaciones preliminares de los coeficientes de $v(B)$

##### 2.2.1.1.1 Modelos ARIMA para las variables de entrada $x_t$

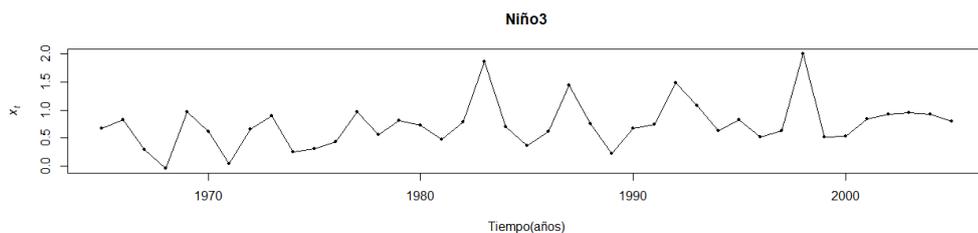
Primero se identificó la estacionariedad de las series de tiempo de las variables predictoras (Niño 3 y TSM). A través del test ADF, atribuyendo un nivel de significancia de 5%, se tiene evidencia estadística para rechazar y en algunos casos aceptar la hipótesis nula de que existe una raíz unitaria, como se visualiza en tabla 4. Es decir, no todas las series analizadas son estacionarias. Únicamente las series del Niño3 para los meses de mayo y junio no son estacionarias, pues presentan valores del ADF mayores a 0.05. Mientras que, para las series de la TSM, solo los meses de febrero y noviembre muestran estacionariedad, ya que los datos del test ADF son menores a 0.05.

**Tabla 4.** Resultados de la prueba Aumentada de Dickey Fuller-ADF para las series anuales de la TSM y Niño 3(1965-2005)

Mes	Niño 3		TSM	
	ADF test		ADF test	
<b>Enero</b>	0.02318	Estacionaria	0.1417	No estacionaria
<b>Febrero</b>	0.0311	Estacionaria	0.042	Estacionaria
<b>Marzo</b>	0.0161	Estacionaria	0.3385	No estacionaria
<b>Abril</b>	0.06	No estacionaria	0.3626	No estacionaria
<b>Mayo</b>	0.2279	No estacionaria	0.226	No estacionaria
<b>Junio</b>	0.1927	No estacionaria	0.075	No estacionaria
<b>Julio</b>	0.01131	Estacionaria	0.064	No estacionaria
<b>Agosto</b>	0.01	Estacionaria	0.205	No estacionaria
<b>Septiembre</b>	0.02889	Estacionaria	0.1899	No estacionaria
<b>Octubre</b>	0.01206	Estacionaria	0.07	No estacionaria
<b>Noviembre</b>	0.01	Estacionaria	0.021	Estacionaria
<b>Diciembre</b>	0.02095	Estacionaria	0.065	No estacionaria

**Elaboración:** Autora

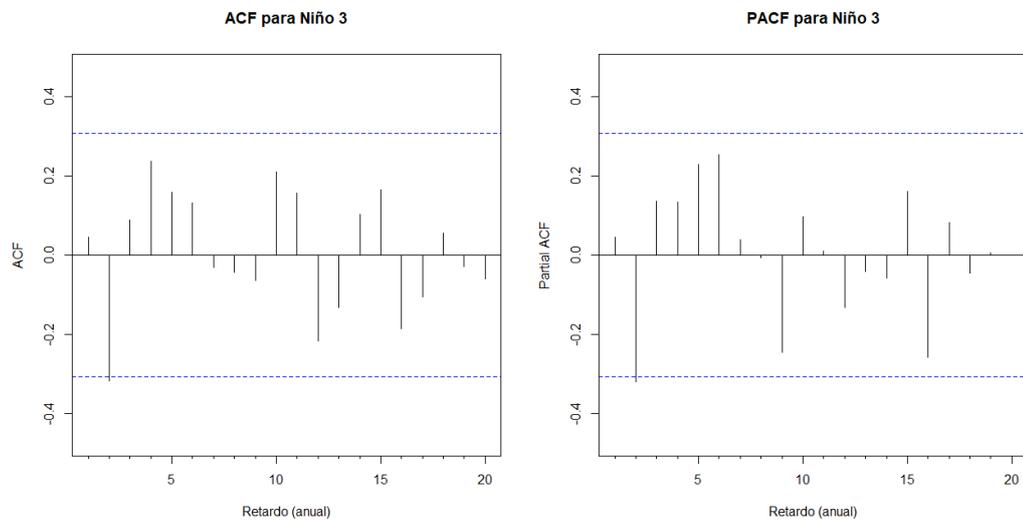
Las gráficas de las series de tiempo, de cada una de las variables externas confirman lo obtenido en el test ADF, como se puede observar en la figura 7, dónde el proceso está cambiando alrededor de una media constante y tiene una variación constante, es decir, es estacionario, resultado que concuerda con el valor del ADF obtenido para ese mes.



**Figura 7.** Gráfica de las series de tiempo del Niño 3( $x_t$ ) para el mes de marzo

**Elaboración:** Autora

Una vez determinado la estacionariedad de las series de tiempo, se ajustó un modelo ARIMA para la TSM (12 series) y el Niño3 (12 series), es decir, 24 series tiempo de las variables predictoras fueron analizadas, mediante las gráficas ACF y PACF para la determinación de las ordenes del modelo. Los diagramas del ACF y PACF para el Niño 3 en el mes de marzo (figura 8), sugieren que se debe usar un modelo AR (2) para ajustar los datos. Sin embargo, no se observa un decaimiento significativo, siendo necesario comprobar los valores de los criterios AIC (Akaike, 1974) y BIC (Schwarz, 1978), asegurando que éstos sean los más bajos. Determinándose que un modelo AR (2) puede ser usado para ajustar los datos del Niño 3 para el mes de marzo. En la tabla 5, se muestran los modelos que mejor se ajustan para el Niño3 y para la variable TSM, con los valores de AIC y BIC más bajos.



**Figura 8.** ACF y PACF para Niño 3, mes de marzo  
**Elaboración:** Autora

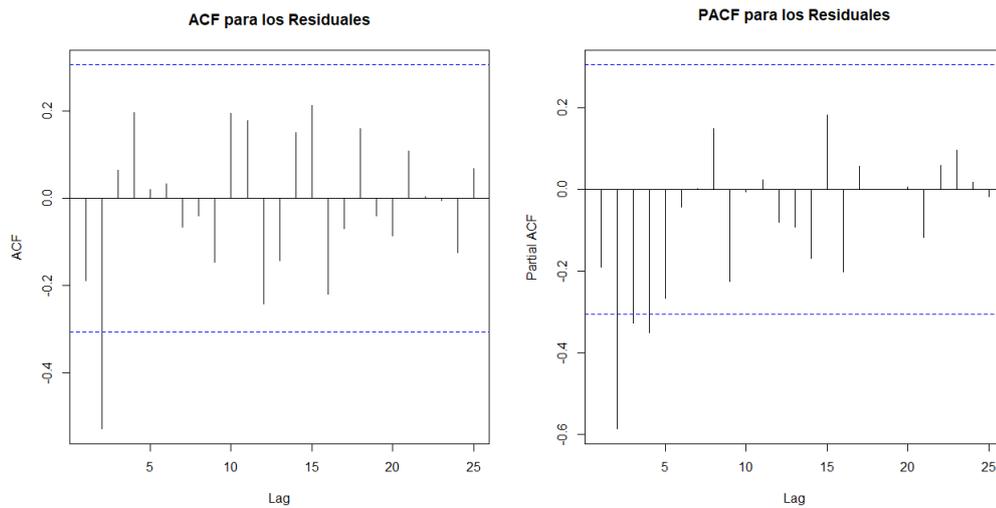
**Tabla 5.** Modelos ARIMA (p,d,q) seleccionados para cada una de las series de tiempo anuales del Niño3 y TSM

Mes	Niño 3			TSM		
	Modelo	AIC	BIC	Modelo	AIC	BIC
<b>Enero</b>	ARIMA(2,0,2)	89.43	97.99	ARIMA(0,1,1)	67.22	70.6
<b>Febrero</b>	ARIMA(1,0,3)	70.83	79.39	ARIMA(3,0,0)	81.73	88.58
<b>Marzo</b>	ARIMA(2,0,0)	67.81	74.95	ARIMA(0,1,1)	62.97	66.34
<b>Abril</b>	ARIMA(4,1,0)	50.29	60.73	ARIMA(1,1,0)	67.91	71.29
<b>Mayo</b>	ARIMA(0,1,1)	62.49	65.87	ARIMA(0,1,1)	53.09	56.47
<b>Junio</b>	ARIMA(0,1,1)	63.25	66.62	ARIMA(1,1,0)	77.92	81.3
<b>Julio</b>	ARIMA(2,0,2)	63.13	71.69	ARIMA(0,1,1)	72.98	76.36
<b>Agosto</b>	ARIMA(1,0,3)	69.6	78.17	ARIMA(0,1,4)	60.99	69.43
<b>Septiembre</b>	ARIMA(1,0,3)	79.2	87.77	ARIMA(0,1,1)	50.55	53.92
<b>Octubre</b>	ARIMA(3,0,1)	87.33	98.9	ARIMA(0,1,1)	57.61	60.99
<b>Noviembre</b>	ARIMA(1,0,1)	96.49	101.64	ARIMA(0,0,1)	58.93	62.35

<b>Diciembre</b>	ARIMA(3,0,1)	99.39	107.99	ARIMA(0,1,1)	60.58	63.96
------------------	--------------	-------	--------	--------------	-------	-------

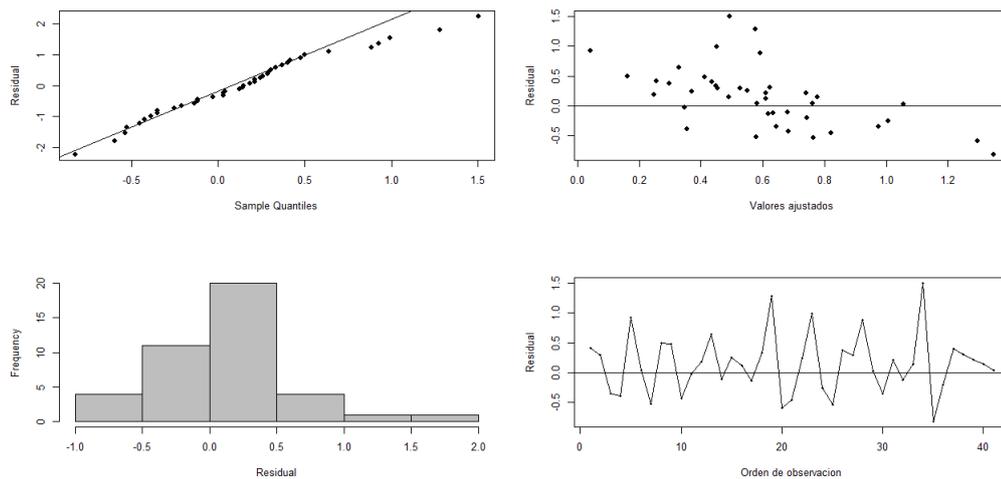
**Elaboración:** Autora

Finalmente, se comprueba la bondad de ajuste de cada uno de los modelos para  $x_t$  (tabla 5), mediante el análisis de sus correspondientes residuales, de esta manera se acepta el cumplimiento de la independencia y normalidad de los residuales para todos los modelos seleccionados. En las figuras 9 y 10 se muestran las funciones de autocorrelación ACF y PACF para los residuales del mes de marzo, donde se evidencia que no se deja una autocorrelación significativa en los datos y el modelo ofrece un ajuste razonable.



**Figura 9.** ACF y PACF de los residuales para el modelo ARIMA(2,0,0) para el Niño 3, mes de marzo  $x(t)$ .

**Elaboración:** Autora



**Figura 10.** Gráficos adicionales para los residuales del modelo ARIMA(2,0,0) para el Niño 3, mes de marzo  $x(t)$

**Elaboración:** Autora

Además, la tabla 5 muestra que los residuales presentan valores superiores a 0.05 para el test de Shapiro(Shapiro y Wilk, 1965), confirmando la normalidad de los mismos para cada una de las series anuales de la TSM y Niño3, identificados previamente.

**Tabla 6.** Valores obtenidos del Test de Shapiro para cada una de las series de tiempo de las dos variables predictoras

Mes	Niño 3		TSM	
	Modelo	Test de shapiro	modelo	Test de shapiro
Enero	ARIMA(2,0,2)	0.3721	ARIMA(0,1,1)	0.1512
Febrero	ARIMA(1,0,3)	0.2979	ARIMA(3,0,0)	0.4083
Marzo	ARIMA(2,0,0)	0.3057	ARIMA(0,1,1)	0.1243
Abril	ARIMA(4,1,0)	0.0701	ARIMA(1,1,0)	0.1636
Mayo	ARIMA(0,1,1)	0.096	ARIMA(0,1,1)	0.1821
Junio	ARIMA(0,1,1)	0.9716	ARIMA(1,1,0)	0.6673
Julio	ARIMA(2,0,2)	0.386	ARIMA(0,1,1)	0.642
Agosto	ARIMA(1,0,3)	0.1395	ARIMA(0,1,4)	0.8711
Septiembre	ARIMA(1,0,3)	0.0762	ARIMA(0,1,1)	0.717
Octubre	ARIMA(3,0,1)	0.3265	ARIMA(0,1,1)	0.8949
Noviembre	ARIMA(1,0,1)	0.0566	ARIMA(0,0,1)	0.9524
Diciembre	ARIMA(3,0,1)	0.328	ARIMA(0,1,1)	0.9892

**Elaboración:** Autora

#### 2.2.1.1.2 Preblanqueo

Una vez ajustado el modelo para las variables predictoras  $x(t)$ , se aplicó el filtro de la ecuación 13 a las dos series (SPI3 de las dos estaciones y variables externas), utilizando las estimaciones de los parámetros de los modelos de  $x_t$  (anexo 3).

Los filtros utilizados tanto para obtener  $\alpha_t$  y  $\beta_t$ , se detallan en el anexo 4, para  $x_t$  y  $y_t$  se aplica el mismo filtro (Bisgaard y KulaHCI, 2011; Montgomery et al., 2015), lo único que cambia es la variable, de esta manera se logra eliminar correlaciones espurias entre las variables originales(Bisgaard y KulaHCI, 2011).

#### 2.2.1.1.3 Determinación de la correlación cruzada

Se obtuvo la correlación cruzada muestral entre  $\alpha_t$  y  $\beta_t$ ,  $r_{\alpha\beta}$  que permitió determinar el el valor del retraso b. En la tabla 7, se muestran los valores obtenidos para el parámetro b, para cada una de las series de tiempo analizados, de los resultados se observa que las variables predictoras presentan un retraso entre 0 y 4 rezagos en el sistema, antes que el predictor afecte a la variable de respuesta, los valores de b iguales a cero, indican que la influencia de la variable predictora es inmediata (De Guenni et al., 2016). Si bien se busca conocer con cuanto retraso afecta la variable de entrada a la variable de respuesta, en el presente estudio fueron considerados todos los retrasos encontrados.

**Tabla 7.** Estimación de los valores del parámetro b (delay)

	<b>TSM</b>		<b>Niño 3</b>	
	<b>(SPI3) Estación Labrado</b>	<b>(SPI3) Estación Chanlud</b>	<b>(SPI3) Estación Labrado</b>	<b>(SPI3) Estación Chanlud</b>
Mes	B	b	b	b
Enero	2	2	0	1
Febrero	1	1	0	0
Marzo	1	1	1	1
Abril	1	1	1	1
Mayo	0	0	1	1
Junio	2	0	1	1
Julio	1	1	0	1
Agosto	1	3	4	4
Septiembre	0	0	1	0
Octubre	2	1	1	0
Noviembre	1	0	6	0
Diciembre	0	1	0	2

**Elaboración:** Autora

#### 2.2.1.1.4 Estimaciones preliminares de los coeficientes de $v(B)$

Aplicando la ecuación 16, a las series preblanqueadas de  $\alpha_t$  y  $\beta_t$ , se obtienen los valores para la función de respuesta al impulso, representadas mediante el parámetro  $\hat{v}_j$  (anexo 5).

#### 2.2.1.2 Especificación de las ordenes r y s

De los valores de  $\hat{v}_j$ , obtenidos para cada una de las series del SPI3 anuales, en las dos estaciones, en la tabla 8 y 9, se muestran las ordenes de r y s resultantes para cada serie de tiempo del SPI3, en la estación de Labrado y Chanlud, respectivamente.

**Tabla 8.** Estimaciones de las ordenes r y s, estación Labrado

<b>Mes</b>	<b>Predictor</b>	<b>r</b>	<b>s</b>	<b>Predictor</b>	<b>r</b>	<b>s</b>
<b>Enero</b>	TSM	2	0	Niño3	2	2
<b>Febrero</b>	TSM	1	0	Niño3	2	0
<b>Marzo</b>	TSM	2	0	Niño3	2	0
<b>Abril</b>	TSM	2	0	Niño3	2	0
<b>Mayo</b>	TSM	2	0	Niño3	1	0
<b>Junio</b>	TSM	2	1	Niño3	2	0
<b>Julio</b>	TSM	1	0	Niño3	2	0
<b>Agosto</b>	TSM	0	2	Niño3	1	2
<b>Septiembre</b>	TSM	0	2	Niño3	1	2
<b>Octubre</b>	TSM	1	0	Niño3	2	0
<b>Noviembre</b>	TSM	2	0	Niño3	1	1
<b>Diciembre</b>	TSM	0	0	Niño3	2	1

**Elaboración:** Autora

**Tabla 9.** Estimaciones de las ordenes r y s, estación Chanlud

Mes	Predictor	r	s	Predictor	r	s
Enero	TSM	2	0	Niño3	0	0
Febrero	TSM	2	0	Niño3	0	1
Marzo	TSM	0	1	Niño3	2	1
Abril	TSM	2	1	Niño3	2	0
Mayo	TSM	0	0	Niño3	2	1
Junio	TSM	2	1	Niño3	2	1
Julio	TSM	0	0	Niño3	0	2
Agosto	TSM	0	0	Niño3	1	2
Septiembre	TSM	2	0	Niño3	1	1
Octubre	TSM	1	0	Niño3	2	0
Noviembre	TSM	1	0	Niño3	2	0
Diciembre	TSM	1	1	Niño3	0	1

**Elaboración:** Autora

En las tablas 8 y 9, los valores de r y s son muy variados, esto indica que los patrones identificados tienen una caída exponencial, sinusoidal o en algunos casos no mostraba caída o patrón definido. Tanto para r y s, las ordenes varían entre 0 y 2, esto coincide con lo que propone Hipel y McLeod (1994), que las ordenes pueden tomar valores máximos de 2 o menores y además al no ser tan definido el patrón, es difícil decidir que valores de r y s son los adecuados, como lo sostiene Montgomery et al. (2015).

### 2.2.1.3 Estimación inicial de $\delta_i$ y $w_i$

Los resultados obtenidos de las estimaciones iniciales de  $\delta_i$  y  $w_i$ , (anexo 4), permiten identificar un modelo para  $\hat{N}_t$ .

### 2.2.1.4 Modelo para el ruido $\hat{N}_t$

Los valores de la prueba ADF para algunas series de  $\hat{N}_t$ , son mayores a 0.05, por lo que se acepta la hipótesis nula, la cual manifiesta que existe una raíz unitaria en la serie, siendo necesario aplicar un grado de diferenciación máximo de 1. Los modelos obtenidos para las series de tiempo de  $\hat{N}_t$  se muestran en las tablas 10 y 11, tanto para la estación de Labrado y de Chanlud, respectivamente. En el anexo 6, se presentan los resultados de la prueba de Shapiro, que demuestran que los residuales de los modelos seleccionados siguen una distribución normal, y los valores críticos AIC y BIC para los 48 modelos de  $\hat{N}_t$  identificados.

**Tabla 10.** Modelos ARIMA para el  $\hat{N}_t$ , estación Labrado

Mes	Estación	Variable de respuesta	Niño 3	TSM
			Modelo para $\hat{N}_t$	Modelo para $\hat{N}_t$
Enero	Labrado	SPI3	ARIMA(1,0,1)	ARIMA(0,0,3)
Febrero	Labrado	SPI3	ARIMA(2,0,0)	ARIMA(0,0,1)

<b>Marzo</b>	Labrado	SPI3	ARIMA(1,0,0)	ARIMA(0,0,2)
<b>Abril</b>	Labrado	SPI3	ARIMA(4,1,0)	ARIMA(2,1,0)
<b>Mayo</b>	Labrado	SPI3	ARIMA(0,1,1)	ARIMA(1,1,0)
<b>Junio</b>	Labrado	SPI3	ARIMA(4,1,0)	ARIMA(0,0,1)
<b>Julio</b>	Labrado	SPI3	ARIMA(0,1,1)	ARIMA(0,1,1)
<b>Agosto</b>	Labrado	SPI3	ARIMA(0,1,1)	ARIMA(0,1,1)
<b>Septiembre</b>	Labrado	SPI3	ARIMA(1,1,1)	ARIMA(0,1,1)
<b>Octubre</b>	Labrado	SPI3	ARIMA(1,0,4)	ARIMA(3,1,0)
<b>Noviembre</b>	Labrado	SPI3	ARIMA(0,1,2)	ARIMA(2,0,5)
<b>Diciembre</b>	Labrado	SPI3	ARIMA(2,0,3)	ARIMA(4,1,0)

**Elaboración:** Autora

**Tabla 11.** Modelos ARIMA para  $\hat{N}_t$ , estación Chanlud

<b>Mes</b>	<b>Estación</b>	<b>Variable de respuesta</b>	Niño 3	TSM
			<b>Modelo para <math>\hat{N}_t</math></b>	<b>Modelo para <math>\hat{N}_t</math></b>
<b>Enero</b>	Chanlud	SPI3	ARIMA(1,0,1)	ARIMA(1,0,5)
<b>Febrero</b>	Chanlud	SPI3	ARIMA(0,1,1)	ARIMA(3,0,2)
<b>Marzo</b>	Chanlud	SPI3	ARIMA(1,0,5)	ARIMA(0,1,2)
<b>Abril</b>	Chanlud	SPI3	ARIMA(2,0,5)	ARIMA(1,1,0)
<b>Mayo</b>	Chanlud	SPI3	ARIMA(3,1,0)	ARIMA(3,0,3)
<b>Junio</b>	Chanlud	SPI3	ARIMA(4,0,0)	ARIMA(3,1,0)
<b>Julio</b>	Chanlud	SPI3	ARIMA(0,1,1)	ARIMA(0,1,1)
<b>Agosto</b>	Chanlud	SPI3	ARIMA(0,1,1)	ARIMA(0,1,1)
<b>Septiembre</b>	Chanlud	SPI3	ARIMA(2,1,0)	ARIMA(0,1,1)
<b>Octubre</b>	Chanlud	SPI3	ARIMA(2,0,0)	ARIMA(3,1,0)
<b>Noviembre</b>	Chanlud	SPI3	ARIMA(1,1,4)	ARIMA(3,1,1)
<b>Diciembre</b>	Chanlud	SPI3	ARIMA(1,1,0)	ARIMA(0,1,5)

**Elaboración:** Autora

En la tabla 10 y 11, se observan que no todos los modelos tienen una parte autorregresiva y de media móvil, sino hay una combinación de modelos ARMA, AR, MA y ARIMA, como consecuencia de que las series de tiempo obtenidas para  $\hat{N}_t$ , no son estacionarias en la mayoría de casos.

