



UNIVERSIDAD DEL AZUAY
FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
ESCUELA DE INGENIERÍA EN MINAS

**Caracterización de material rocoso mediante ensayos
físicos de campo**

Trabajo de graduación previo a la obtención del título de:

INGENIERO EN MINAS

Autor:

KAREN ELIZABETH BRITO VERDEZOTO

Director:

ERNESTO PATRICIO FEJOO CALLE

CUENCA, ECUADOR

2020

DEDICATORIA

Mi tesis dedico con todo el amor y el cariño del mundo a mis Padres Magno e Inés por su esfuerzo para poder darme una carrera, por haberme forjado la persona que soy ahora, por apoyarme en cada momento, por enseñarme a luchar en los momentos difíciles, por ser un apoyo económico y emocionalmente.

A mis hermanas Emilia y Sofía que con amor siempre han estado para mí, brindándome sonrisas, consejos, y ayuda en todos los momentos.

A mi profesor Ing. Patricio Feijoo que siempre tuvo la paciencia para enseñarnos, sabiduría para guiarnos, la confianza y conocimiento para poder realizar el trabajo.

A mis compañeras Camila y Génesis que fueron mis confidentes y me ayudaron a lo largo de toda mi estancia en la universidad.

Elizabeth Brito

AGRADECIMIENTOS

Agradezco a la universidad del Azuay, escuela de Ingeniería en Minas por haberme dado una formación integral, ética y responsable como profesional y como persona.

A mi querido director de tesis Ing. Patricio Feijoo que le admiro ya que en el transcurso de la universidad ha sido un ejemplo que con paciencia y amor nos ha enseñado sus conocimientos; y ha sido mi guía durante la realización de este Trabajo

De igual manera agradezco al Ing. Leonardo Núñez, Dr. Juan Calderón y Ing. Fernando Valencia por el conocimiento compartido.

A todos mis compañeros y amigos por los momentos vividos en la vida universitaria.

Elizabeth Brito

ÍNDICE DE CONTENIDO

DEDICATORIA	ii
AGRADECIMIENTOS	iii
ÍNDICE DE FIGURAS.....	vi
ÍNDICE DE TABLAS	vii
RESUMEN.....	vii
ABSTRACT.....	viii
INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO I MARCO TEÓRICO.....	3
1.1 Génesis de las muestras.....	3
1.2 Andesitas	5
1.3 Propiedades de la roca.....	6
1.4 Densidad.....	7
1.5 Porosidad.....	7
1.6 Absorción	9
1.7 Resistencia a la Compresión Simple	9
1.8 Teoría de Conjuntos	11
1.8.1 Diagramas de Venn	12
CAPÍTULO II EXPERIMENTACIÓN.....	15
2.1 Número de muestras y preparación.....	15
2.2 Ensayo de densidad en mina	16
2.3 Ensayo de porosidad en mina.....	17

2.4 Ensayo de absorción en mina.....	18
2.5 Determinación de la resistencia a la compresión simple	20
CAPÍTULO III ANÁLISIS DE RESULTADOS	21
3.1 Análisis de resultados de la densidad, porosidad y absorción de las muestras	21
3.2 Análisis de resultados de Resistencia a la Compresión Simple en roca	23
3.3 Interpretación y análisis de resultados obtenidos.....	24
3.4 Caracterización del material.....	28
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	28
BIBLIOGRAFIA.....	31

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1 Fotografía de una andesita en el sector de Cojitambo	4
Figura 1.2 Andesita.	6
Figura 1.3 Conjunto Universo, conjunto A y complemento de A	12
Figura 1.4 Conjunto unión e intersección.	13
Figura 1.5 ley de Morgan en conjuntos.....	13
Figura 1.6 Ejemplo de diagrama con datos	14
Figura 2.1 Elaboración de probetas.....	15
Figura 2.2 Probetas de roca.	16
Figura 2.3 Pesada de las probetas de roca.....	16
Figura 2.4 Medición de las probetas.	17
Figura 2.5 Proceso de secado de las probetas	18
Figura 2.6 Proceso de absorción de las probetas.....	19
Figura 2.7 Proceso de pesaje de probetas con absorción de agua.	19
Figura 2.8 Ruptura de las probetas para determinación de la RCS.....	20
Figura 3.1 Valores de densidad en mina por rangos.	25
Figura 3.2 Valores de porosidad en mina por rangos.....	25
Figura 3.3 Valores de absorción en mina por rangos.....	26
Figura 3.4 Muestras por subconjntos dobles.....	27
Figura 3.5 Muestras en subconjunto triple	27