### 2.2.2 Estimación del modelo general de función de transferencia

En la calibración del modelo de función de transferencia, se obtienen las especificaciones del modelo y las estimaciones iniciales de los parámetros, que son incluidos en el modelo. Las estimaciones finales del modelo no lineal se muestran en la tabla 12 y 13, para cada uno de los meses, en las dos estaciones analizadas. También, se observa que los residuales de los modelos identificados cumplen con la normalidad del test de Shapiro, al presentar valores mayores a 0.05.

**Tabla 12.** Estimaciones finales de los coeficientes del modelo de función de transferencia, AIC, BIC, prueba de Shapiro, TSM.

Mes	b	$\phi_1$	$\phi_2$	$\phi_3$	$\phi_4$	$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_3$	$\theta_4$	$\theta_5$	$\delta_1$	$\delta_2$	$w_0$	$w_1$	$w_2$	AIC	BIC	Prueba Shapiro
L-enero	2					-0.072	0.191	-0.936			-0.733	-0.964	-0.196			100.3	113.67	0.8367
L-febrero	1					0.123					-0.003		0.272			113.1	121.86	0.3263
L-marzo	1					0.572	-0.427				0.197	-0.093	-0.067			103.9	115.9	0.5452
L-abril	1	-0.529	-0.384								1.340	-0.946	0.3613			116.8	128.27	0.5299
L-mayo	0	-0.693									0.857	-1.051	0.1085			115.7	126.2	0.4964
L-junio	2					0.549							-0.412			93.5	100.49	0.145
L-julio	1					-0.613					0.631		-0.237			100.9	109.243	0.406
L-agosto	1					-0.565							-0.543	-0.034	0.101	101.1	111.56	0.7385
L-septiembre	0					-0.615							-0.289	-0.757	-0.399	101.1	111.54	0.758
L-octubre	2	-0.761	-0.469	-0.52							0.319		0.263			105.3	117.36	0.274
L-noviembre	1	-0.541	0.323			0.574	-0.128	-0.254	-0.22		-0.18	-0.259	0.289			116.2	135.16	0.991
L-diciembre	0	-0.686	-0.176	-0.45	-0.5						-0.427	-1.086	0.07			120.1	135.67	0.565
Ch-enero	2	0.603				-0.714	0.336	-1.078	0.63	-0.17	-0.725	-0.957	-0.193			104.5	107.36	0.638
Ch-febrero	1	0.289	0.537	-0.46		-0.293	-0.707				-0.478	-0.441	0.438			117.4	134.605	0.734
Ch-marzo	1					-0.406	-0.462						0.442	0.342		113.1	123.62	0.051
Ch-abril	1	-0.361									-0.593	0.067	0.653	0.84		126.8	139	0.183
Ch-mayo	0	-0.684	-0.589	0.47		0.701	0.835	-0.184					0.216			124.9	140.63	0.506
Ch-junio	0	-0.318	-0.512	-0.08							-0.455	0.473	0.059	0.292		113.8	129.56	0.28
Ch-julio	1					-0.7							0.37			101.5	108.59	0.231
Ch-agosto	3					-0.645							-0.082			93.48	100.39	0.95
Ch-septiembre	0					-0.764					-0.26	-0.335	-0.715			103.0	113.65	0.139
Ch-octubre	1	-0.683	-0.303	-0.26							0.396		0.706			104.8	116.97	0.516
Ch-noviembre	0	0.161	0.225	-0.38		-0.815					0.066		0.491			107.7	121.521	0.904
Ch-diciembre	1					-0.212	0.393	-0.263	-0.52	-0.39	0.693		0.318	-0.363		109.1	126.364	0.342

L=Labrado  
Ch=Chanlud

Elaboración: Autora

**Tabla 13.** Estimaciones finales de los coeficientes de los modelos de función de transferencia, AIC, BIC, prueba de Shapiro de los residuales. Niño 3

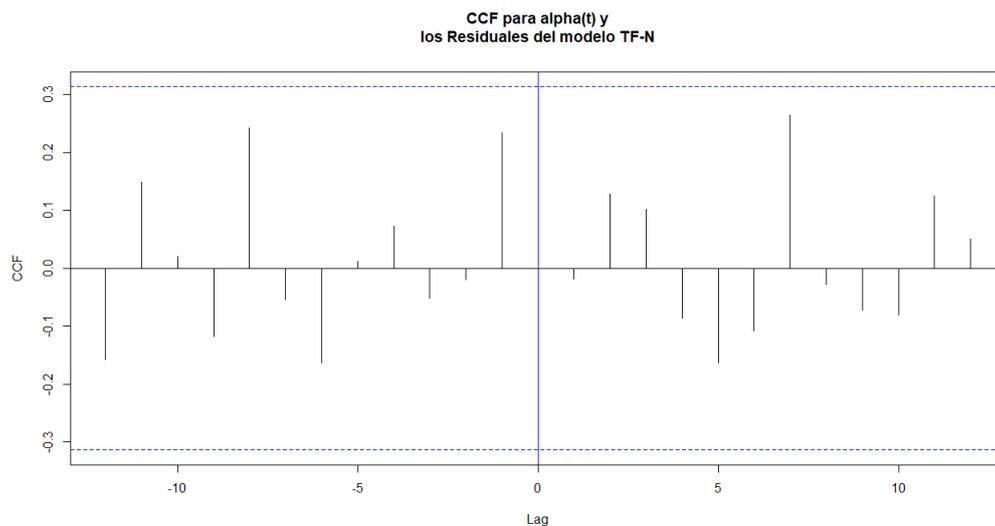
Mes	b	$\phi_1$	$\phi_2$	$\phi_3$	$\phi_4$	$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_3$	$\theta_4$	$\theta_5$	$\delta_1$	$\delta_2$	$w_0$	$w_1$	$w_2$	AIC	BIC	Prueba Shapiro
L-enero	0					-0.254	-0.10				0.461	-0.390	0.326	0.022		114.18	128.17	0.992
L-febrero	0	0.159	-0.275								-1.456	-1.004	-0.086			116.05	128.33	0.362
L-marzo	1					0.580					-1.382	-1.014	0.227			107.68	118.12	0.245
L-abril	1	-0.624	-0.589	-0.23	0.267						1.292	-0.890	-0.421			113.41	128.71	0.937
L-mayo	1					-0.565					-0.350		0.336			107.23	115.98	0.424
L-junio	1	-0.459	-0.423	-0.06	0.163						0.704	-1.191	0.054			106.87	122.17	0.741
L-julio	0					-0.563					0.571	-1.057	-0.075			113.21	123.78	0.557
L-agosto	4					-0.635					0.305		-0.028	-0.547	-0.130	97.580	109.24	0.882
L-septiembre	1	-0.391				-0.379					-0.578		-0.418	0.085	0.032	102.98	116.79	0.472
L-octubre	1	-0.235				0.702	0.207	-0.285	0.325		-0.446	0.643	-0.145			102.89	120.08	0.767
L-noviembre	6					-1.096	0.096				-0.647		0.4172	0.060		99.13	110.46	0.597
L-diciembre	0	0.530	-0.23			-0.577	0.815	-0.806			-0.311	-1.089	0.0115	0.035		103.02	122.15	0.603
Ch-enero	1	-0.836				0.660							0.286			108.17	116.92	0.232
Ch-febrero	0					-0.917							0.477	0.142		114.70	123.45	0.363
Ch-marzo	1					0.175					1.798	-1.356	-0.008	0.009		104.71	116.84	0.799
Ch-abril	1	-0.543	-0.288								0.307	-0.508	0.581			125.76	137.89	0.064
Ch-mayo	1	-0.391	-0.444	0.100							-0.185	0.897	0.278	0.369		121.40	137.17	0.463
Ch-junio	1	0.538	-0.473	0.428	0.163						-0.689	0.375	0.224	0.165		106.57	123.76	0.712
Ch-julio	1					-0.702							0.0053	0.207	0.265	101.04	111.48	0.207
Ch-agosto	4					-0.640					-0.146		-0.226	-0.534	-0.395	90.24	101.9	0.738
Ch-septiembre	0	-0.796	-0.286								-0.429		-0.267	0.306		94.790	106.91	0.147
Ch-octubre	0	0.439	0.0406								-0.985	0.069	-0.076			105.8	117.92	0.925
Ch-noviembre	0	-0.845				0.184	-0.45	-0.407	-0.13	0.72	-0.795		0.199			114.36	131.77	0.559
Ch-diciembre	2	0.998	-0.497			-1.230	0.863	-0.633					-0.021	-0.396		106.06	121.36	0.316

L=Labrado  
Ch=Chanlud

Elaboración: Autora

### 2.2.3 Verificación del modelo de función de transferencia

El patrón del ACF y PACF de los residuales de los 48 modelos de función de transferencia evaluados (ver anexo 7), no muestran ninguna indicación de autocorrelación significativa. Asimismo, se verificó la función de correlación cruzada entre  $\alpha_t$  y los residuales del modelo de función de transferencia, para garantizar que no quede una correlación significativa, tal como se muestra en la figura 11 para el caso del Niño3 y el SPI3 para el mes de marzo, estación Labrador, esto permite asumir que el modelo ajustado para ese mes es adecuado. La CCF para los demás modelos se presentan en el anexo 8.

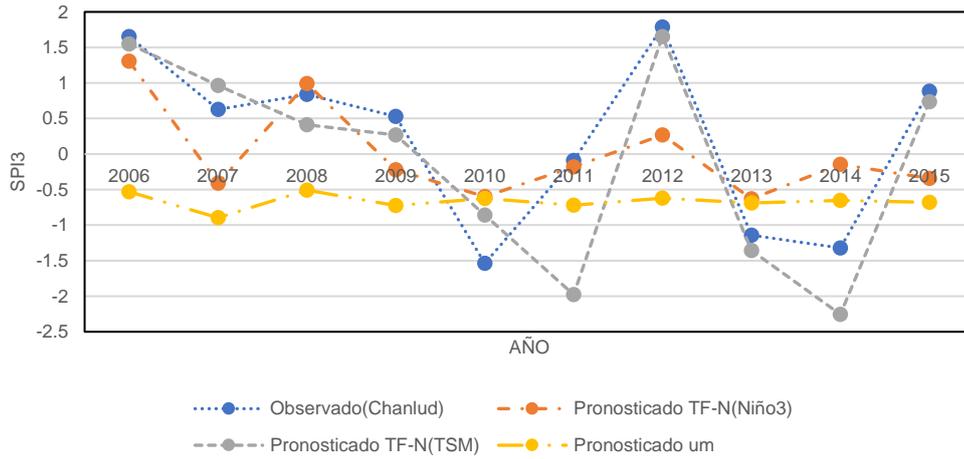


**Figura 11.** Función de correlación cruzada entre  $\alpha_t$  y los residuales del modelo de función de transferencia, para el mes de marzo (Niño 3-SPI3 Labrador).

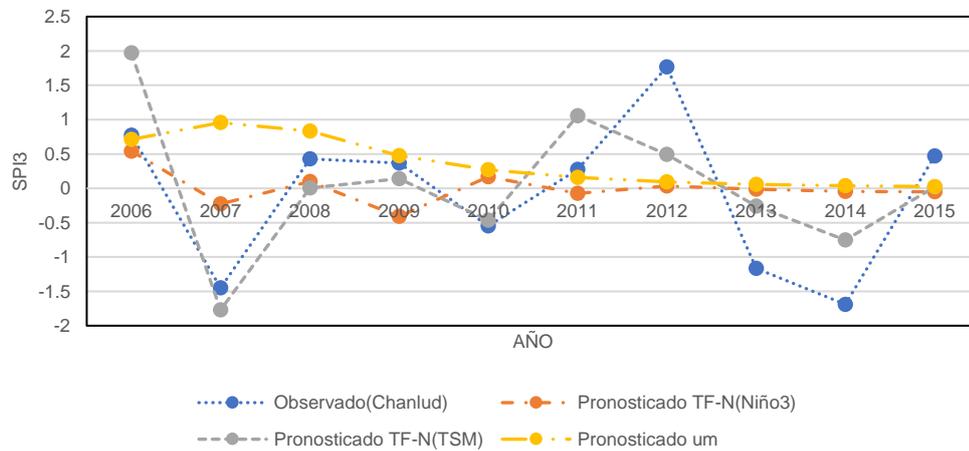
**Elaboración:** Autora

### 2.3 Pronóstico utilizando los modelos de función de transferencia.

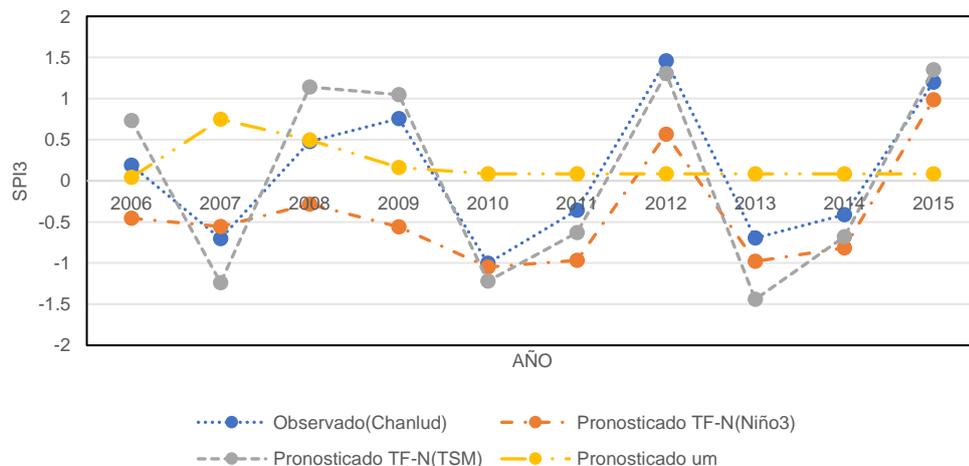
Las gráficas de los valores pronosticados y observados para cada una de las series de tiempo mensuales se muestran desde la figura 12 hasta la 35. Las figuras, muestran que los modelos de función de transferencia no se ajustan de una forma adecuada con los valores observados. Por ello, se construyó modelos univariados ARIMA (anexo 9) para el SPI3 de las dos estaciones, comparando con estos últimos modelos, los pronósticos obtenidos con las funciones de transferencia se ajustan de mejor manera; esto puede deberse a que las variables externas que se utilizaron, mantienen cierta relación con los factores responsables de la precipitación dentro de la subcuenca.



**Figura 12.** SPI3 observado, pronosticado TF-N, pronosticado um (modelo univariado), estación Chanlud, Niño3 y TSM. Mes de enero  
**Elaboración:** Autora



**Figura 13.** SPI3 observado, pronosticado TF-N, pronosticado um (modelo univariado), estación Chanlud, Niño3 y TSM. Mes de febrero  
**Elaboración:** Autora



**Figura 14.** SPI3 observado, pronosticado TF-N, pronosticado um (modelo univariado), estación Chanlud, Niño3 y TSM. Mes de marzo

Elaboración: Autora

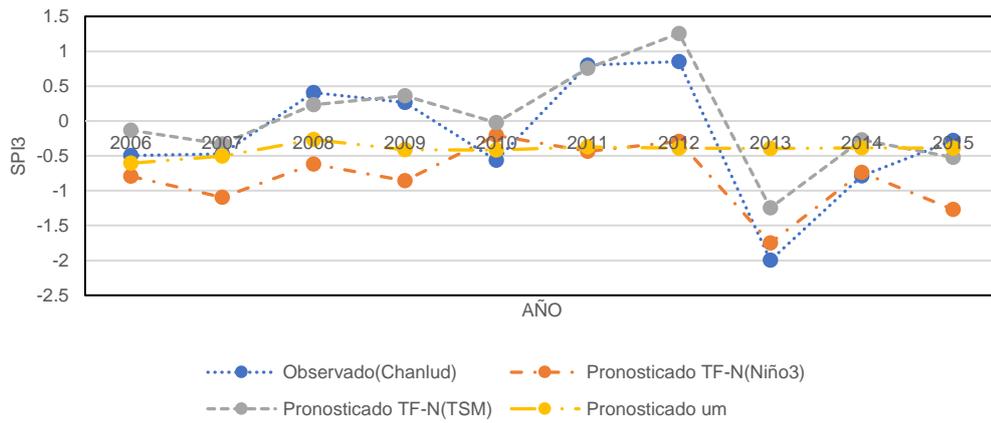


Figura 15. SPI3 observado, pronosticado TF-N, pronosticado um (modelo univariado), estación Chanlud, Niño3 y TSM. Mes de abril.

Elaboración: Autora

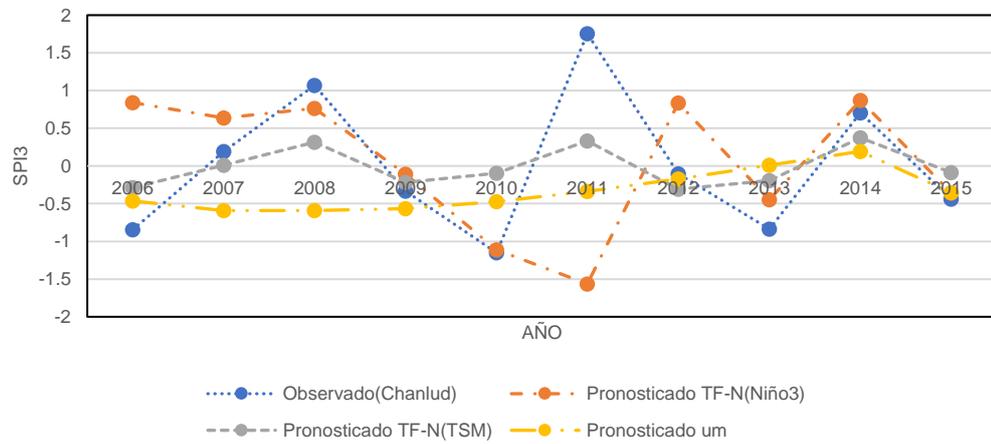


Figura 16. SPI3 observado, pronosticado TF-N, pronosticado um (modelo univariado), estación Chanlud, Niño3 y TSM. Mes de mayo.

Elaboración: Autora

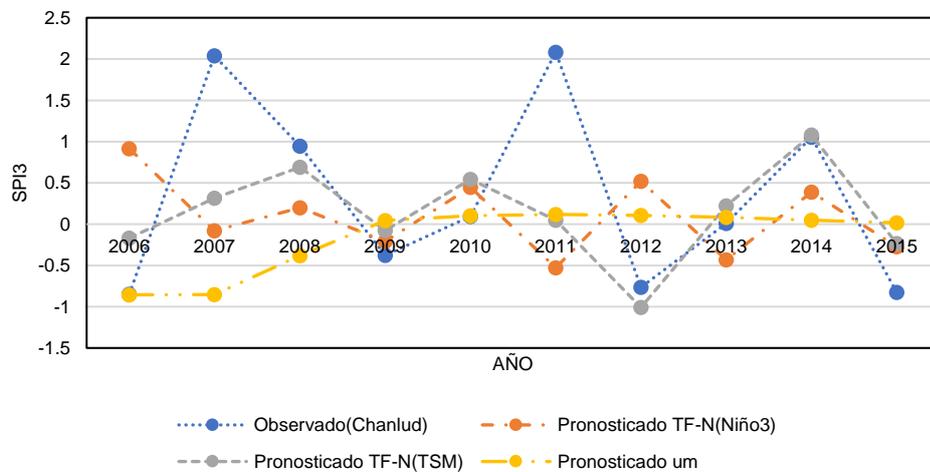
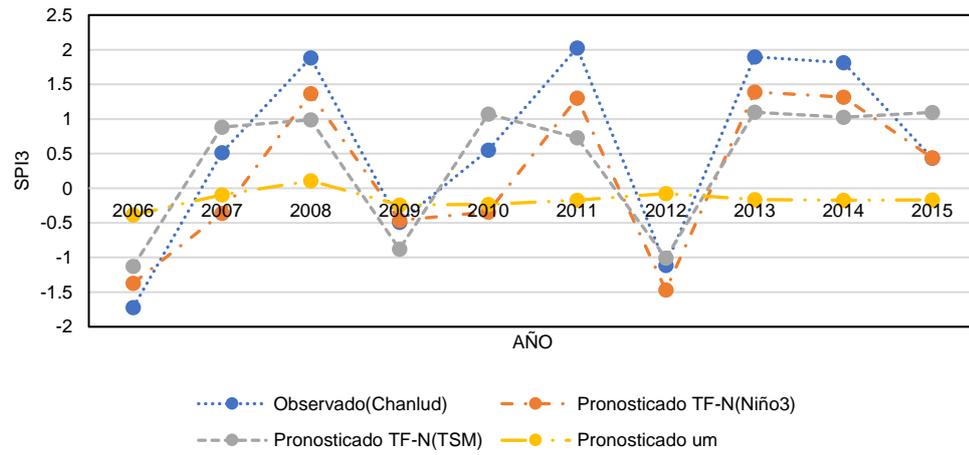
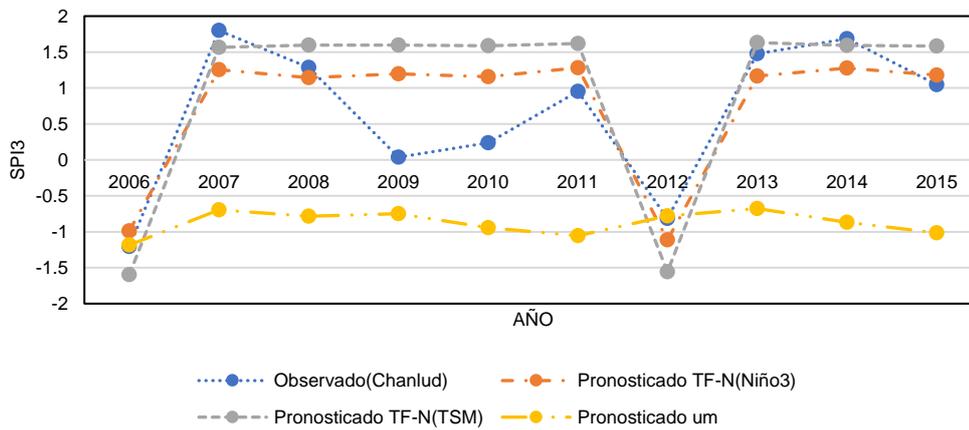


Figura 17. SPI3 observado, pronosticado TF-N, pronosticado um (modelo univariado), estación Chanlud, Niño3 y TSM. Mes de junio.