ÍNDICE DE TABLAS

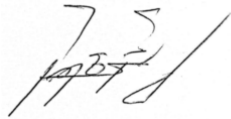
Tabla 1.1 Clasificación de la roca en base a la resistencia a la compresión según la ISRM.....	10
Tabla 3.1 Datos de las 60 probetas.....	21
Tabla 3.2 Datos de RCS de las 60 probetas.	23

CARACTERIZACIÓN DE MATERIAL ROCOSO MEDIANTE ENSAYOS FÍSICOS DE CAMPO

RESUMEN

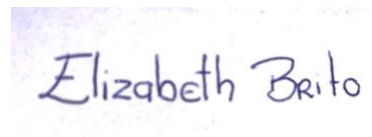

Este trabajo tuvo como objetivo caracterizar cualquier material rocoso, a través de pruebas físicas en el campo o en mina. En minería, tanto a cielo abierto como subterránea es importante determinar las características del material rocoso presente en la zona o sobre el cual se va a desarrollar el proyecto minero, y una de estas características, y de mayor relevancia y/o uso para efectuar cálculos posteriores, es la resistencia a la compresión simple o uniaxial. Por medio de pruebas físicas como la densidad, porosidad y absorción, se caracterizó el material rocoso y este procedimiento puede ser valioso para los ingenieros de minas, que no cuentan con la posibilidad técnica o económica para determinar dicho parámetro. Estas pruebas para obtener dichas propiedades físicas, las denominamos pruebas de campo o “in situ”.

Palabras clave: resistencia a la compresión simple, densidad, porosidad, absorción.



Ernesto Patricio Feijoo Calle
Director del Trabajo de Titulación

Leonardo Aníbal Núñez Rodas
Coordinador de Escuela



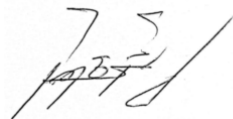
Karen Elizabeth Brito Verdezoto
Autora

CHARACTERIZATION OF ROCKY MATERIAL THROUGH PHYSICAL FIELD TESTS

ABSTRACT

This work aimed at characterizing any rocky material through physical tests in the field or in a mine. In mining, both open pit and underground, it is important to determine the characteristics of the rocky material present in the area or in the mining project. One of the characteristics of greater relevance and/or use to carry out later calculations is simple or uniaxial compressive strength. Rock material was characterized through physical tests such as density, porosity and absorption. This procedure can be valuable for mining engineers, who do not have the technical knowledge or cannot afford to determine this parameter. The tests to obtain these physical properties are called field tests or "in situ" tests.

Keywords: Simple compressive strength, density, porosity, absorption.

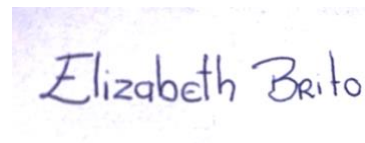


Ernesto Patricio Feijoo Calle

Thesis Director

Leonardo Aníbal Núñez Rodas

Faculty Coordinator



Karen Elizabeth Brito Verdezoto

Author

Karen Elizabeth Brito Verdezoto
Trabajo de Titulación
Ing. Ernesto Patricio Feijoo Calle
Julio, 2020

CARACTERIZACIÓN DE MATERIAL ROCOSO MEDIANTE ENSAYOS FÍSICOS DE CAMPO

INTRODUCCIÓN

En el desarrollo de la explotación de minas y canteras es importante determinar la resistencia a la compresión simple de las rocas (RCS) ya que mediante este parámetro se pueden desarrollar clasificaciones de los macizos rocosos, como la del Rock Mass Rating (RMR) o Índice Q, con las cuales se determina la estabilidad de las estructuras mineras, tanto a cielo abierto como en subterráneo.

La resistencia de una roca o de sedimentos no bien consolidados está influida por la mineralogía de sus partículas y por el contacto que hay entre ellas (Blyth y Freitas, 2003).