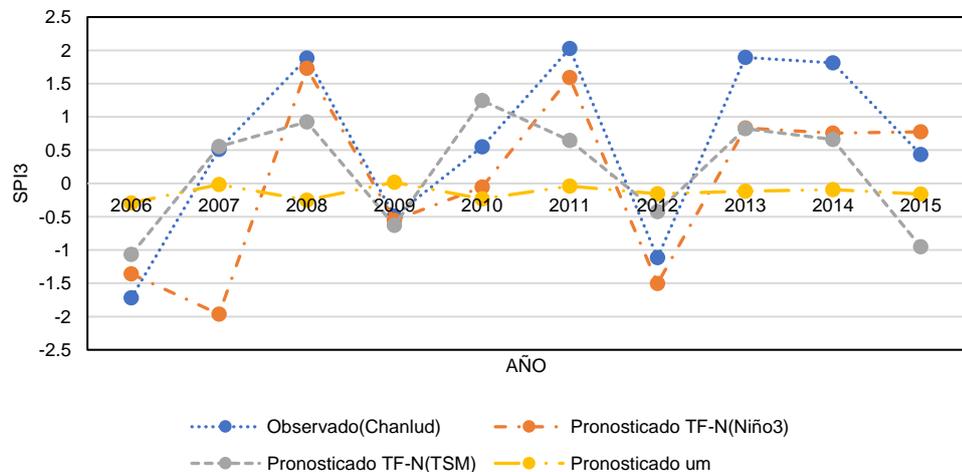
Elaboración: Autora



**Figura 18.** SPI3 observado, pronosticado TF-N, pronosticado um (modelo univariado), estación Chanlud, Niño3 y TSM. Mes de julio.  
**Elaboración:** Autora

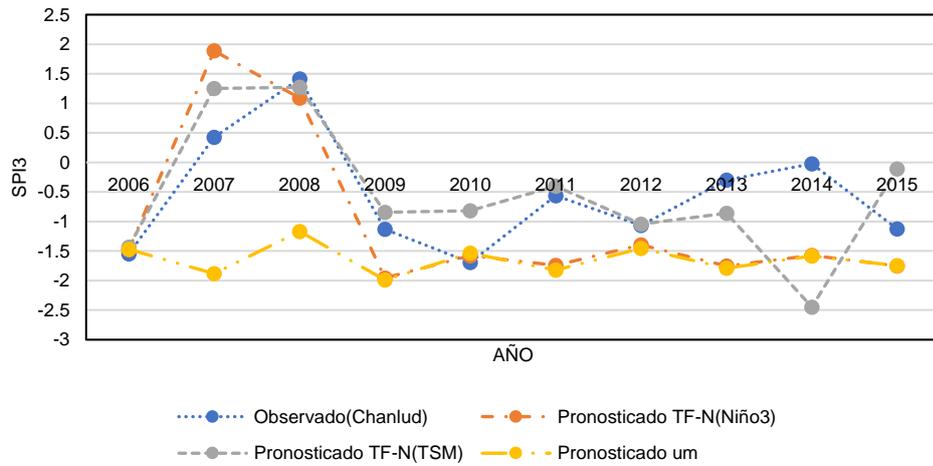


**Figura 19.** SPI3 observado, pronosticado TF-N, pronosticado um (modelo univariado), estación Chanlud, Niño3 y TSM. Mes de agosto.  
**Elaboración:** Autora



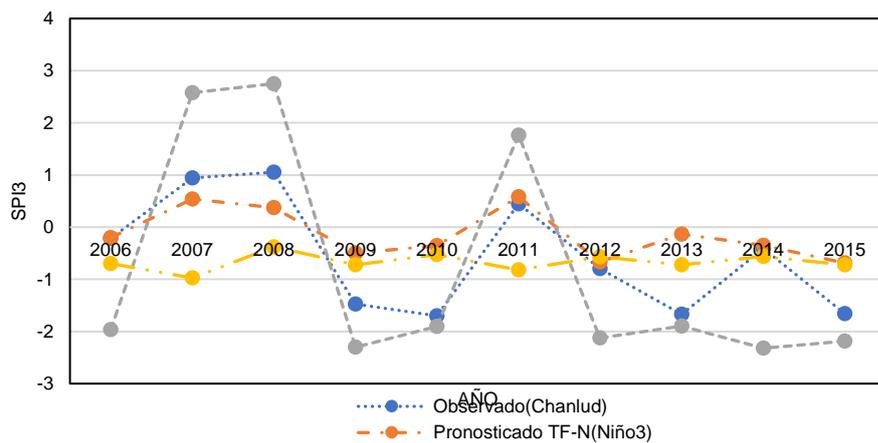
**Figura 20.** SPI3 observado, pronosticado TF-N, pronosticado um (modelo univariado), estación Chanlud, Niño3 y TSM. Mes de septiembre.

**Elaboración:** Autora



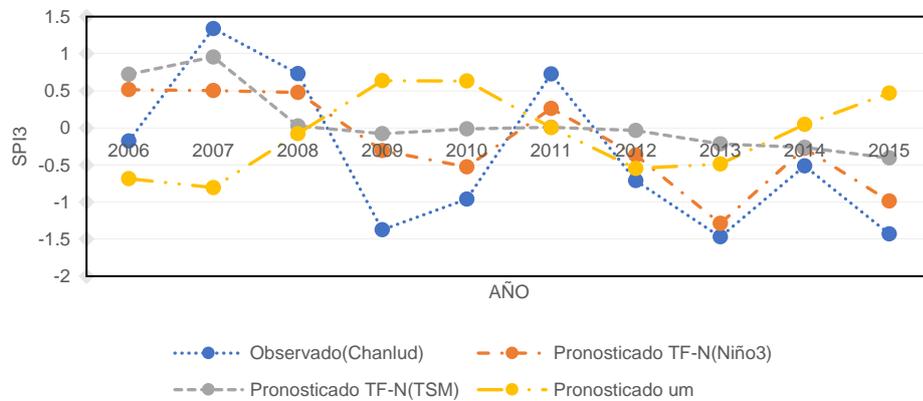
**Figura 21.** SPI3 observado, pronosticado TF-N, pronosticado um (modelo univariado), estación Chanlud, Niño3 y TSM. Mes de octubre.

**Elaboración:** Autora



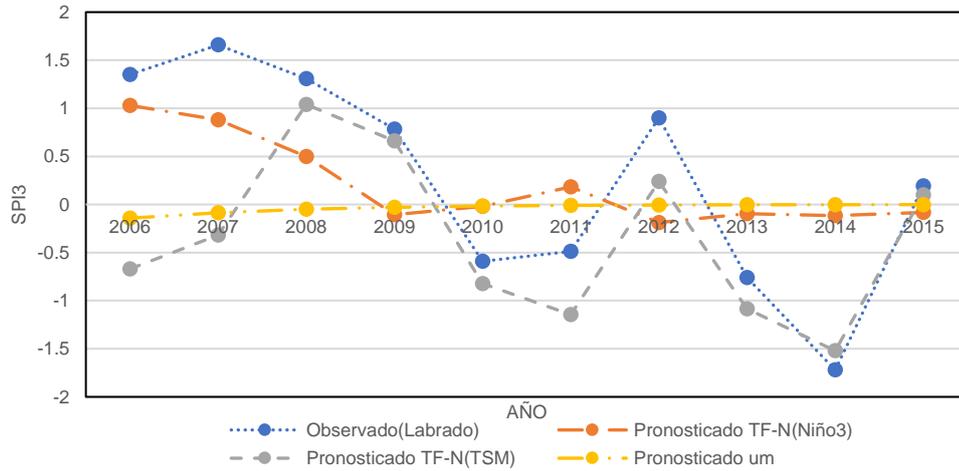
**Figura 22.** SPI3 observado, pronosticado TF-N, pronosticado um (modelo univariado), estación Chanlud, Niño3 y TSM. Mes de noviembre.

**Elaboración:** Autora

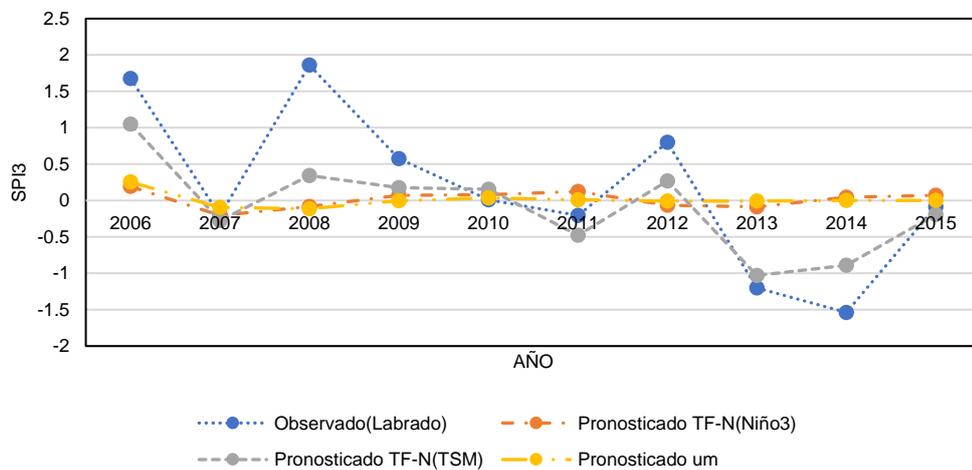


**Figura 23.** SPI3 observado, pronosticado TF-N, pronosticado um (modelo univariado), estación Chanlud, Niño3 y TSM. Mes de diciembre

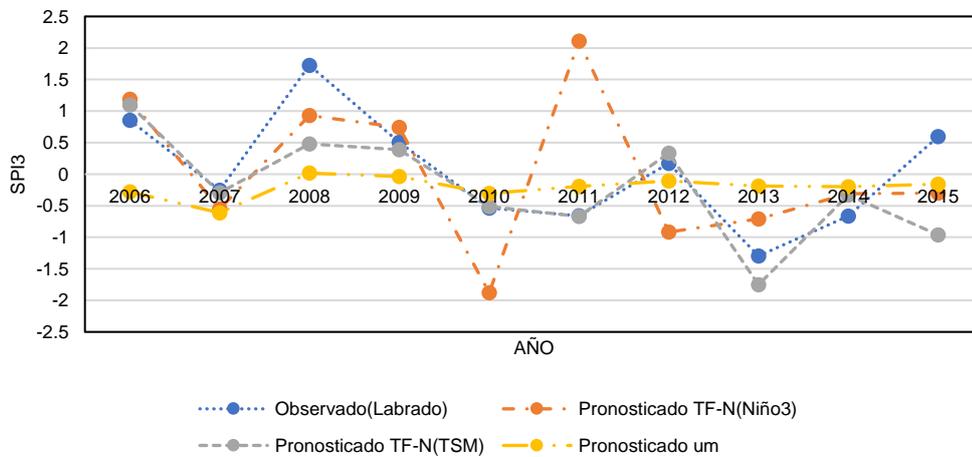
**Elaboración:** Autora



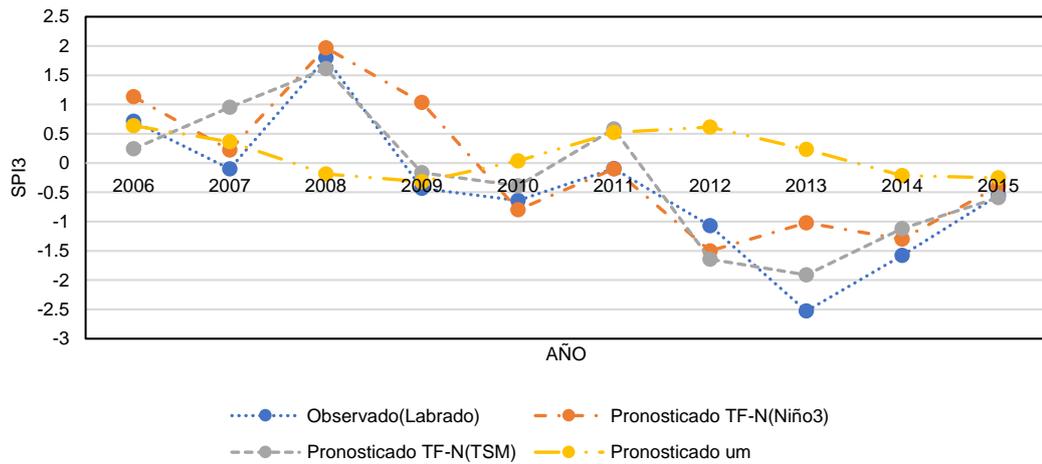
**Figura 24.** SPI3 observado, pronosticado TF-N, pronosticado um (modelo univariado), estación Labrador, Niño3 y TSM. Mes de enero  
**Elaboración:** Autora



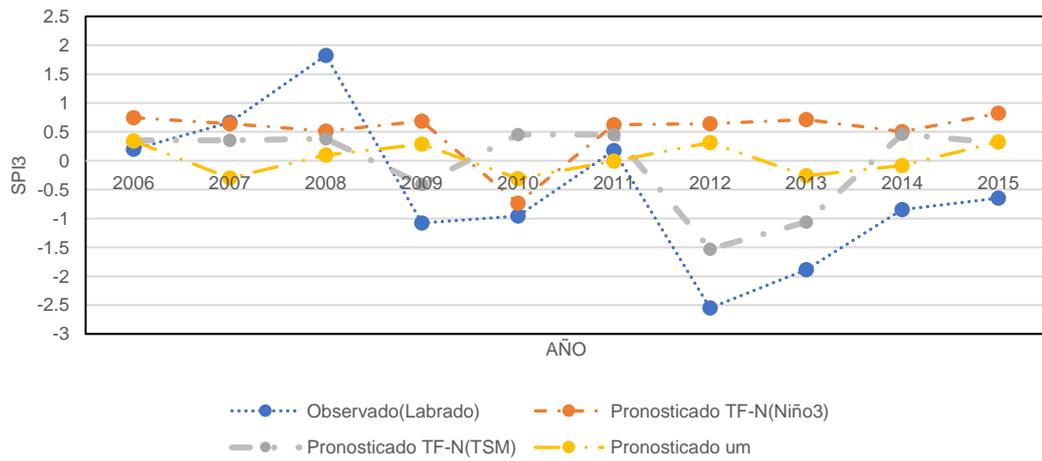
**Figura 25.** SPI3 observado, pronosticado TF-N, pronosticado um (modelo univariado), estación Labrador, Niño3 y TSM. Mes de febrero.  
**Elaboración:** Autora



**Figura 26.** SPI3 observado, pronosticado TF-N, pronosticado um (modelo univariado), estación Labrador, Niño3 y TSM. Mes de marzo.  
**Elaboración:** Autora

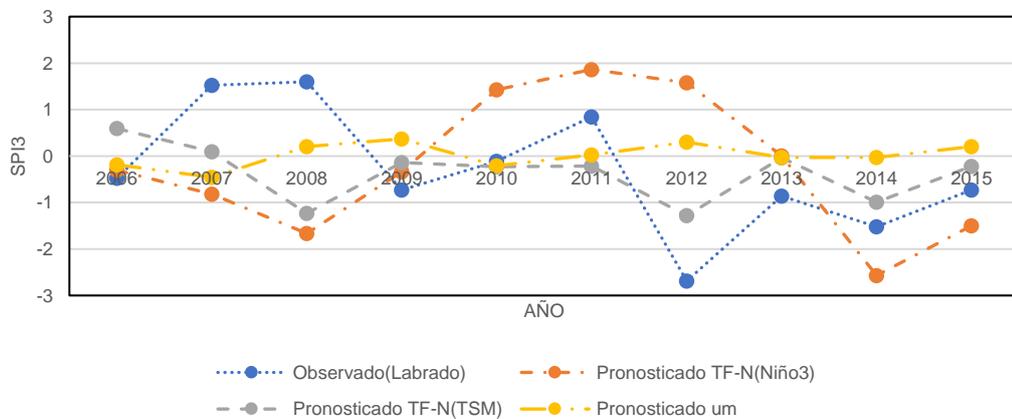


**Figura 27.** SPI3 observado, pronosticado TF-N, pronosticado um (modelo univariado), estación Labrado, Niño3 y TSM. Mes de abril



**Figura 28.** SPI3 observado, pronosticado TF-N, pronosticado um (modelo univariado), estación Labrado, Niño3 y TSM. Mes de mayo

**Elaboración:** Autora



**Figura 29.** SPI3 observado, pronosticado TF-N, pronosticado um (modelo univariado), estación Labrado, Niño3 y TSM. Mes de junio

Elaboración: Autora

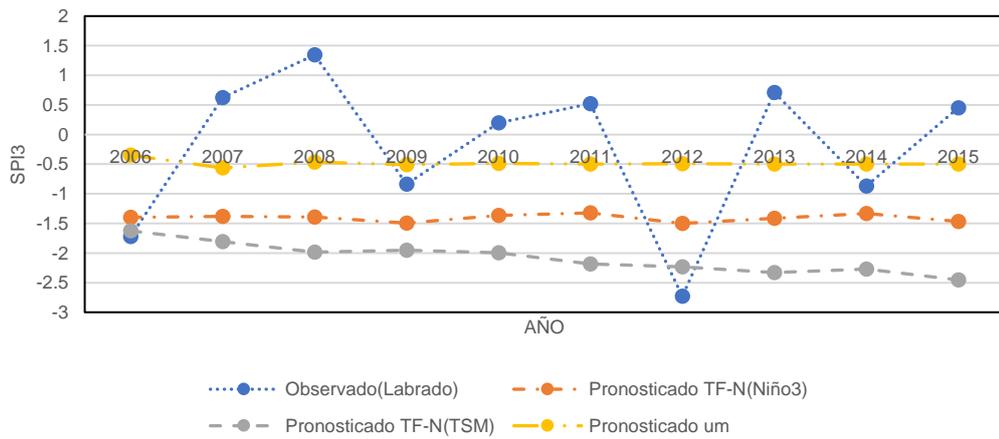


Figura 30. SPI3 observado, pronosticado TF-N, pronosticado um (modelo univariado), estación Labrado, Niño3 y TSM. Mes de julio.

Elaboración: Autora

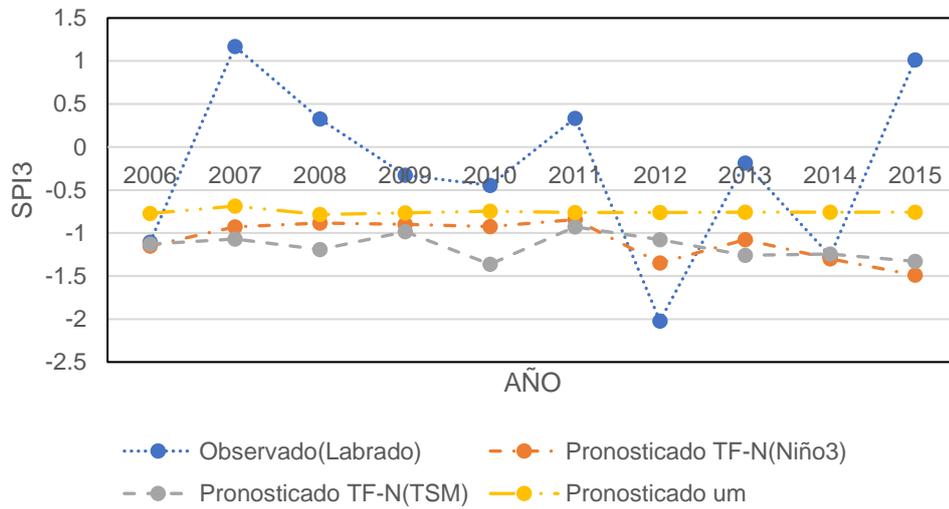
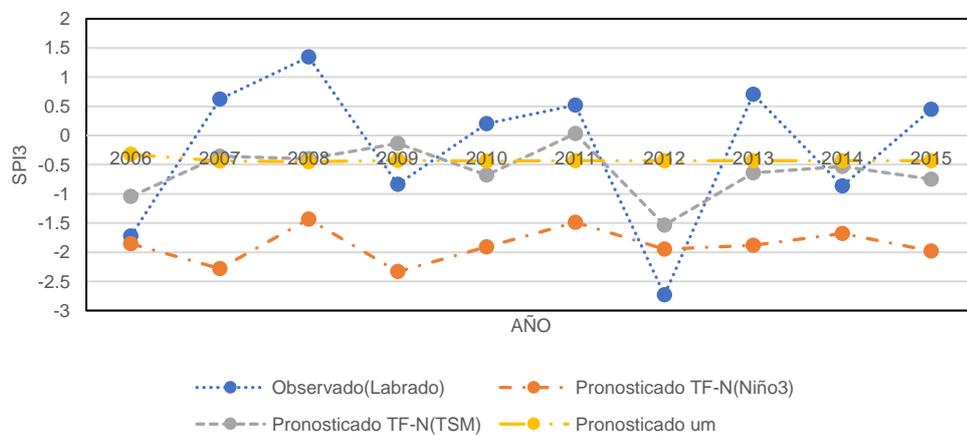
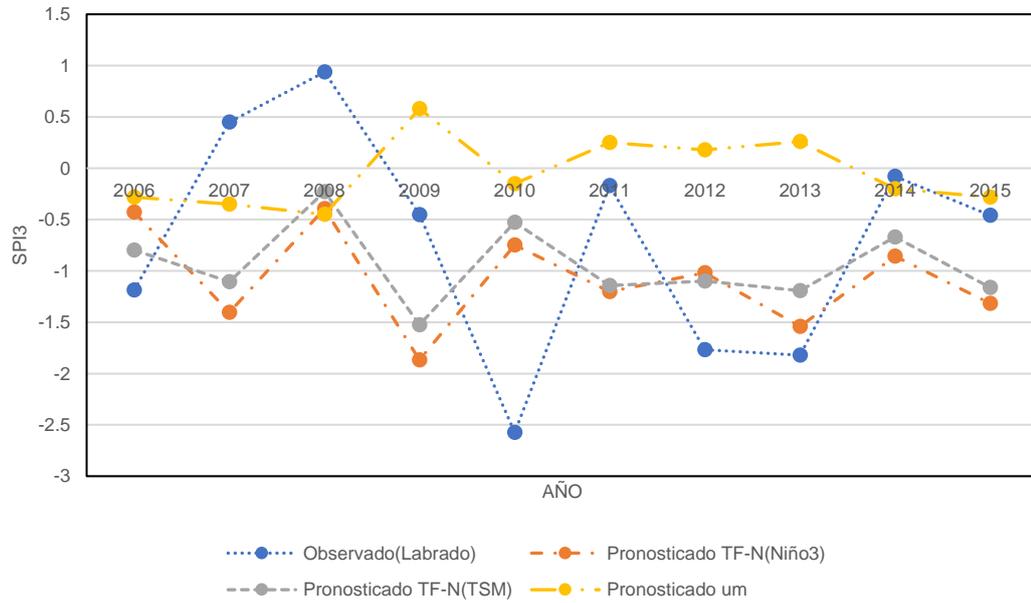


Figura 31. SPI3 observado, pronosticado TF-N, pronosticado um (modelo univariado), estación Labrado, Niño3 y TSM. Mes de agosto.

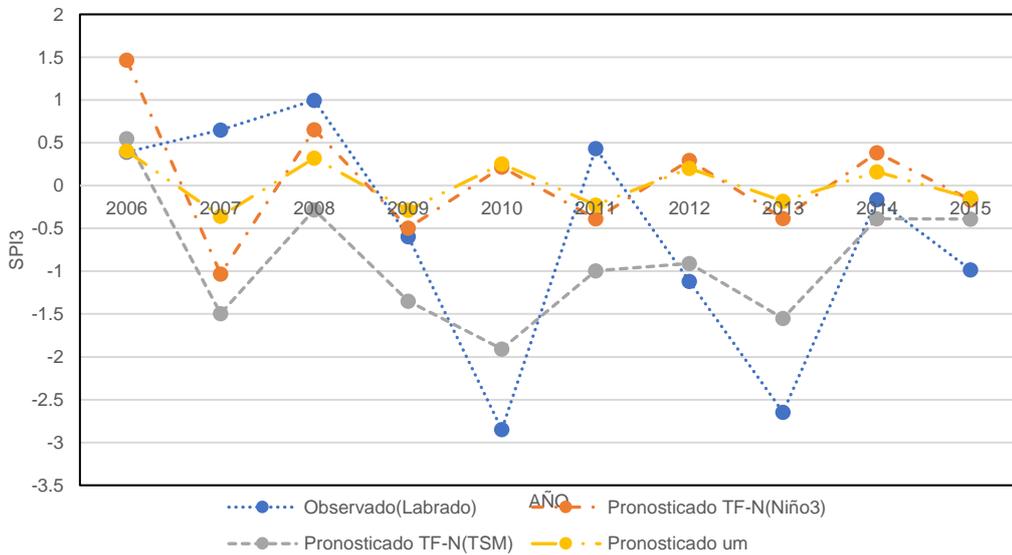
Elaboración: Autora



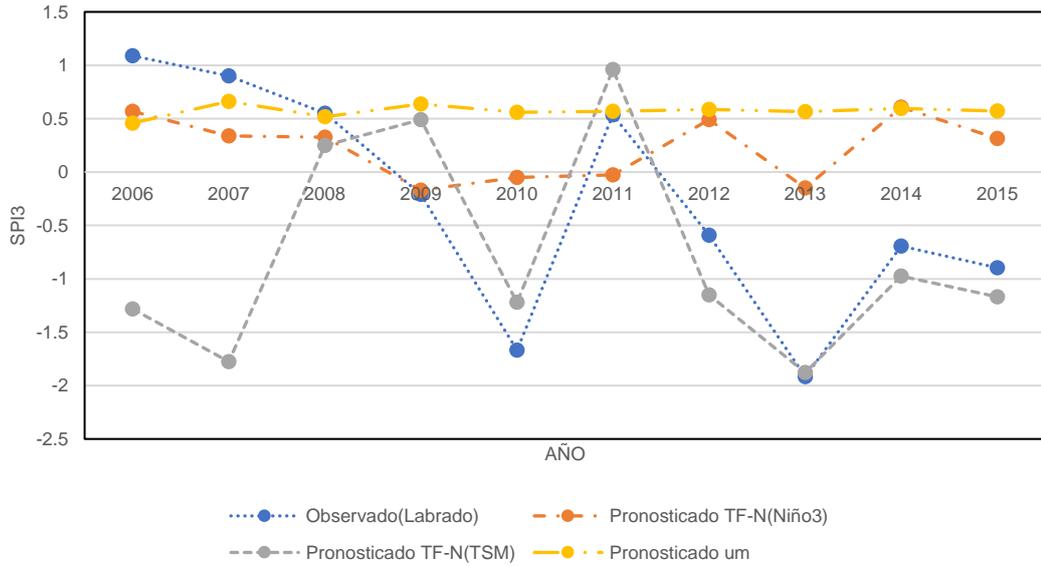
**Figura 32.** SPI3 observado, pronosticado TF-N, pronosticado um (modelo univariado), estación Labrado, Niño3 y TSM. Mes de septiembre.  
**Elaboración:** Autora



**Figura 33.** SPI3 observado, pronosticado TF-N, pronosticado um (modelo univariado), estación Labrado, Niño3 y TSM. Mes de octubre  
**Elaboración:** Autora

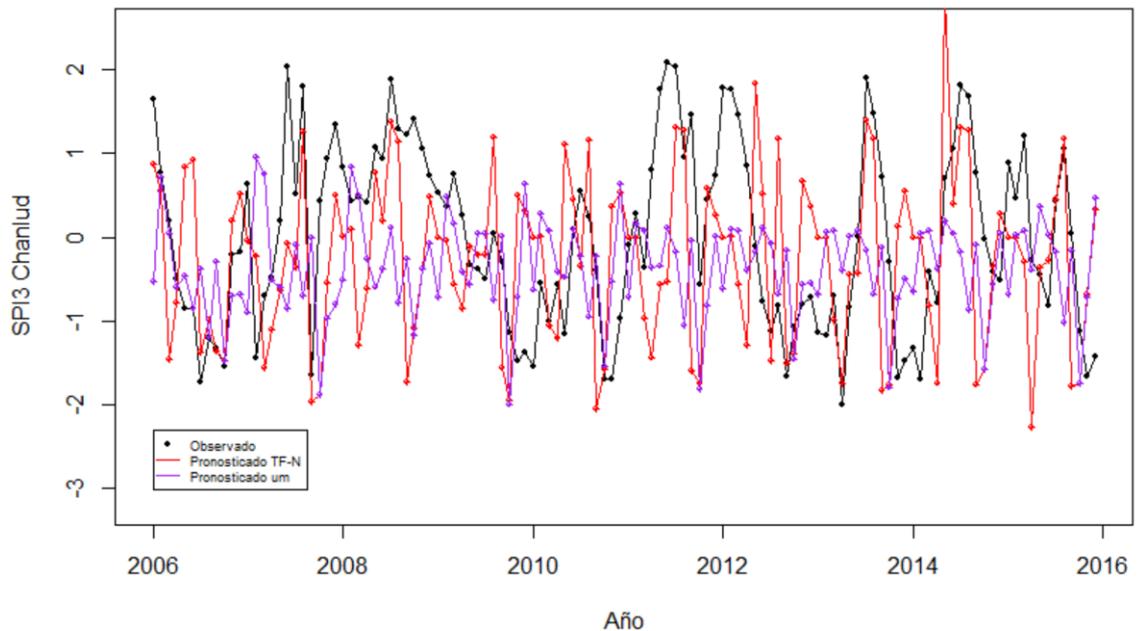


**Figura 34.** SPI3 observado, pronosticado TF-N, pronosticado um (modelo univariado), estación Labrado, Niño3 y TSM. Mes de noviembre.  
**Elaboración:** Autora

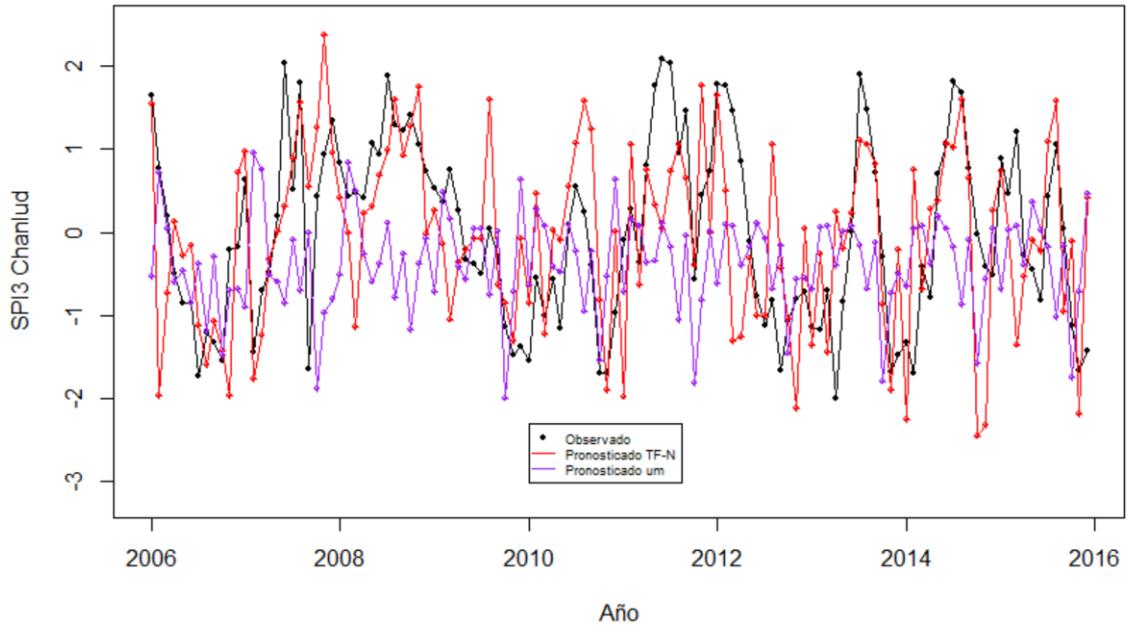


**Figura 35.** SPI3 observado, pronosticado TF-N, pronosticado um (modelo univariado), estación Labrado, Niño3 y TSM. Mes de diciembre.  
**Elaboración:** Autora

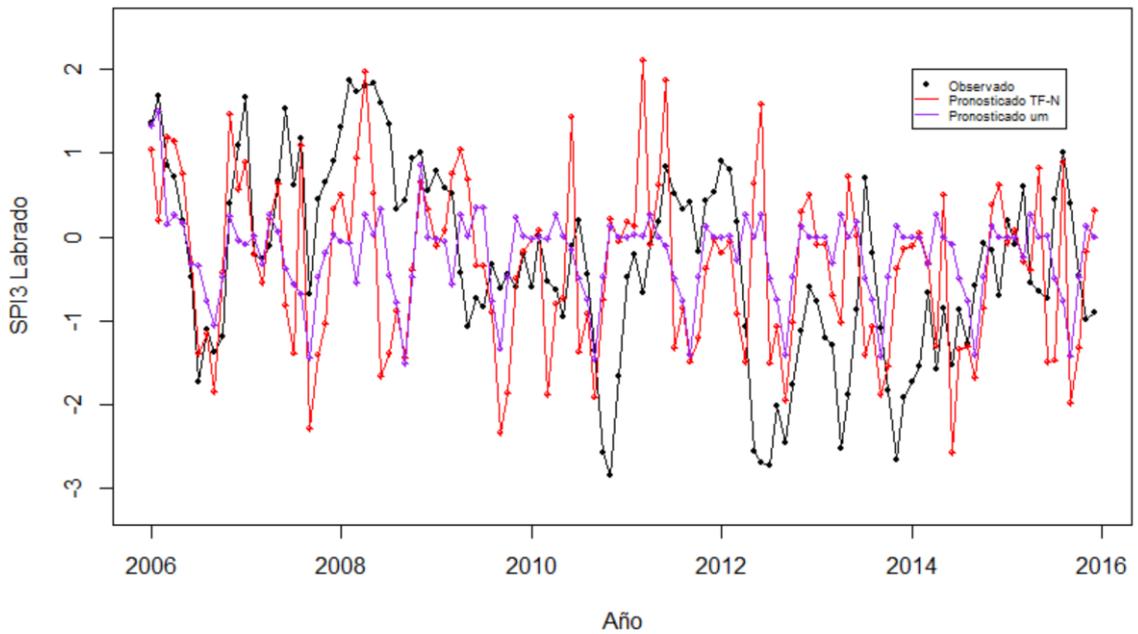
En las figuras 36, 37, 38 y 39 se muestra de manera resumida los pronósticos obtenidos para el SPI3 de las dos estaciones, utilizando como variables exógenas tanto el Niño 3 como la TSM.



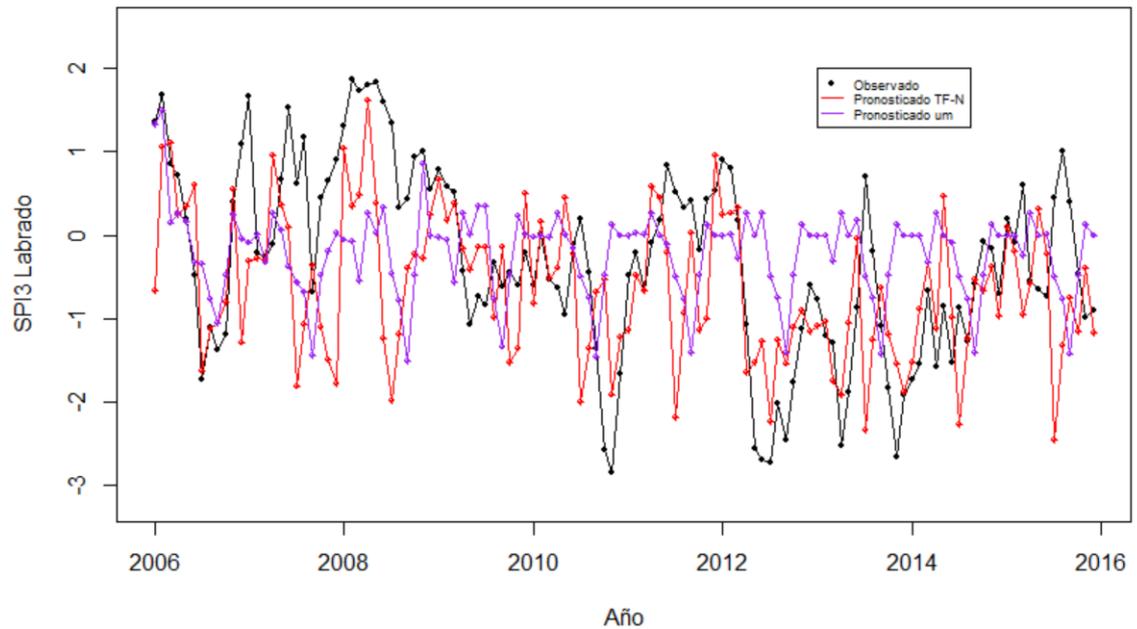
**Figura 36.** Resumen: SPI3 observado, pronosticado TF-N, pronosticado um (modelo univariado), estación Chanlud, Niño3  
**Elaboración:** Autora



**Figura 37.** Resumen: SPI3 observado, pronosticado TF-N, pronosticado um (modelo univariado), estación Chaniud, TSM  
**Elaboración:** Autora



**Figura 38.** Resumen: SPI3 observado, pronosticado TF-N, pronosticado um (modelo univariado), estación labrado, Niño3  
**Elaboración:** Autora



**Figura 39.** Resumen: SPI3 observado, pronosticado TF-N, pronosticado um (modelo univariado), estación Chanlud, TSM  
**Elaboración:** Autora

Para validar los pronósticos obtenidos con los 48 modelos de función de transferencia, se utilizó el coeficiente de Nash-Sutcliffe. En la tabla 14, se puede apreciar los coeficientes obtenidos para cada mes en las dos estaciones, Labrado y Chanlud; para el periodo 2006-2015. Los resultados indican que los modelos de función de transferencia que resultan ser mejores son: SPI3-Labrado-Niño3 para el mes de abril, SPI3-Labrado-TSM para los meses de febrero y abril, SPI3-Chanlud-Niño3 para los meses de julio y agosto, y SPI3-Chanlud-TSM para los meses enero y julio, ya que estos presentan los valores más cercanos a la unidad, mientras que, los otros modelos muestran valores cercanos a 0 y <0, lo que nos indica que los pronósticos son precisos como la media de los datos observados y en el segundo caso que la media observada es un mejor predictor que el modelo.

**Tabla 14.** Coeficientes de Nash-Sutcliffe entre los valores observados y pronosticados para el periodo 2006-2015

MES	Niño 3 Labrado	Niño 3 Chanlud	TSM Labrado	TSM Chanlud
Enero	0.3594	0.1211	0.1797	0.5887
Febrero	-0.0001041	0.1035	0.66	-0.6831
Marzo	-0.7704	-1.3057	0.3915	-2.3153
Abril	0.602	-1.6965	0.7725	-0.805
Mayo	-0.8106	-1.916	0.3759	0.3907
Junio	-1.4938	-0.5448	0.0189	0.268
Julio	-0.121	0.8108	-2.4556	0.6887
Agosto	0.4931	0.6932	-0.9176	0.4055
Septiembre	-1.67	-2.2018	0.2603	0.472
Octubre	-0.643	-1.5297	-0.097	-0.1576

<b>Noviembre</b>	-0.3901	-0.7708	0.2883	-0.6311
<b>Diciembre</b>	-0.1326	-0.534	-0.4108	-0.03633

**Elaboración:** Autora

Los análisis de correlación entre los valores observado y pronosticados para los diferentes modelos de función de transferencia, se muestran en la tabla 15. donde el coeficiente de Pearson entre el SPI3 observado y el pronosticado utilizando el Niño3 en la estación de Labrado, varía entre -0.14 y 0.85, que corresponde a los meses de octubre y abril, respectivamente; mientras que, para la estación de Chanlud oscila entre -0.38 y 0.96, registrados en los meses de junio y julio. Con la variable externa TSM se calcularon coeficientes de correlación de Pearson, en la estación de Labrado en un rango de -0.13 y 0.89, en los meses de abril y julio, respectivamente; y para Chanlud de -0.26 y 0.87, para los meses de abril y enero. Como los valores de Pearson van entre -1 y 1 (Moncada, 2006), siendo 0 el indicador de que no existe correlación, es evidente las asociaciones que existen entre los datos observados y pronosticados.

**Tabla 15.** Coeficientes de correlación de Pearson entre los valores observados y pronosticados para el periodo 2006-2015

<b>MES</b>	<b>Niño 3 Labrado</b>	<b>Niño 3 Chanlud</b>	<b>TSM Labrado</b>	<b>TSM Chanlud</b>
<b>Enero</b>	0.647	0.411	0.7217	0.87
<b>Febrero</b>	0.1553	0.4146	0.92	0.083
<b>Marzo</b>	0.3684	0.6	0.7255	-0.1829
<b>Abril</b>	0.852	0.3573	0.8992	-0.2651
<b>Mayo</b>	0.054	0.011	0.7571	0.8328
<b>Junio</b>	-0.11	-0.3813	0.2494	0.5518
<b>Julio</b>	0.421	0.9601	-0.1381	0.8541
<b>Agosto</b>	0.8148	0.8421	-0.028	0.8364
<b>Septiembre</b>	0.377	-0.1241	0.6804	0.7672
<b>Octubre</b>	-0.1492	0.2817	0.1609	0.5
<b>Noviembre</b>	0.13876	-0.2516	0.5821	0.8656
<b>Diciembre</b>	0.45	0.3819	0.3254	0.525

**Elaboración:** Autora

No obstante, los resultados del test de significancia de correlación Kendal (tabla 16), muestra que la mayoría de los valores del test son mayores a 0.05, es decir, las series de tiempo observada y pronosticada no guardan una correlación significativa. Sin embargo, para el caso del Niño3-Labrado para el mes de abril y agosto, Niño3-Chanlud para el mes de julio y agosto, TSM-Labrado para el mes de enero, febrero, marzo y abril, y TSM-Chanlud para el mes de enero, junio y julio tienen una buena correlación

**Tabla 16.** Correlación de Pearson para el SPI3 pronosticado y observado para cada uno de los meses para el periodo 2006-2015

<b>MES</b>	<b>Niño 3</b>	<b>Niño 3</b>	<b>TSM</b>	<b>TSM</b>
------------	---------------	---------------	------------	------------

	<b>Labrado</b>	<b>Chanlud</b>	<b>Labrado</b>	<b>Chanlud</b>
<b>Enero</b>	0.1074	0.858	0.049	0.0042
<b>Febrero</b>	0.7205	0.21	0.00034	1
<b>Marzo</b>	0.2104	0.07363	0.02	0.7205
<b>Abril</b>	0.0042	0.371	0.00235	0.2831
<b>Mayo</b>	1	0.7205	0.0736	0.73
<b>Junio</b>	1	0.21049	0.4742	0.049
<b>Julio</b>	0.4742	0.0042	0.858	0.01074
<b>Agosto</b>	0.00034	0.01524	0.85	0.371
<b>Septiembre</b>	0.2831	1	0.1524	0.049
<b>Octubre</b>	0.8762	0.8762	0.3502	0.5334
<b>Noviembre</b>	1	0.7205	0.1074	0.152
<b>Diciembre</b>	0.1194	0.8762	0.436	0.0617

**Elaboración:** Autora

## CAPÍTULO 3

### 3. DISCUSIÓN

Las características temporales de las sequías, basadas en el SPI3, como un indicador de la severidad de las sequías, indican que la subcuenca se ve afectada por periodos moderados, severos y extremos; más o menos prolongados entre 1 y 4 meses en el periodo 1965-2015. Sin embargo, no existen periodos que se repitan con una determinada frecuencia. Esto concuerda con lo que afirma Palmer (1965), que es difícil asegurar si un evento dado por la ausencia de precipitación verdaderamente se trata de una sequía o se trata de un simple retraso.

Los modelos que proporcionaron pronósticos más cercanos a los observados son: SPI3-Labrado-Niño3 para el mes de abril, SPI3-Labrado-TSM para los meses de febrero y abril, SPI3-Chanlud-Niño3 para los meses de julio y agosto, y SPI3-Chanlud-TSM para los meses enero y julio. Presentan valores del test de eficiencia de Nash Sutcliffe entre 0.6 y 0.81, lo que indica que estos modelos muestran una mejor bondad de ajuste con respecto a los demás modelos, ya que los valores de este criterio se aproximan a 1. Sin embargo, Nash y Sutcliffe (1970), proponen que los coeficientes deben tener un valor de 1 para considerar que los valores observados son iguales a los pronosticados, y por tanto decidir si los modelos son adecuados.

El ajuste de los valores observados con respecto a los pronosticados de los modelos de función de transferencia, muestran mejores ajustes que los modelos univariados. Estos resultados guardan relación con lo que sostienen, Castillo, Ibáñez, Valdes, Arteaga-Ramírez, y Vázquez-Peña (2018) y Jalalkamali et al. (2015), quienes señalan que los pronósticos del índice de sequías SPI mejoran con la introducción de variables externas. También, Souza (2017), encontró que los modelos ARIMAX o funciones de transferencia, generan mejores ajustes de los datos, antes que los modelos univariados. Ello es acorde con lo que se ha encontrado en el presente estudio.

## CONCLUSIÓN

Los valores del SPI3 para el periodo de análisis 1965-2015, muestran que eventos de sequías moderadas, severas y extremas, han tenido lugar en la zona de estudio. Para la estación de labrado, la sequía moderada varía entre -1 y -1.45, correspondiendo a los meses de diciembre de 1966 y agosto de 1992; la sequía severa oscila entre -1.52 y -1.96, para el mes de junio de 2014 y diciembre de 1989; y la sequía extrema esta entre -2.02 y -2.84, para el mes de agosto de 2012 y noviembre de 2010, respectivamente. Mientras que, en la estación de Chanlud, la sequía moderada oscila entre -1 y -1.48, correspondiendo a los meses de febrero de 1969 y agosto de 2003; la sequía severa fluctúa entre -1.51 y -1.78, registrados en el mes de octubre de 2001 y mayo de 1967, respectivamente; y la sequía extrema mínima se registra en abril del 2013 con un valor de -2 y la máxima se registra en diciembre del 2000, con un valor de -3.08. Todos los eventos de sequías tienen una duración de 1 hasta 4 meses. También, se pudo identificar que a lo largo del periodo de análisis, no existen eventos de sequías que muestren cierta periodicidad.

Se construyen y validan 48 modelos de función de transferencia no estacionales para el pronóstico del índice SPI3. En este enfoque, el predictor y los predictores son procesos estocásticos, y la variabilidad de lo inexplicable es el ruido aditivo; siendo las variables exógenas utilizadas, la TSM y el Niño3.

Los mejores pronósticos del SPI3 aplicando los modelos de función de transferencia para la predicción de sequías en las estaciones de Chanlud y Labrado, según el test de eficiencia de Nash Sutcliffe, se obtienen con: SPI3 – Labrado – Niño3, para el mes de abril (0.602); SPI3 – Labrado - TSM para los meses de febrero (0.66) y abril (0.7725); SPI3 – Chanlud - Niño3, para los meses de julio (0.8108) y agosto (0.6932); y SPI3 - Chanlud - TSM para los meses enero (0.5887) y julio (0.6887).

Estos resultados pueden proporcionar información base para los encargados de la gestión del recurso hídrico dentro de la subcuenca del río Machángara, considerando que los patrones de circulación atmosférica y oceánica de alguna manera también afectan la zona de estudio.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Akaike, H. (1974). A new look at the statistical model identification. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 19(6), 716-723. doi:10.1109/TAC.1974.1100705
- Alireza, N. S., Banafsheh, Z., y Mohsen, N. (2012). Seasonal meteorological drought prediction using support vector machine, 23(282), 72-84. Recuperado a partir de <https://www.sid.ir/en/journal/ViewPaper.aspx?id=262529>
- Avilés, A., Célleri, R., Paredes, J., y Solera, A. (2015). Evaluation of Markov Chain Based Drought Forecasts in an Andean Regulated River Basin Using the Skill Scores RPS and GMSS. *Water Resources Management*, 29(6), 1949-1963. doi:10.1007/s11269-015-0921-2
- Avilés, A., Célleri, R., Solera, A., y Paredes, J. (2016). Probabilistic Forecasting of Drought Events Using Markov Chain- and Bayesian Network-Based Models: A Case Study of an Andean Regulated River Basin. *Water*, 8, 37. doi:10.3390/w8020037
- Beguiría, S., Vicente-Serrano, S. M., Reig, F., y Latorre, B. (2014). Standardized precipitation evapotranspiration index (SPEI) revisited: parameter fitting, evapotranspiration models, tools, datasets and drought monitoring. *International Journal of Climatology*, 34(10), 3001-3023. doi:10.1002/joc.3887
- Belayneh, A., Adamowski, J., Khalil, B., y Ozga-Zielinski, B. (2014). Long-term SPI drought forecasting in the Awash River Basin in Ethiopia using wavelet neural network and wavelet support vector regression models. *Journal of Hydrology*, 508(Supplement C), 418-429. doi:10.1016/j.jhydrol.2013.10.052
- Bisgaard, S., y Kulahci, M. (2011). *Time Series Analysis and Forecasting by Example*. Wiley Series in Probability and Statistics. John Wiley & Sons, Inc.
- Bonaccorso, B., Cancelliere, A., y Rossi, G. (2015). Probabilistic Forecasting of Drought Class Transitions in Sicily (Italy) Using Standardized Precipitation Index and North Atlantic Oscillation Index. *Journal of Hydrology*, 526, 136-150. doi:10.1016/j.jhydrol.2015.01.070
- Box, G., Jenkins, G., y Reinsel, G. (2008). *Time series analysis: Forecasting and control*. New Jersey: John Wiley.
- Buytaert, W., Célleri, R., De Bièvre, B., Cisneros, F., Wyseure, G., Deckers, J., y Hofstede, R. (2006). Human impact on the hydrology of the Andean páramos. *Earth-Science Reviews*, 79(1), 53-72. doi:10.1016/j.earscirev.2006.06.002
- Caballero, F. F. (2011). *Selección de modelos mediante criterios de información en análisis factorial. Aspectos teóricos y computacionales*. Granada: Universidad de Granada. Recuperado a partir de <http://digibug.ugr.es/handle/10481/19428>
- Cadier, E., Gómez, G., Calvez, R., y Rossel, F. (1997). Inundaciones y sequías en el Ecuador: el proyecto INSEQ. *Consecuencias climáticas e hidrológicas del evento El Niño a escala regional y local: incidencia en América del Sur*. Quito. Recuperado a partir de [http://horizon.documentation.ird.fr/exl-doc/pleins\\_textes/divers10-09/010006883.pdf](http://horizon.documentation.ird.fr/exl-doc/pleins_textes/divers10-09/010006883.pdf)

- Castillo, M., Ibáñez, L. A., Valdes, J. B., Arteaga-Ramírez, R., y Vázquez-Peña, M. A. (2018). Pronóstico de sequías meteorológicas con filtro de Kalman discreto en la Cuenca Del Río Fuerte, México. *Agrociencia*, 52(7), 911-932. Recuperado a partir de <https://arizona.pure.elsevier.com/en/publications/meteorological-drought-forecasting-using-discrete-kalman-filter-i>
- Chan, K.-S., y Ripley, B. (2018). *TSA: Time Series Analysis*. Recuperado a partir de <https://CRAN.R-project.org/package=TSA>
- Chen, S.-T., Yang, T.-C., Kuo, C.-M., Kuo, C.-H., y Yu, P.-S. (2013). Probabilistic Drought Forecasting in Southern Taiwan Using El Niño-Southern Oscillation Index. *Terrestrial, Atmospheric and Oceanic Sciences*, 24, 911. doi:10.3319/TAO.2013.06.04.01(Hy)
- Cryer, J. D., y Chan, K.-S. (2008). *Time Series Analysis: With Applications in R*. Springer Texts in Statistics (2.<sup>a</sup> ed.). New York: Springer-Verlag. Recuperado a partir de [//www.springer.com/us/book/9780387759586](http://www.springer.com/us/book/9780387759586)
- Dai, A. (2011). Drought Under Global Warming: A Review. *Wiley Interdisciplinary Reviews: Climate Change*, 2, 45-65. doi:10.1002/wcc.81
- Dickey, D. A., y Fuller, W. A. (1979). Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series With a Unit Root. *Journal of the American Statistical Association*, 74(366), 427-431. doi:10.2307/2286348
- Durdu, Ö. F. (2010). Application of linear stochastic models for drought forecasting in the Büyük Menderes river basin, western Turkey. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, 24(8), 1145-1162. doi:10.1007/s00477-010-0366-3
- Dutra, E., Di Giuseppe, F., Wetterhall, F., y Pappenberger, F. (2013). Seasonal forecasts of droughts in African basins using the Standardized Precipitation Index. *Hydrology and Earth System Sciences*, 17, 2359-2373. doi:10.5194/hess-17-2359-2013
- Dutra, E., Pozzi, W., Wetterhall, F., Di Giuseppe, F., Magnusson, L., Naumann, G., Barbosa, P., et al. (2014). Global meteorological drought – Part 2: Seasonal forecasts. *Hydrol. Earth Syst. Sci.*, 18(7), 2669-2678. doi:10.5194/hess-18-2669-2014
- Edwards, D. C., y McKee, T. B. (1997). *Characteristics of 20th century drought in the United States at multiple time scales* (Report). Colorado State University. Libraries. Recuperado a partir de <https://mountainscholar.org/handle/10217/170176>
- Escalante, C., y Reyes, L. (2015). Identificación y análisis de sequías en la Región Hidrológica Número 10, Sinaloa. *Tecnología y Ciencias del Agua*, 13(2), 23-43. Recuperado a partir de <http://www.revistatyca.org.mx/ojs/index.php/tyca/article/view/794>
- ETAPA EP. (s.f.). CONSEJO DE CUENCA DEL RÍO MACHÁNGARA. Informativa, . Recuperado noviembre 22, 2017, a partir de <http://www.etapa.net.ec/Productos-y-servicios/Gestión-ambiental/Manejo-de-Cuencas-Hidrográficas/Comité-de-Gestión-de-la-Cuenca-del-Machángara>
- Funk, C., Hoell, A., Shukla, S., Bladé, I., Liebmann, B., Roberts, J. B., Robertson, F. R., et al. (2014). Predicting East African spring droughts using Pacific and Indian Ocean sea

- surface temperature indices. *Hydrol. Earth Syst. Sci.*, 18(12), 4965-4978. doi:10.5194/hess-18-4965-2014
- De Guenni, L. B., García, M., Muñoz, Á. G., Santos, J. L., Cedeño, A., Perugachi, C., y Castillo, J. (2016). Predicting monthly precipitation along coastal Ecuador: ENSO and transfer function models. *Theoretical and Applied Climatology*, 129(3), 1059-1073. doi:10.1007/s00704-016-1828-4
- Han, P., Wang, P. X., Zhang, S. Y., y Zhu, D. H. (2010). Drought forecasting based on the remote sensing data using ARIMA models. *Mathematical and Computer Modelling, Mathematical and Computer Modelling in Agriculture*, 51(11), 1398-1403. doi:10.1016/j.mcm.2009.10.031
- Hao, Z., Hao, F., Singh, V. P., Sun, A. Y., y Xia, Y. (2016). Probabilistic prediction of hydrologic drought using a conditional probability approach based on the meta-Gaussian model. *Journal of Hydrology*, 542(Supplement C), 772-780. doi:10.1016/j.jhydrol.2016.09.048
- Hao, Z., Singh, V. P., y Xia, Y. (2018). Seasonal Drought Prediction: Advances, Challenges, and Future Prospects. *Reviews of Geophysics*, 56(1), 108-141. doi:10.1002/2016RG000549
- Hayes, M. J., Svoboda, M. D., Wihite, D. A., y Vanyarkho, O. V. (1999). Monitoring the 1996 Drought Using the Standardized Precipitation Index. *Bulletin of the American Meteorological Society*, 80(3), 429-438. doi:10.1175/1520-0477(1999)080<0429:MTDUTS>2.0.CO;2
- Hipel, K. W., y McLeod, A. I. (Eds.). (1994). Chapter 17 Constructing Transfer Function-Noise Models. *Developments in Water Science, Time Series Modelling of Water Resources and Environmental Systems (Vol. 45, pp 573-616)*. Elsevier. doi:10.1016/S0167-5648(08)70679-8
- Hurrell, J. (1995). Decadal Trends in the North Atlantic Oscillation: Regional Temperatures and Precipitation. *Science*, 269, 676-679. doi:10.1126/science.269.5224.676#\_blank
- Hyndman, R., y Khandakar, Y. (2008). Automatic time series forecasting: the forecast package for R. *Journal of Statistical Software*, 26(3), 22. Recuperado a partir de <http://www.jstatsoft.org/article/view/v027i03>
- Jalalkamali, A., Moradi, M., y Moradi, N. (2015). Application of several artificial intelligence models and ARIMAX model for forecasting drought using the Standardized Precipitation Index. *International Journal of Environmental Science and Technology*, 12(4), 1201-1210. doi:10.1007/s13762-014-0717-6
- Kalnay, E., Kanamitsu, M., Kistler, R., Collins, W., Deaven, D., Gandin, L., Iredell, M., et al. (1996). The NCEP/NCAR 40-Year Reanalysis Project. *Bulletin of the American Meteorological Society*, 77(3), 437-472. doi:10.1175/1520-0477(1996)077<0437:TNYRP>2.0.CO;2
- Kendall, M. G. (1938). A New Measure of Rank Correlation. *Biometrika*, 30(1/2), 81-93. doi:10.2307/2332226

- Kingston, D., Stagge, J., Tallaksen, L. M., y Hannah, D. (2015). European-Scale Drought: Understanding Connections between Atmospheric Circulation and Meteorological Drought Indices. *Journal of Climate*, 28, 505-516. doi:10.1175/JCLI-D-14-00001.1
- Liu, Z., Lu, G., He, H., Wu, Z., y He, J. (2018). A conceptual prediction model for seasonal drought processes using atmospheric and oceanic standardized anomalies: application to regional drought processes in China. *Hydrology and Earth System Sciences*, 22(1), 529-546. doi:https://doi.org/10.5194/hess-22-529-2018
- Mckee, T., Doesken, N., y Kleist, J. (1993). The relationship of drought frequency and duration to time scales. Presentado en Eight conference on Applied Climatology, Anaheim, California.
- Mendoza, D. E., Samaniego, E. P., Mora, D. E., Espinoza, M. J., y Campozano, L. V. (2018). Finding teleconnections from decomposed rainfall signals using dynamic harmonic regressions: a Tropical Andean case study. *Climate Dynamics*. doi:10.1007/s00382-018-4400-3
- Mishra, A. K., y Desai, V. R. (2005a). Drought forecasting using stochastic models. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, 19(5), 326-339. doi:10.1007/s00477-005-0238-4
- Mishra, A. K., y Desai, V. R. (2005b). Drought forecasting using stochastic models. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, 19(5), 326-339. doi:10.1007/s00477-005-0238-4
- Mishra, A. K., y Singh, V. P. (2011). Drought modeling – A review. *Journal of Hydrology*, 403(1), 157-175. doi:10.1016/j.jhydrol.2011.03.049
- Moncada, J. (2006). *Estadística Para Ciencias Del Movimiento Humano*. Editorial Universidad de Costa Rica.
- Montgomery, D., Jennings, C., y Kulahci, M. (2015). *Introduction to Time Series Analysis and Forecasting*. WILEY SERIES IN PROBABILITY AND STATISTICS. Wiley.
- Nash, J. E., y Sutcliffe, J. V. (1970). River flow forecasting through conceptual models part I- A discussion of principles. *Journal of Hydrology*, 10(3), 282-290. Recuperado a partir de <https://ci.nii.ac.jp/naid/20000755716/>
- Organización Meteorológica Mundial. (2012). *Guía del usuario sobre el Índice normalizado de precipitación*. OMM. Ginebra: WMO. Recuperado a partir de [http://library.wmo.int/pmb\\_ged/wmo\\_1090\\_en.pdf](http://library.wmo.int/pmb_ged/wmo_1090_en.pdf)
- Palmer, W. (1965). Meteorological drought. *Research Paper*. Washington, US. Recuperado a partir de [https://www.fws.gov/southwest/es/documents/R2ES/LitCited/LPC\\_2012/Palmer\\_1965.pdf](https://www.fws.gov/southwest/es/documents/R2ES/LitCited/LPC_2012/Palmer_1965.pdf)
- R Core Team. (2018). *R: A language and environment for statistical computing*. Viena, Austria: R Foundation for Statistical Computing. Recuperado a partir de <https://www.R-project.org/>

- Ropelewski, C. F., y Halpert, M. S. (1987). Global and Regional Scale Precipitation Patterns Associated with the El Niño/Southern Oscillation. *Monthly Weather Review*, 115(8), 1606-1626. doi:10.1175/1520-0493(1987)115<1606:GARSPP>2.0.CO;2
- Rossel, F. (1997). Influencia de El Niño sobre los regimenes hidro - pluviométricos del Ecuador. *Influencia de El Niño sobre los regimenes hidro - pluviométricos del Ecuador*, INSEQ, 18. Recuperado a partir de <http://bases.bireme.br/cgi-bin/wxislind.exe/iah/online/?IsisScript=iah/iah.xis&src=google&base=DESASTRES&lang=p&nextAction=Ink&exprSearch=10165&indexSearch=ID>
- Sarker, M. A. R., Alam, K., y Gow, J. (2012). Exploring the relationship between climate change and rice yield in Bangladesh: An analysis of time series data. *Agricultural Systems*, 112, 11-16. doi:10.1016/j.agsy.2012.06.004
- Schwarz, G. (1978). Estimating the Dimension of a Model. *The Annals of Statistics*, 6(2), 461-464. Recuperado a partir de <https://www.jstor.org/stable/2958889>
- Seager, R., Kushnir, Y., Herweijer, C., Naik, N., y Velez, J. (2005). Modeling of Tropical Forcing of Persistent Droughts and Pluvials over Western North America: 1856–2000. *Journal of Climate*, 18(19), 4065-4088. doi:10.1175/JCLI3522.1
- Shapiro, S. S., y Wilk, M. B. (1965). An Analysis of Variance Test for Normality (Complete Samples). *Biometrika*, 52(3/4), 591-611. doi:10.2307/2333709
- Shin, J. Y., Ajmal, M., Yoo, J., y Kim, T.-W. (2016). A Bayesian Network-Based Probabilistic Framework for Drought Forecasting and Outlook. *Advances in Meteorology*. Research article, . doi:10.1155/2016/9472605
- Souza, T. R. de. (2017). Previsão sazonal da precipitação para o Nordeste do Brasil: um contraste entre as metodologias de Box-Jenkins e Box-Tiao. Recuperado a partir de <https://repositorio.ufrn.br/handle/123456789/23459>
- Trapletti, A., y Hornik, K. (2018). *tseries: Time Series Analysis and Computational Finance*. Recuperado a partir de <https://CRAN.R-project.org/package=tseries>
- Velasco, I., Ochoa, L., y Gutiérrez, C. (2005). Sequía, un problema de perspectiva y gestión. *Región y sociedad*, 17(34), 35-71. Recuperado a partir de [http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci\\_abstract&pid=S1870-39252005000300002&lng=es&nrm=iso&tlng=es](http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_abstract&pid=S1870-39252005000300002&lng=es&nrm=iso&tlng=es)
- Vicente-Serrano, S. M., López-Moreno, J., Gimeno, L., Nieto, R., Morán-Tejeda, E., Lorenzo-Lacruz, J., Beguería, S., et al. (2011). A multiscale global evaluation of the impact of ENSO on droughts. *Journal of Geophysical Research: Atmospheres*, 116(D20), D20109. doi:10.1029/2011JD016039
- Wilhite, D., y Glantz, M. (1985). Understanding: the Drought Phenomenon: The Role of Definitions. *Water International*, 10, 111-120. doi:10.1080/02508068508686328
- Wilks, D. S. (2011). *Statistical Methods in the Atmospheric Sciences*. Academic Press.
- World Meteorological Organization (WMO), y Global Water Partnership (GWP). (2016). *Handbook of Drought Indicators and Indices*. Integrated Drought Management

Programme (IDMP), Integrated Drought Management Tools and Guidelines Series. Geneva.

Yoon, J.-H., Mo, K., y Wood, E. (2012). Dynamic-Model-Based Seasonal Prediction of Meteorological Drought over the Contiguous United States. *Journal of Hydrometeorology*, 13, 463-482. doi:10.1175/JHM-D-11-038.1

Yuan, X., Wood, E. F., Chaney, N. W., Sheffield, J., Kam, J., Liang, M., y Guan, K. (2013). Probabilistic Seasonal Forecasting of African Drought by Dynamical Models. *Journal of Hydrometeorology*, 14(6), 1706-1720. doi:10.1175/JHM-D-13-054.1

## ANEXOS

**Anexo 1.** Valores del SPI3 correspondiente a sequias moderadas, severas y extremas identificadas en las estaciones de Chanlud

mes/año	SPI3	mes/año	SPI3	mes/año	SPI3	mes/año	SPI3
feb-65	-1.03	jun-86	-1.47	jun-01	-1.22	sep-06	-1.32
mar-65	-1.24	jul-86	-1.63	jul-01	-1.22	oct-06	-1.55
may-66	-1.56	ago-86	-2.16	oct-01	-1.51	feb-07	-1.45
jun-66	-1.70	ago-87	-1.06	nov-01	-2.18	sep-07	-1.64
jul-66	-1.19	jul-88	-1.12	ago-02	-1.09	oct-09	-1.13
may-67	-1.78	may-89	-1.05	sep-02	-1.21	nov-09	-1.47
ene-68	-1.15	jun-89	-1.06	oct-02	-1.19	dic-09	-1.37
jun-68	-1.43	dic-89	-1.61	nov-02	-1.02	ene-10	-1.54
ene-69	-1.55	ene-90	-1.66	ene-03	-1.70	mar-10	-1.00
feb-69	-1.00	feb-90	-1.23	feb-03	-2.59	may-10	-1.15
jun-71	-1.23	sep-90	-1.29	mar-03	-2.88	oct-10	-1.69
oct-72	-1.34	ene-91	-1.11	abr-03	-2.03	nov-10	-1.70
jul-79	-1.19	feb-91	-1.58	ago-03	-1.48	jul-12	-1.12
nov-79	-1.04	mar-91	-1.01	sep-03	-1.61	sep-12	-1.67
dic-79	-1.38	abr-91	-1.07	oct-03	-1.64	oct-12	-1.07
nov-81	-1.38	jun-92	-1.27	feb-04	-1.23	ene-13	-1.14
abr-82	-1.03	jul-92	-1.27	mar-04	-1.76	feb-13	-1.17
ago-83	-1.42	ago-92	-1.47	feb-05	-1.28	abr-13	-2.00
sep-83	-1.00	nov-00	-1.09	ago-05	-1.17	nov-13	-1.67
feb-85	-1.28	dic-00	-3.08	sep-05	-2.77	dic-13	-1.47
mar-85	-2.19	ene-01	-1.33	oct-05	-2.61	ene-14	-1.32
abr-85	-2.29	abr-01	-1.38	jul-06	-1.72	feb-14	-1.69
may-85	-2.43	may-01	-1.39	ago-06	-1.21	oct-15	-1.13
						nov-15	-1.66
						dic-15	-1.43

**Anexo 2.** Valores del SPI3 correspondiente a sequias moderadas, severas y extremas identificadas en las estaciones de Labrado

mes/año	SPI3	mes/año	SPI3	mes/año	SPI3	mes/año	SPI3
feb-65	-1.384	abr-85	-2.374	sep-95	-1.032	abr-12	-1.067
mar-65	-1.447	may-85	-2.323	dic-00	-2.411	may-12	-2.55
may-66	-1.411	nov-85	-1.077	ago-02	-1.068	jun-12	-2.687
jun-66	-1.692	jun-86	-1.426	feb-03	-1.583	jul-12	-2.731
jul-66	-1.247	jul-86	-1.851	mar-03	-2.076	ago-12	-2.022
dic-66	-1.002	ago-86	-2.331	abr-03	-1.317	sep-12	-2.449
may-67	-1.64	jul-88	-1.156	ago-03	-1.044	oct-12	-1.768
ene-68	-1.432	dic-89	-1.969	sep-03	-1.341	nov-12	-1.116
jun-68	-1.379	ene-90	-2.077	oct-03	-1.215	feb-13	-1.201
ene-69	-1.943	feb-90	-1.625	ago-05	-1.01	mar-13	-1.295
feb-69	-1.338	sep-90	-1.371	sep-05	-2.254	abr-13	-2.529
jun-71	-1.154	ene-91	-1.388	oct-05	-2.053	may-13	-1.888
oct-72	-1.711	feb-91	-2.075	nov-05	-1.709	sep-13	-1.079
jul-79	-1.249	mar-91	-1.187	jul-06	-1.721	oct-13	-1.822
nov-79	-1.342	abr-91	-1.07	ago-06	-1.108	nov-13	-2.648

dic-79	-1.675	jun-92	-1.196	sep-06	-1.373	dic-13	-1.918
nov-81	-1.757	jul-92	-1.348	oct-06	-1.185	ene-14	-1.72
abr-82	-1.034	ago-92	-1.452	may-09	-1.079	feb-14	-1.538
ago-83	-1.389	oct-93	-1.071	sep-10	-1.353	abr-14	-1.58
sep-83	-1.037	nov-93	-1.202	oct-10	-2.575	jun-14	-1.523
feb-85	-1.693	feb-95	-1.042	nov-10	-2.849	ago-14	-1.267
mar-85	-2.643	mar-95	-1.078	dic-10	-1.669		

**Anexo 3.** Parámetros de los coeficientes de los modelos seleccionados para la TSM y el Niño 3

Predictor	Mes	modelo	d	$\phi_1$	$\phi_2$	$\phi_3$	$\phi_4$	$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_3$	$\theta_4$
Niño 3	Enero	ARIMA(2,0,2)	0	0.86	-0.69			-1.29	1		
	Febrero	ARIMA(1,0,3)	0	0.67				-0.72	-0.13	0.56	
	Marzo	ARIMA(2,0,0)	0	0.61	0.21						
	Abril	ARIMA(4,1,0)	1	-0.72	-0.81	-0.49	-0.24				
	Mayo	ARIMA(0,1,1)	1					-0.91			
	Junio	ARIMA(0,1,1)	1					-0.96			
	Julio	ARIMA(2,0,2)	0	-0.37	-0.99			0.45	1		
	Agosto	ARIMA(1,0,3)	0	0.98				-1.3	0.16	0.33	
	Septiembre	ARIMA(1,0,3)	0	0.99				-1.14	0.01	0.32	
	Octubre	ARIMA(3,0,1)	0	0.77	-0.14	0.37		-0.93			
	Noviembre	ARIMA(1,0,1)	0	1	0	0	0	-0.99			
	Diciembre	ARIMA(3,0,1)	0	0.81	-0.15	0.34		-0.99			
TSM	Enero	ARIMA(0,1,1)	1					-0.8			
	Febrero	ARIMA(3,0,0)	0	0.3	0.18	0.3					
	Marzo	ARIMA(0,1,1)	1					-0.81			
	Abril	ARIMA(1,1,0)	1	-0.52							
	Mayo	ARIMA(0,1,1)	1					-0.76			
	Junio	ARIMA(1,1,0)	1	-0.45							
	Julio	ARIMA(0,1,1)	1					-0.88			
	Agosto	ARIMA(0,1,4)	1					-0.68	-0.07	-0.51	0.36
	Septiembre	ARIMA(0,1,1)	1					-0.87			
	Octubre	ARIMA(0,1,1)	1					-0.87			
	Noviembre	ARIMA(0,0,1)	0					0.02			
	Diciembre	ARIMA(0,1,1)	1					-0.86			

**Anexo 4.** Filtros aplicados tanto a las variables predictoras y a la variable de respuesta

Predictor	Mes	modelo	$\alpha_t$	$\beta_t$
Niño 3	Enero	ARIMA(2,0,2)	$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2)x_t = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2)\alpha_t$	$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2)y_t = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2)\beta_t$
	Febrero	ARIMA(1,0,3)	$(1 - \phi_1 B)x_t = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \theta_3 B^3)\alpha_t$	$(1 - \phi_1 B)y_t = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \theta_3 B^3)\beta_t$
	Marzo	ARIMA(2,0,0)	$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2)x_t = \alpha_t$	$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2)y_t = \beta_t$

	Abril	ARIMA(4,1,0)	$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \phi_3 B^3 - \phi_4 B^4)(1 - B)^d x_t = \alpha_t$	$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \phi_3 B^3 - \phi_4 B^4)(1 - B)^d y_t = \beta_t$
	Mayo	ARIMA(0,1,1)	$(1 - B)^d x_t = (1 - \theta_1 B)\alpha_t$	$(1 - B)^d y_t = (1 - \theta_1 B)\beta_t$
	Junio	ARIMA(0,1,1)	$(1 - B)^d x_t = (1 - \theta_1 B)\alpha_t$	$(1 - B)^d y_t = (1 - \theta_1 B)\beta_t$
	Julio	ARIMA(2,0,2)	$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2)x_t = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2)\alpha_t$	$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2)y_t = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2)\beta_t$
	Agosto	ARIMA(1,0,3)	$(1 - \phi_1 B)x_t = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \theta_3 B^3)\alpha_t$	$(1 - \phi_1 B)y_t = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \theta_3 B^3)\beta_t$
	Septiembre	ARIMA(1,0,3)	$(1 - \phi_1 B)x_t = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \theta_3 B^3)\alpha_t$	$(1 - \phi_1 B)y_t = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \theta_3 B^3)\beta_t$
	Octubre	ARIMA(3,0,1)	$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \phi_3 B^3)x_t = (1 - \theta_1 B)\alpha_t$	$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \phi_3 B^3)y_t = (1 - \theta_1 B)\beta_t$
	Noviembre	ARIMA(1,0,1)	$(1 - \phi_1 B)x_t = (1 - \theta_1 B)\alpha_t$	$(1 - \phi_1 B)y_t = (1 - \theta_1 B)\beta_t$
	Diciembre	ARIMA(3,0,1)	$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \phi_3 B^3)x_t = (1 - \theta_1 B)\alpha_t$	$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \phi_3 B^3)y_t = (1 - \theta_1 B)\beta_t$
	Enero	ARIMA(0,1,1)	$(1 - B)^d x_t = (1 - \theta_1 B)\alpha_t$	$(1 - B)^d y_t = (1 - \theta_1 B)\beta_t$
	Febrero	ARIMA(3,0,0)	$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \phi_3 B^3)x_t = \alpha_t$	$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \phi_3 B^3)y_t = \beta_t$
	Marzo	ARIMA(0,1,1)	$(1 - B)^d x_t = (1 - \theta_1 B)\alpha_t$	$(1 - B)^d y_t = (1 - \theta_1 B)\beta_t$
	Abril	ARIMA(1,1,0)	$(1 - \phi_1 B)(1 - B)^d x_t = \alpha_t$	$(1 - \phi_1 B)(1 - B)^d y_t = \beta_t$
	Mayo	ARIMA(0,1,1)	$(1 - B)^d x_t = (1 - \theta_1 B)\alpha_t$	$(1 - B)^d y_t = (1 - \theta_1 B)\beta_t$
TSM	Junio	ARIMA(1,1,0)	$(1 - \phi_1 B)(1 - B)^d x_t = \alpha_t$	$(1 - \phi_1 B)(1 - B)^d y_t = \beta_t$
	Julio	ARIMA(0,1,1)	$(1 - B)^d x_t = (1 - \theta_1 B)\alpha_t$	$(1 - B)^d y_t = (1 - \theta_1 B)\beta_t$
	Agosto	ARIMA(0,1,4)	$(1 - B)^d x_t = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \theta_3 B^3 - \theta_4 B^4)\alpha_t$	$(1 - B)^d y_t = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \theta_3 B^3 - \theta_4 B^4)\beta_t$
	Septiembre	ARIMA(0,1,1)	$(1 - B)^d x_t = (1 - \theta_1 B)\alpha_t$	$(1 - B)^d y_t = (1 - \theta_1 B)\beta_t$
	Octubre	ARIMA(0,1,1)	$(1 - B)^d x_t = (1 - \theta_1 B)\alpha_t$	$(1 - B)^d y_t = (1 - \theta_1 B)\beta_t$
	Noviembre	ARIMA(0,0,1)	$x_t = (1 - \theta_1 B)\alpha_t$	$y_t = (1 - \theta_1 B)\beta_t$
	Diciembre	ARIMA(0,1,1)	$(1 - B)^d x_t = (1 - \theta_1 B)\alpha_t$	$(1 - B)^d y_t = (1 - \theta_1 B)\beta_t$

**Anexo 5.** Estimaciones de la función de respuesta al impulso  $\hat{v}_j$  y estimaciones iniciales de  $\delta_i$  y  $w_i$

Mes	Estación	Predictor	Función de respuesta al impulso												Estimaciones iniciales de $\delta_i$ y $w_i$					
			v0	v1	v2	v3	v4	v5	v6	v7	v8	v9	v10	v11	v12	$\delta_1$	$\delta_2$	$w_0$	$w_1$	$w_2$
Enero	Labrado	TSM	0.010	0.011	0.549	0.014	-0.0094	0.0115	0.0146	0.0612	0.0126 <sub>9</sub>	-0.05	-0.034	0.0318	0.110	0.026	-0.017	0.549		
Febrero	Labrado	TSM	0.053	0.403	0.371	-0.423	0.144	-0.121	0.210	-0.360	-0.192	0.062	0.429	0.013	-0.5			0.403		
Marzo	Labrado	TSM	0.017	-0.499	0.072	0.267	0.050	-0.136	-0.219	0.316	-0.018	-0.068	-0.191	0.043	0.308	-0.145	-0.390	-0.499		
Abril	Labrado	TSM	-0.007	0.203	-0.019	-0.156	0.174	-0.283	0.449	-0.402	0.160	0.018	-0.176	0.393	-0.2	-1.011	-0.862	0.203		
Mayo	Labrado	TSM	0.83	0.078	0.2667	-0.0482	-1.30	-0.1462	-0.276	1.389	0.046	0.3374	-0.029	-0.243	0.03	0.0949	0.338	0.83		
Junio	Labrado	TSM	-0.369	-0.008	0.373	-0.224	-0.033	0.008	0.232	0.027	-0.250	-0.163	0.201	0.070	-0.01	0.071	-0.046	0.373	0.251	
Julio	Labrado	TSM	-0.010	-0.003	-0.002	0.002	-0.019	0.036	0.016	-0.006	-0.003	0.007	-0.017	0.001	0.003	0.433		0.036		
Agosto	Labrado	TSM	-0.0051	0.039	0.012	0.082	-0.0089	0.014	0.019	-0.0018	0.014	0.022	-0.015	0.0363	0.01			0.039	-0.012	-0.082
Septiembre	Labrado	TSM	0.013	-0.030	-0.008	0.010	-0.003	-0.013	0.014	-0.015	0.007	0.001	0.018	-0.002	0.008	-0.262		0.010		
Octubre	Labrado	TSM	0.013	0.037	0.5190	-0.046	-0.041	0.014	-0.057	-0.057	-0.074	-0.0019	0.0105	0.011	-0.02	0.109		0.217		
Noviembre	Labrado	TSM	-0.190	0.543	-0.165	-0.119	-0.224	0.261	-0.092	0.097	-0.100	-0.022	0.493	-0.248	-0.38	-0.304	-0.311	0.543		
Diciembre	Labrado	TSM	0.394	0.388	-0.585	-0.139	0.565	-0.012	-0.438	-0.192	0.489	-0.135	-0.044	0.233	-0.21			0.388		
Enero	Chanlud	TSM	-0.497	-0.003	0.328	-0.101	-0.320	0.435	-0.189	0.026	-0.044	0.113	-0.252	0.185	0.096	-0.307	-1.068	0.328		
Febrero	Chanlud	TSM	-0.205	0.530	-0.103	-0.298	0.283	-0.129	0.125	-0.030	-0.102	-0.183	0.226	0.319	-0.35	-0.194	-0.368	0.530		
Marzo	Chanlud	TSM	-0.230	1.339	0.506	-1.672	0.390	-0.332	2.377	-2.679	2.059	-1.267	1.857	-1.567	1.074	0.000	0.000	1.339	-0.506	
Abril	Chanlud	TSM	-0.014	0.129	0.238	-0.552	0.524	-0.453	0.481	-0.416	0.192	-0.003	-0.159	0.329	0.166	-5.140	5.206	0.129	-0.898	
Mayo	Chanlud	TSM	0.215	0.029	0.148	-0.152	-0.022	0.040	-0.288	-0.740	0.077	1.035	-0.105	-0.095	0.117	0.135	0.556	0.215		
Junio	Chanlud	TSM	0.324	0.555	-0.442	-0.201	0.426	0.256	-0.625	-0.407	0.152	0.727	-0.078	-0.257	0.183	-0.399	-0.680	0.324	-0.684	
Julio	Chanlud	TSM	-0.005	0.012	0.011	0.007	-0.038	-0.007	0.009	0.004	0.009	-0.003	0.017	0.005	0.007			0.012		
Agosto	Chanlud	TSM	-0.025	-0.028	-0.013	0.076	0.004	0.054	0.008	-0.002	-0.018	-0.021	0.015	0.006	0.011	0.000		0.076		
Septiembre	Chanlud	TSM	0.034	0.001	-0.020	-0.006	-0.006	-0.009	-0.026	0.002	-0.012	-0.012	0.077	-0.047	0.001	0.035	-0.642	0.034	0.000	
Octubre	Chanlud	TSM	-0.007	0.024	-0.011	-0.010	0.009	-0.004	-0.002	-0.008	-0.009	-0.004	-0.006	0.002	0.011	-0.456	0.049	0.024		
Noviembre	Chanlud	TSM	0.461	0.454	-0.268	0.321	0.206	-0.554	0.085	-0.011	-0.395	-0.159	-0.145	0.054	0.142	-0.589		0.454		
Diciembre	Chanlud	TSM	-0.125	0.211	0.023	-0.009	-0.205	0.253	-0.241	0.057	0.233	-0.214	0.102	-0.045	0.046	-0.407		0.211	-0.109	
Enero	Labrado	Niño3	0.208	0.120	-0.119	-0.080	0.429	-0.085	-0.340	-0.003	0.175	-0.268	0.140	0.109	0.027	0.050	-0.600	0.208	-0.109	
Febrero	Labrado	Niño3	0.158	0.427	0.125	-0.220	-0.030	1.392	-0.098	-0.177	-0.380	-0.827	-0.358	-0.224	0.069	0.292	-0.600	0.427		
Marzo	Labrado	Niño3	-0.2691	0.59736	-0.0166	-0.1684	-0.1782	-0.4326	0.6990	0.2563	-0.51	-0.04	0.182	0.171	-0.31	-0.028	-0.283	0.597		

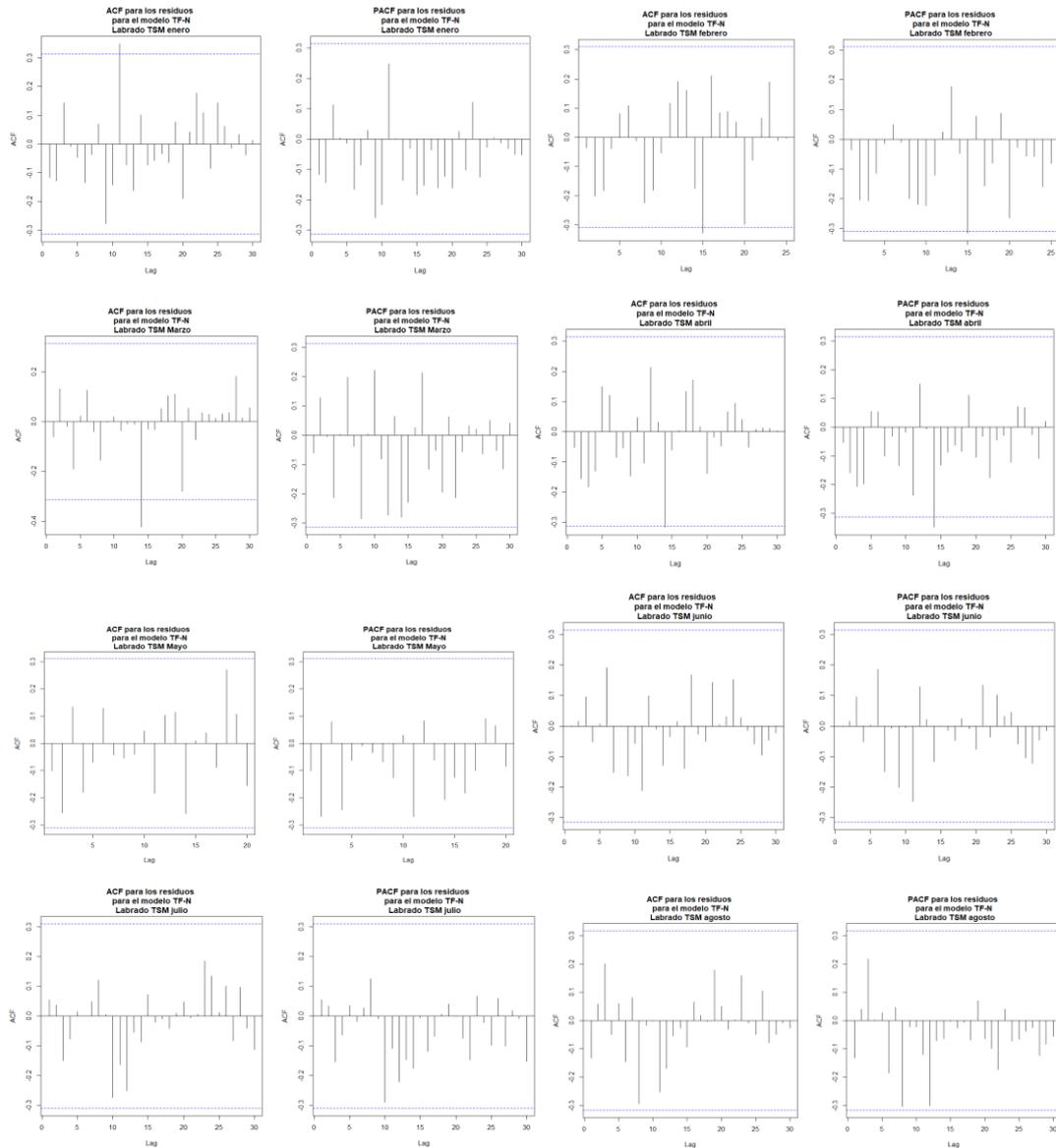
<b>Abril</b>	Labrado	Niño3	-0.016	0.657	0.037	-0.60	0.21	0.18	0.167	0.084	-0.360	0.275	0.071	-0.273	-0.17	0.1029	-0.93	0.65		
<b>Mayo</b>	Labrado	Niño3	-0.847	6.378	-4.633	0.774	4.568	-3.896	2.241	0.682	3.372	0.029	0.466	-0.619	0.463	-0.726		6.378		
<b>Junio</b>	Labrado	Niño3	-0.0360	-0.473	0.255	0.099	-0.122	-0.156	-0.757	0.142	0.232	0.185	-0.047	-0.017	0.104	0.389	-0.629	0.255		
<b>Julio</b>	Labrado	Niño3	0.119	0.094	0.089	0.037	0.012	-0.1	-0.054	-0.054	0.012	0.006	-0.011	0.0008	0.016	0.7879	0.125	0.119		
<b>Agosto</b>	Labrado	Niño3	0.000	-0.001	-0.001	0.000	0.002	0.002	0.007	0.001	-0.002	0.000	-0.001	0.000	0.000	0.184		0.002	-0.002	-0.007
<b>Septiembre</b>	Labrado	Niño3	-0.048	-0.68	-0.23	0.0029	0.083	-0.055	-0.024	-0.35	1.82	-0.58	-0.28	-0.12	0.034	-0.0801		-0.68	0.015	0.2847
<b>Octubre</b>	Labrado	Niño3	-0.0045	0.11	0.27	0.092	-0.061	0.126	-0.0069	-0.061	0.3	-0.041	-0.097	-0.025	0.39	2.45	-5.17	0.11		
<b>Noviembre</b>	Labrado	Niño3	0.0043	0.11	0.14	0.041	0.018	0.011	1.36	-0.46	-0.21	0.12	0.023	0.076	0.062	-0.5522		1.36	-0.0369	
<b>Diciembre</b>	Labrado	Niño3	-0.021	0.0009	-0.007	-0.00005	-0.0038	0.028	-0.06	-0.02	0.014	0.0052	-0.023	-0.012	0.037	0.053	0.360	-0.02	0.0021	
<b>Enero</b>	Chanlud	Niño3	-0.013	0.100	-0.011	-0.039	0.008	0.013	-0.079	0.033	0.037	0.005	-0.024	0.052	0.004			0.100		
<b>Febrero</b>	Chanlud	Niño3	1.217	0.385	0.379	0.746	0.621	-0.386	-1.947	0.039	1.252	0.231	-6.835	-0.064	1.172	0.000	0.000	0.385	-0.379	
<b>Marzo</b>	Chanlud	Niño3	-0.305	0.566	0.077	-0.319	-0.047	-0.432	0.616	0.229	-0.464	-0.059	0.216	0.085	0.255	0.010	-0.565	0.566	0.431	
<b>Abril</b>	Chanlud	Niño3	-0.0163	0.657	0.068	-0.608	0.211	0.189	0.168	0.084	-0.361	0.276	0.072	-0.274	-0.1	0.103	-0.937	0.657		
<b>Mayo</b>	Chanlud	Niño3	0.002	0.103	0.003	0.107	-0.006	0.109	0.186	-0.009	-0.198	-0.009	0.244	0.036	-0.51	-0.086	1.035	0.103	-0.109	
<b>Junio</b>	Chanlud	Niño3	-0.0.37	0.3140	-0.162	-1.42	-0.47	0.1156	1.027	-0.8491	0.2966	1.7223	0.4835	-0.2	-0.57	0.081	-0.985	0.084	0.289	
<b>Julio</b>	Chanlud	Niño3	-0.0194	-0.157	0.125	0.196	-0.103	-0.423	0.114	0.297	0.002	0.242	-0.165	-0.058	0.037			0.125	-0.12	-0.195
<b>Agosto</b>	Chanlud	Niño3	0.000	-0.001	0.000	0.000	0.003	0.001	-0.006	0.001	-0.001	0.000	-0.001	0.000	0.000	-0.0972		0.003	-0.0013	0.006
<b>Septiembre</b>	Chanlud	Niño3	0.0316	3.483	0.625	-0.648	0.860	-0.319	-0.758	-0.012	8.005	5.316	-1.601	0.893	0.618	-1.037		3.483	0.047	
<b>Octubre</b>	Chanlud	Niño3	-0.337	0.115	0.284	-0.059	-0.201	0.097	0.126	0.094	-0.152	-0.182	0.141	-0.205	0.169	-0.34	-0.95	-0.33		
<b>Noviembre</b>	Chanlud	Niño3	0.380	0.068	0.330	-0.136	0.200	-0.189	0.271	-0.307	0.146	-0.333	0.184	-0.047	0.055	0.179	0.837	0.380		
<b>Diciembre</b>	Chanlud	Niño3	0.0013	-0.0068	-0.0206	-0.00306	-0.005171	0.023	-0.0571	-0.0174	0.014	-0.00008	0.0031	0.0361			-0.206	0.003		

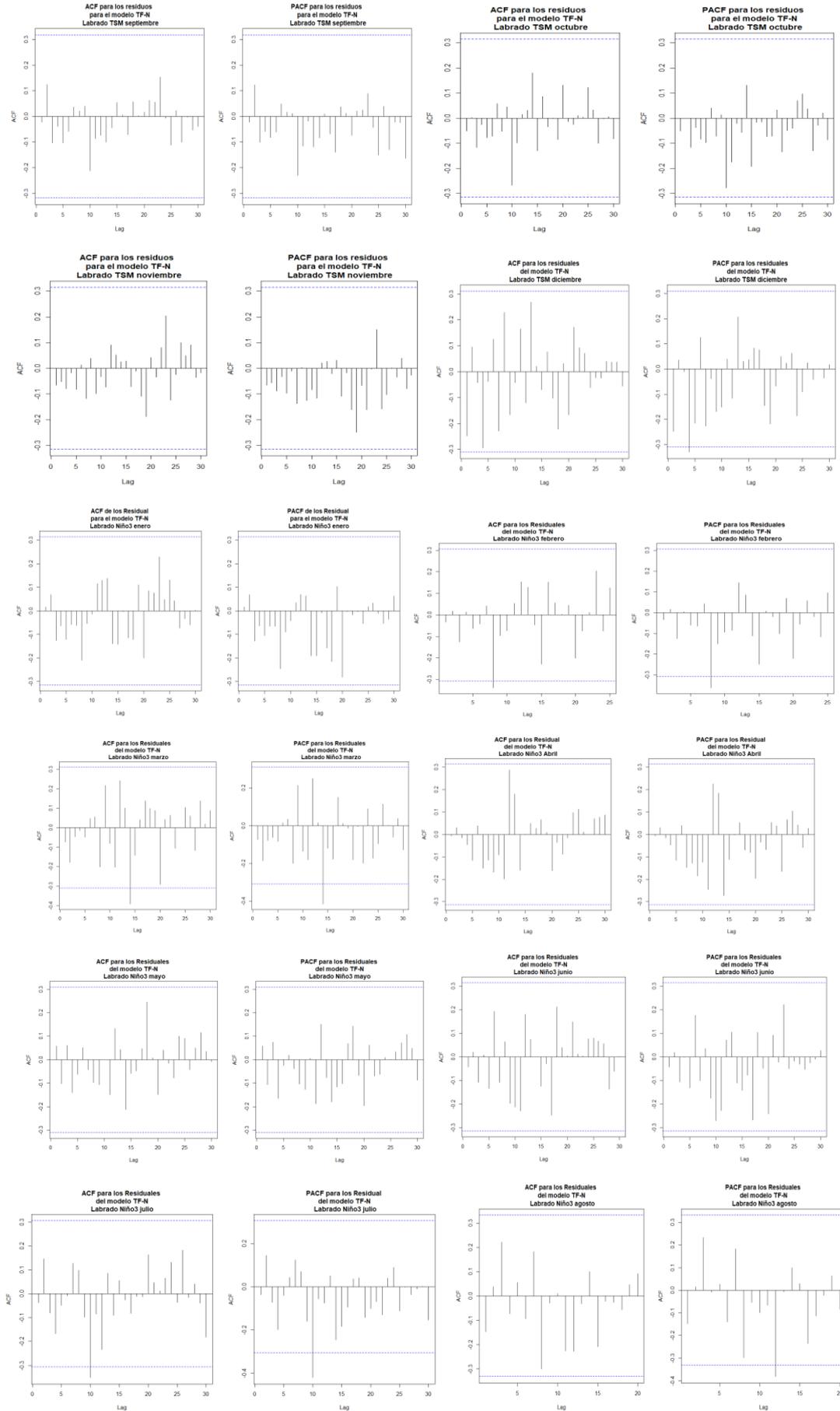
**Anexo 6.** Modelos ARIMA(p,d,q) para  $\hat{N}_t$ , valores críticos AIC y BIC, prueba de Shapiro para los residuales

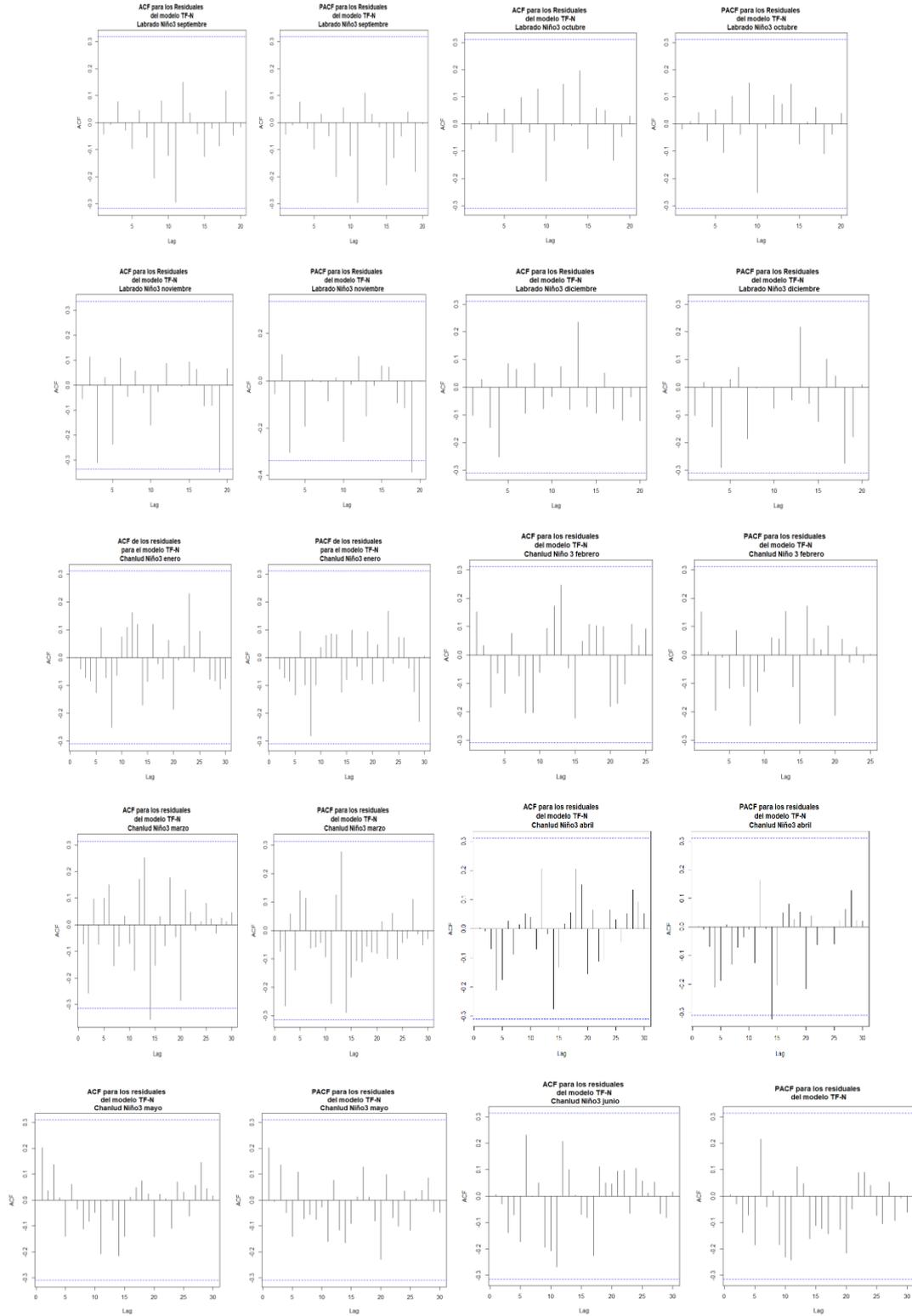
Predictor	Variable de respuesta	Mes	Estación	modelo	AIC	BIC	Prueba de Shapiro
Niño 3	SPI3	enero	labrado	ARIMA(1,0,1)	106.95	112.01	0.7027
Niño 3	SPI3	febrero	labrado	ARIMA(2,0,0)	117.79	119.78	0.3754
Niño 3	SPI3	marzo	labrado	ARIMA(1,0,0)	111.65	116.9788	0.1911
Niño 3	SPI3	abril	labrado	ARIMA(4,1,0)	116.81	121.85	0.2
Niño 3	SPI3	mayo	labrado	ARIMA(0,1,1)	204.63	207.96	0.0695
Niño 3	SPI3	junio	labrado	ARIMA(4,1,0)	115.67	125.99	0.2986
Niño 3	SPI3	julio	labrado	ARIMA(0,1,1)	106.35	109.63	0.7292
Niño 3	SPI3	agosto	labrado	ARIMA(0,1,1)	96.07	99.13	0.7236
Niño 3	SPI3	septiembre	labrado	ARIMA(1,1,1)	151.51	156.43	0.9013
Niño 3	SPI3	octubre	labrado	ARIMA(1,0,4)	230.36	240.34	0.7672
Niño 3	SPI3	noviembre	labrado	ARIMA(0,1,2)	115.06	119.55	0.9737
Niño 3	SPI3	diciembre	labrado	ARIMA(2,0,3)	112.39	122.37	0.8852
Niño 3	SPI3	enero	Chanlud	ARIMA(1,0,1)	107.1	114.16	0.3758
Niño 3	SPI3	febrero	Chanlud	ARIMA(0,1,1)	112.8	116.08	0.3659
Niño 3	SPI3	marzo	Chanlud	ARIMA(0,0,1)	114.9	118.02	0.322
Niño 3	SPI3	abril	Chanlud	ARIMA(2,1,0)	132.08	136.99	0.6288
Niño 3	SPI3	mayo	Chanlud	ARIMA(3,1,0)	135	141.55	0.125
Niño 3	SPI3	junio	Chanlud	ARIMA(4,1,0)	117.67	125.86	0.2987
Niño 3	SPI3	julio	Chanlud	ARIMA(0,1,1)	99.83	103.11	0.8569
Niño 3	SPI3	agosto	Chanlud	ARIMA(0,1,1)	92.28	95.45	0.911
Niño 3	SPI3	septiembre	Chanlud	ARIMA(2,1,0)	206.19	211.1	0.9697
Niño 3	SPI3	octubre	Chanlud	ARIMA(2,0,0)	116.93	121.92	0.618
Niño 3	SPI3	noviembre	Chanlud	ARIMA(1,1,4)	111.7	121.53	0.8697
Niño 3	SPI3	diciembre	Chanlud	ARIMA(2,0,3)	110	119.67	0.8415
TSM	SPI3	enero	Labrado	ARIMA(0,0,3)	105.32	111.87	0.2739
TSM	SPI3	febrero	Labrado	ARIMA(0,0,1)	122	125.37	0.99
TSM	SPI3	marzo	Labrado	ARIMA(0,0,2)	110.95	115.87	0.2141
TSM	SPI3	abril	Labrado	ARIMA(2,1,0)	120.77	125.61	0.613
TSM	SPI3	mayo	Labrado	ARIMA(1,1,0)	119.17	122.39	0.2933
TSM	SPI3	junio	Labrado	ARIMA(0,0,1)	107.12	110.44	0.1373
TSM	SPI3	julio	Labrado	ARIMA(0,1,1)	96.72	101.82	0.1321
TSM	SPI3	agosto	Labrado	ARIMA(0,1,1)	99.76	102.93	0.4224
TSM	SPI3	septiembre	Labrado	ARIMA(0,1,1)	101.73	104.9	0.4668
TSM	SPI3	octubre	Labrado	ARIMA(3,1,0)	103.27	109.82	0.4227
TSM	SPI3	noviembre	Labrado	ARIMA(2,0,4)	108.49	123.80	0.5856
TSM	SPI3	diciembre	Labrado	ARIMA(4,1,0)	124.48	134.79	0.2456
TSM	SPI3	enero	Chanlud	ARIMA(1,0,5)	112.69	115.2	0.8655
TSM	SPI3	febrero	Chanlud	ARIMA(3,0,2)	117.94	127.76	0.7596
TSM	SPI3	marzo	Chanlud	ARIMA(0,1,2)	117.78	122.69	0.241
TSM	SPI3	abril	Chanlud	ARIMA(1,1,0)	142.96	146.18	0.671
TSM	SPI3	mayo	Chanlud	ARIMA(3,0,3)	118.65	130.12	0.2475
TSM	SPI3	junio	Chanlud	ARIMA(3,1,0)	116.01	122.56	0.8109
TSM	SPI3	julio	Chanlud	ARIMA(0,1,1)	101.19	104.47	0.5908

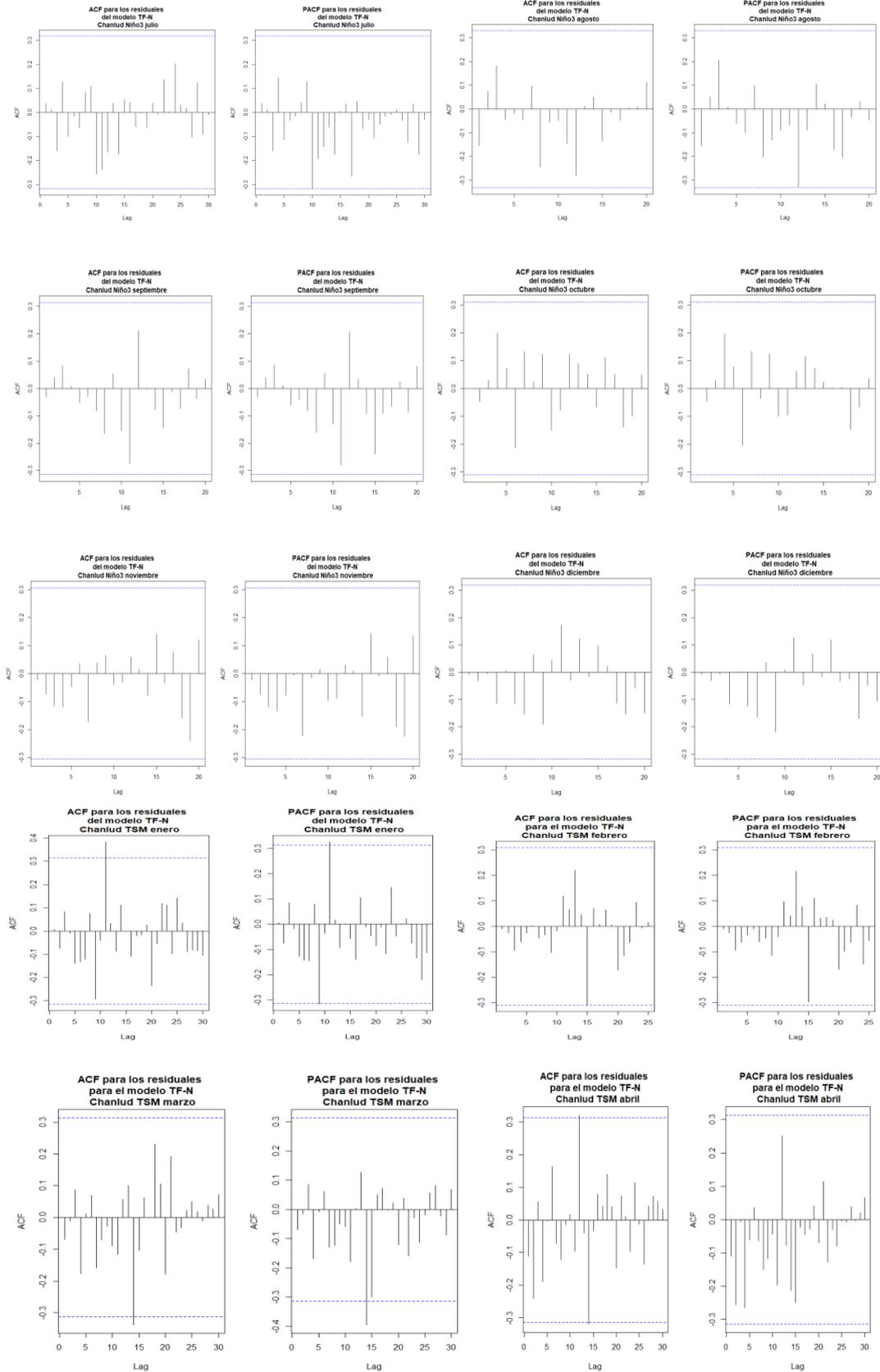
TSM	SPI3	agosto	Chanlud	ARIMA(0,1,1)	91.61	94.77	0.8353
TSM	SPI3	septiembre	Chanlud	ARIMA(0,1,1)	99.43	102.65	0.7676
TSM	SPI3	octubre	Chanlud	ARIMA(3,1,0)	106.51	109.83	0.761
TSM	SPI3	noviembre	Chanlud	ARIMA(3,1,1)	106.59	114.9	0.213
TSM	SPI3	diciembre	Chanlud	ARIMA(0,0,5)	116.89	126.87	0.3554

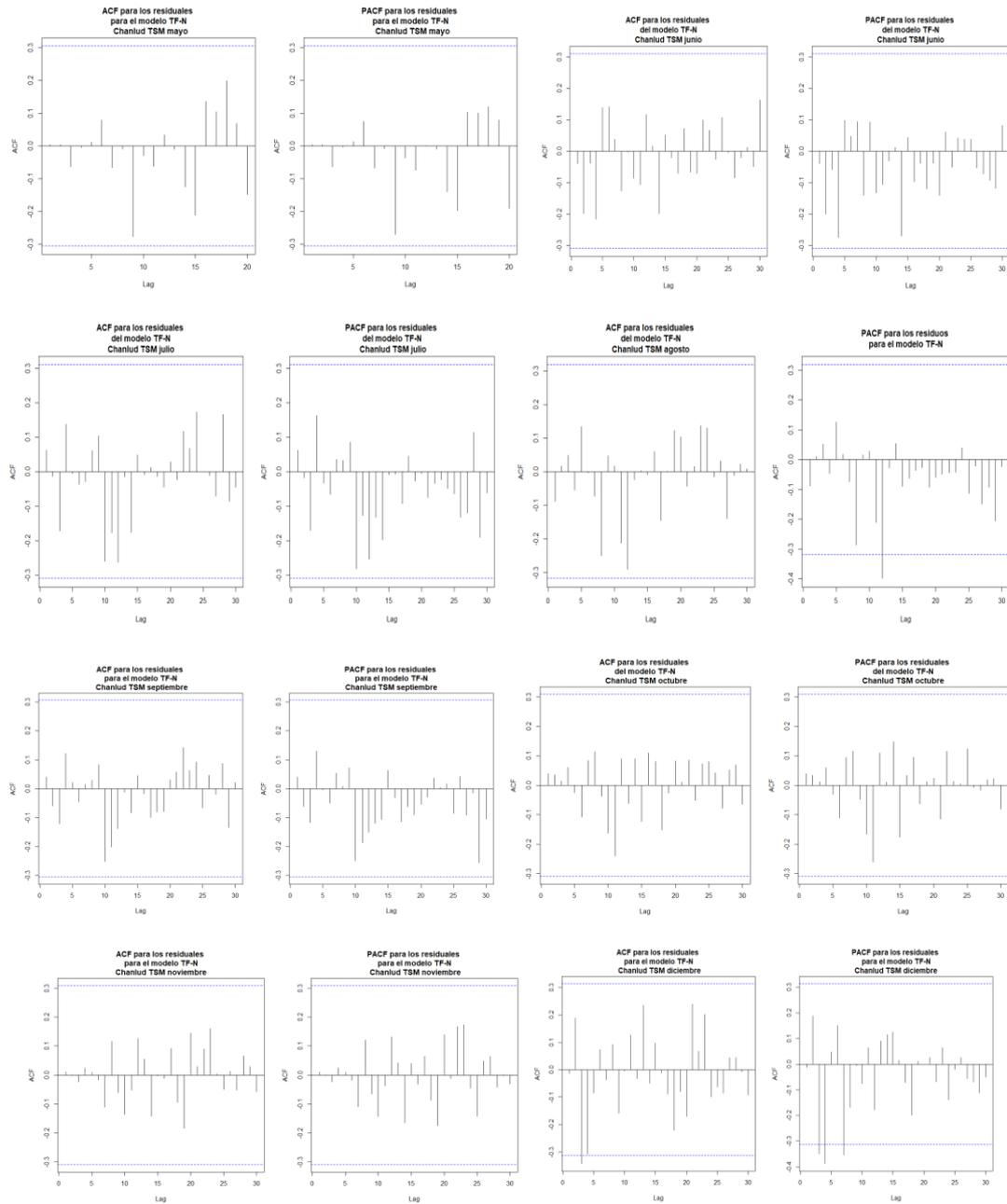
**Anexo 7. ACF y PACF para los residuales de los modelos de función de transferencia evaluados**



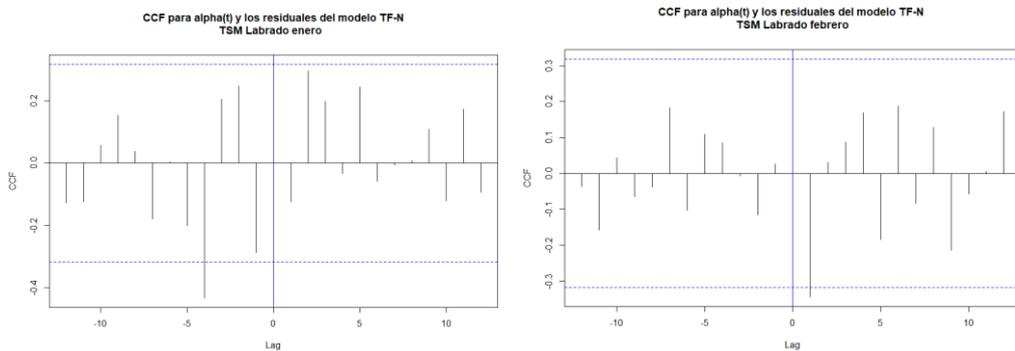


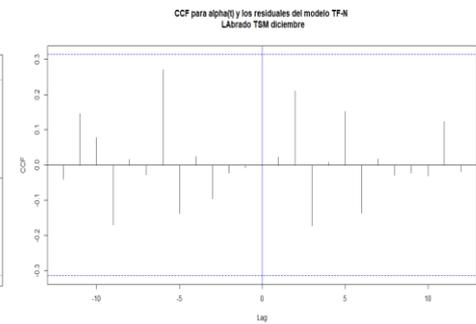
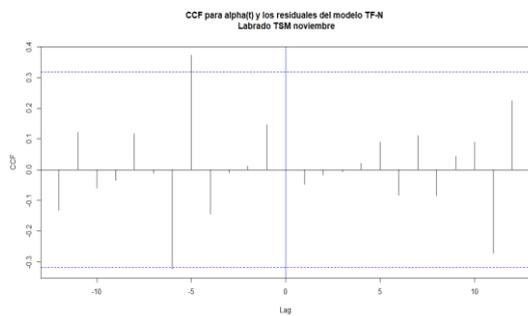
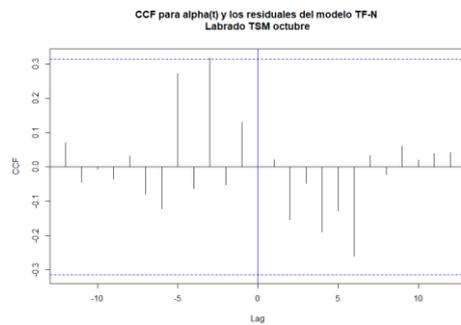
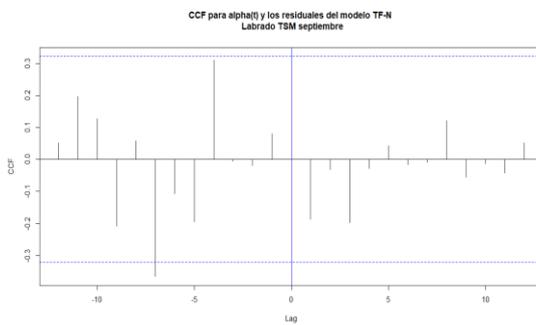
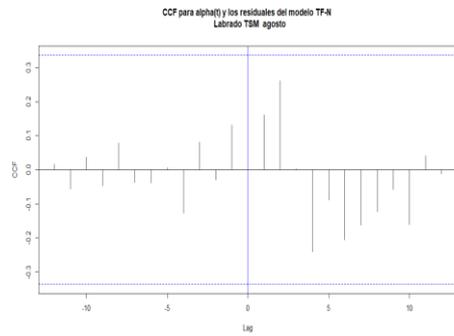
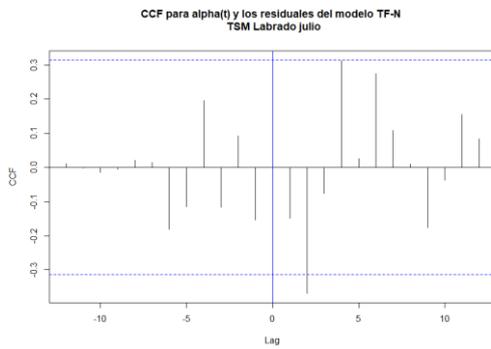
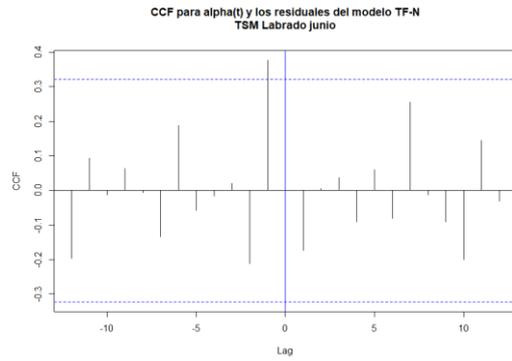
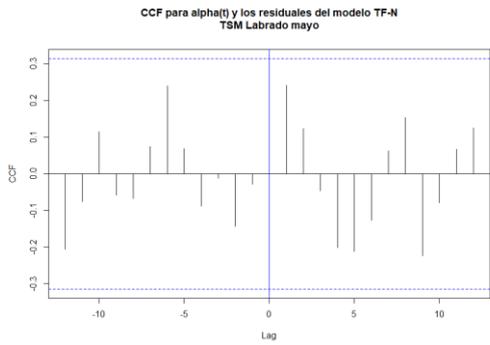
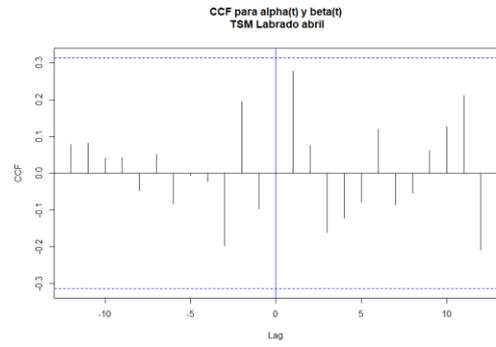
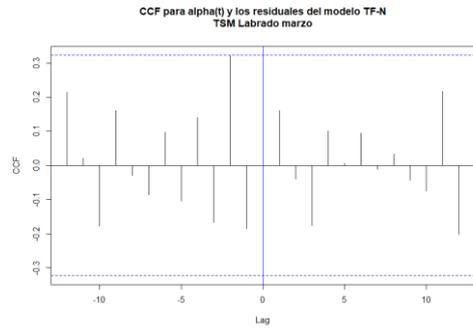


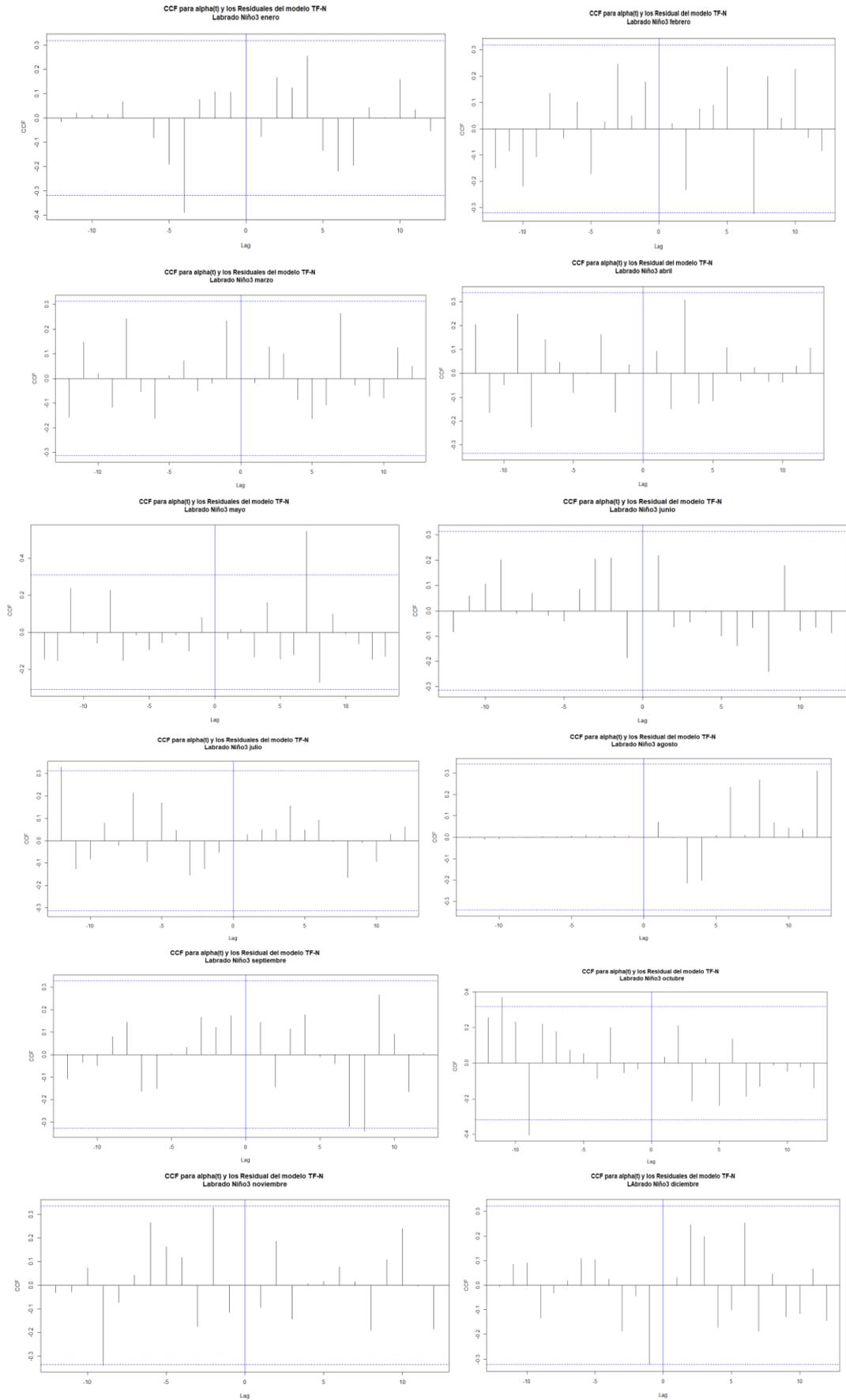


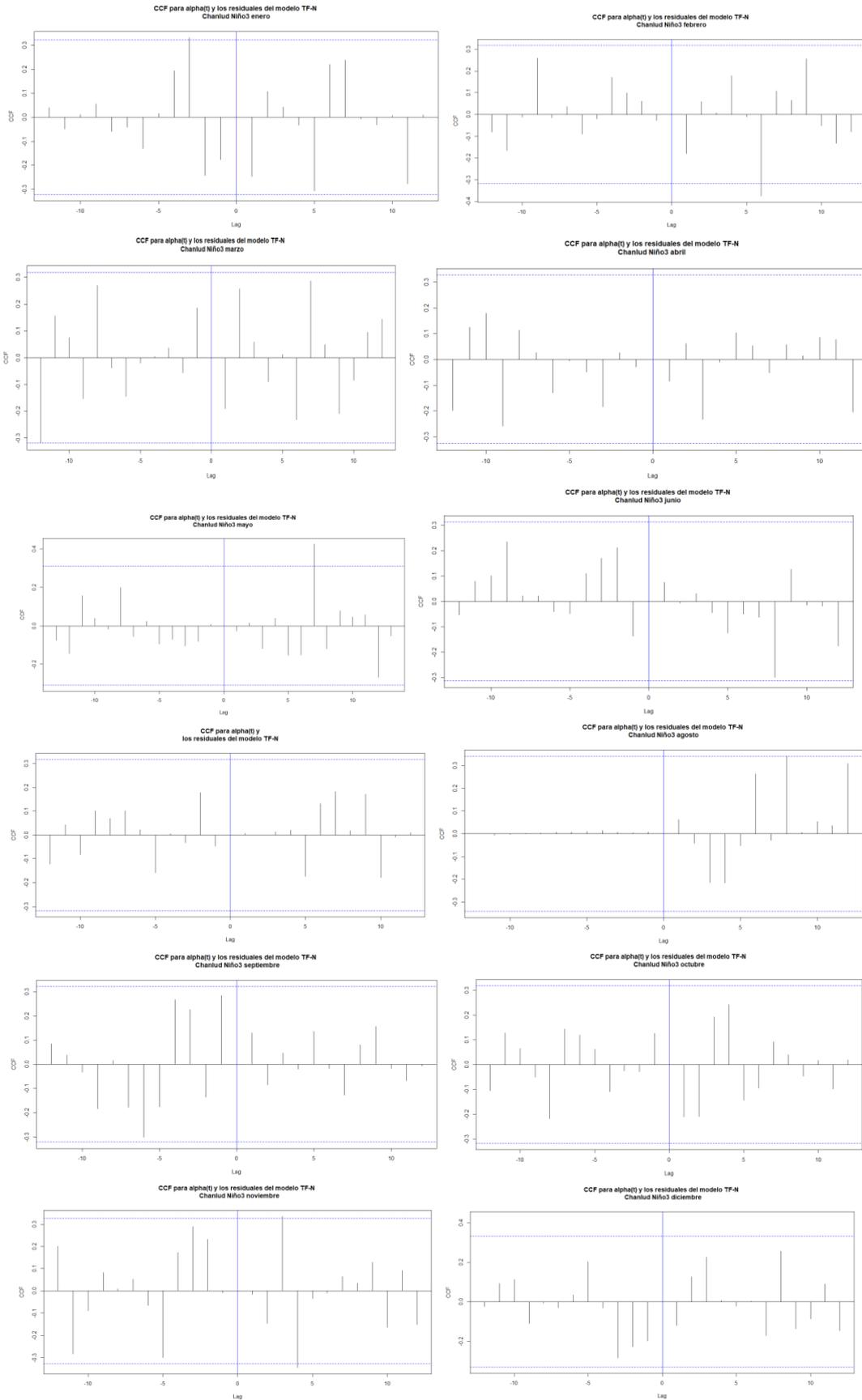


**Anexo 8. Función de correlación cruzada entre  $\alpha_t$  y los residuos de la función de transferencia**

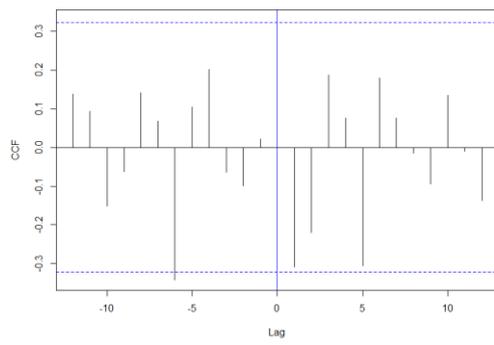




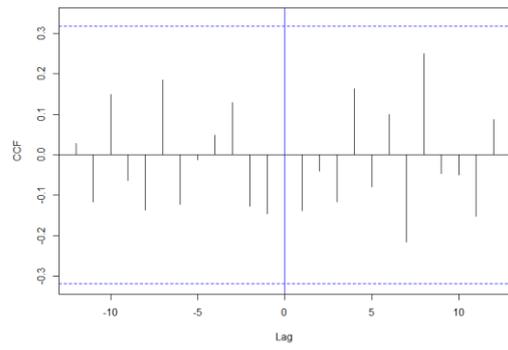




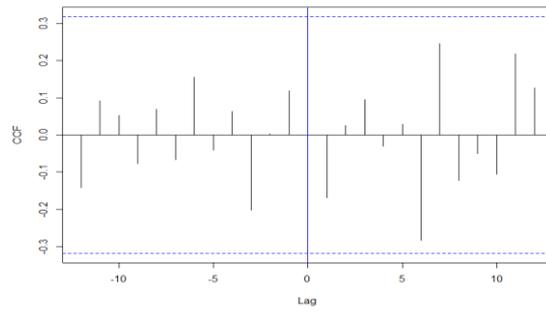
CCF para  $\alpha(t)$  y los residuales del modelo TF-N  
Chanlud TSM enero



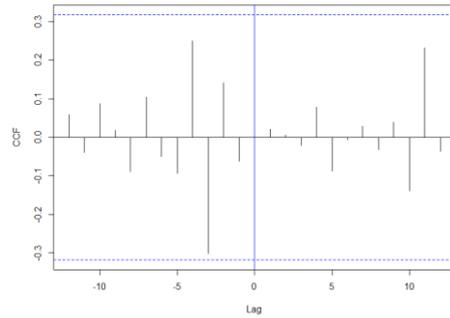
CCF para  $\alpha(t)$  y los residuales del modelo TF-N  
Chanlud TSM febrero



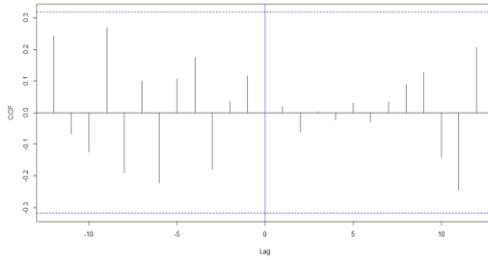
CCF para  $\alpha(t)$  y los residuales del modelo TF-N  
Chanlud TSM marzo



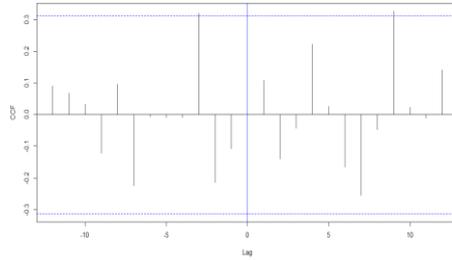
CCF para  $\alpha(t)$  y los residuales del modelo TF-N  
Chanlud TSM abril



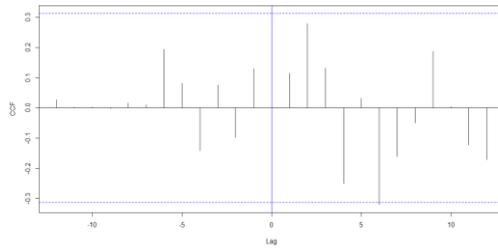
CCF para  $\alpha(t)$  y los residuales del modelo TF-N  
Chanlud TSM mayo



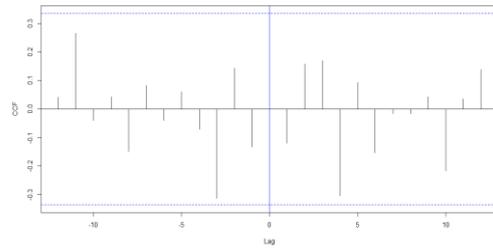
CCF para  $\alpha(t)$  y los residuales del modelo TF-N  
Chanlud TSM junio

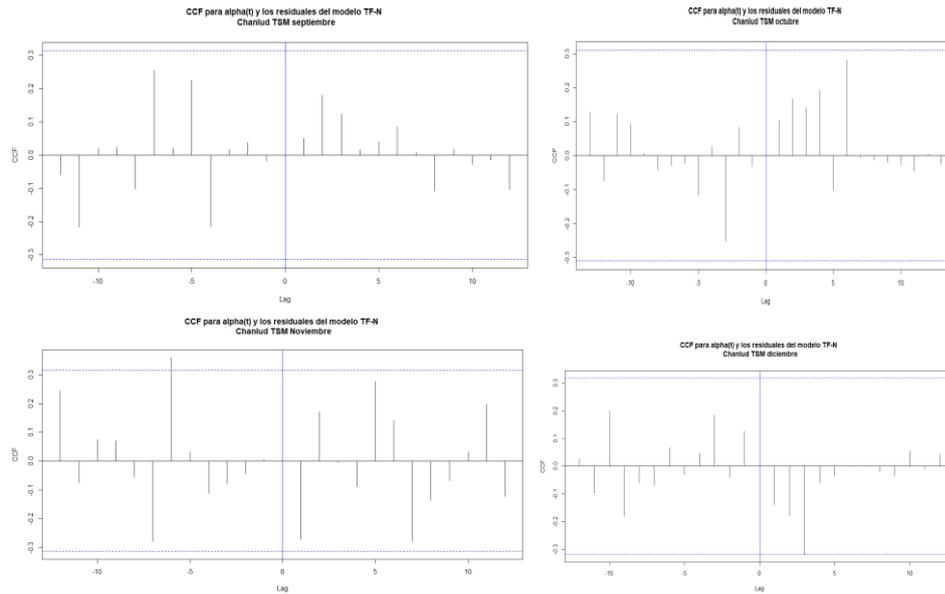


CCF para  $\alpha(t)$  y los residuales del modelo TF-N  
Chanlud TSM julio



CCF para  $\alpha(t)$  y los residuales del modelo TF-N  
Chanlud TSM agosto





**Anexo 9. Modelos ARIMA(p,d,q) para SPI3(yt)**

Estación	Mes	Modelo	AIC	BIC	Shapiro test
Chanlud	enero	ARIMA(3,0,0)	122	138.65	0.3449
	febrero	ARIMA(1,1,4)	125.89	136.03	0.7543
	marzo	ARIMA(2,1,0)	124.11	129.18	0.2926
	abril	ARIMA(0,0,1)	119.18	122.6	0.7227
	mayo	ARIMA(3,0,3)	125.9	137.9	0.4202
	junio	ARIMA(2,0,5)	119.56	133.27	0.9249
	julio	ARIMA(3,1,1)	112.19	120.64	0.9698
	agosto	ARIMA(3,0,2)	118.35	128.63	0.6003
	septiembre	ARIMA(0,0,5)	119.54	129.82	0.5225
	octubre	ARIMA(2,1,0)	128.97	134.04	0.05534
	noviembre	ARIMA(3,1,0)	115.75	122.51	0.8088
	diciembre	ARIMA(2,0,3)	118.47	128.75	0.677
Labrado	enero	ARIMA(1,0,1)	112.54	117.68	0.5934
	febrero	ARIMA(1,0,2)	113.63	120.48	0.3793
	marzo	ARIMA(4,1,0)	123.97	132.41	0.2935
	abril	ARIMA(0,0,1)	111.14	114.56	0.71
	mayo	ARIMA(1,0,0)	108.53	111.95	0.2697
	junio	ARIMA(2,1,4)	116.53	128.35	0.5305
	julio	ARIMA(1,1,0)	116.2	119.58	0.1775
	agosto	ARIMA(3,1,0)	115.49	122.25	0.7613
	septiembre	ARIMA(2,1,0)	109.56	114.63	0.6898
	octubre	ARIMA(3,1,0)	111.94	118.7	0.3141
	noviembre	ARIMA(3,1,1)	113.53	121.97	0.9023
	diciembre	ARIMA(2,0,0)	119.6	124.74	0.4171