Pero muchas veces debido a las condiciones en las cuales se encuentran las labores mineras, resulta complicado y a veces casi imposible enviar muestras de roca a laboratorios para determinar el parámetro RCS, además de la demora en los tiempos de entrega de las muestras, siendo, una problemática para los encargados de evaluar la estabilidad de las estructuras en el campo, por lo que se presenta la imperiosa necesidad de presentar alternativas in situ para la valoración de la RCS.

En este trabajo se propone determinar las propiedades físicas de las rocas y correlacionarlas con la RCS, para de esta manera obtener de una manera aproximada dicho parámetro.

La Mecánica de Rocas, que es la encargada de estudiar las propiedades de las rocas y de los macizos rocosos, El comportamiento de una masa o macizo de roca in situ es diferente de un material rocoso, debido a que el material rocoso es mucho más fuerte y un macizo rocoso presenta casi siempre sistemas de debilidades estructurales llamadas diaclasas (fracturas, fisuras, juntas, discontinuidades, fallas de varios tamaños). Prácticamente todas las rocas que

forman los kilómetros de la corteza terrestre están atravesadas por fisuras y grietas de corta extensión (Iriondo, 2006).

En este punto se debe analizar cada una de las propiedades de las rocas que se verán involucradas en las diferentes propuestas de correlación de este trabajo, tomando en consideración que la heterogeneidad de los materiales o rocas usados siempre pueden ser un limitante para su análisis, incluso en rocas aparentemente isótropas y homogéneas, entendiéndose como homogeneidad a dos muestras cualesquiera de una masa rocosa del mismo volumen y misma orientación desde todos los puntos de vista (Ragan, 1980), las propiedades pueden variar según el grado de cementación o variaciones en la composición mineralógica.

CAPÍTULO I

MARCO TEÓRICO

La Mecánica de Rocas se encarga de estudiar las propiedades de las rocas y de los macizos rocosos. En cuanto a la matriz rocosa o simplemente roca, hay muchos parámetros que se emplean para su identificación y descripción de sus características. Estas propiedades junto con la composición mineralógica determinan su comportamiento (Román, 2019).

El material rocoso o matriz rocosa es la roca simple y suelta de un conjunto de pedazos del material. Este conjunto de pedazos del material rocoso toma el nombre de macizo rocoso y es el que debe ser evaluado en su totalidad. (Feijoo, P; Roman, M, 2019).

La descripción, características, propiedades de la matriz rocosa, las discontinuidades y los parámetros del macizo rocoso, proporcionan los datos necesarios para la evaluación global del macizo. A partir de estos datos, la aplicación de las clasificaciones geomecánicas permite estimar la calidad y los parámetros resistentes aproximados del macizo, en términos de cohesión y fricción (González, Ferrer, Ortuño, Oteo, 2004).

Se define macizo rocoso como la forma en la que presentan las rocas en el medio natural. Así pues un macizo rocoso estará definido por la roca y la estructura, que a su vez contendrá planos de estratificación, fallas juntas, pliegues y otros caracteres estructurales. Los macizos rocosos son por tanto discontinuos y pueden presentar propiedades heterogéneas y/o. anisótropas (Feijoo, P; Roman, M, 2019).

1.1 Génesis de las muestras

El sitio de estudio se encuentra ubicado en la provincia del Cañar, en el cantón Azogues, parroquia Cojitambo.

El cerro Cojitambo presenta una variedad típica y hermosa de la andesita anfibólica; en la masa fundamental microcristalina de un color gris claro se distinguen perfectamente bien los cristalitos de anfíbola, mica negra y los fragmentos más grandes de la plagioclasa (andesina)

blanca; con la aguja magnética se comprueba también la presencia de la magnetita que no falta en casi ninguna variedad” (Ángel, 1961).



Figura 0.1 Fotografía de una andesita en el sector de Cojitambo
Fuente: (Ángel, 1961)

Del texto de Ángel de 1961, podemos rescatar algunos párrafos que son merecedores de presentar:

“En el último de estos ramales que se extiende entre el río Déleg al de Azogues por su aislada posición y las formas escarpadas de sus peñascos sobre la meseta de Cojitambo entre los pueblos de Déleg y de Chuquipata corren una muralla larga. La altura es de 3.076 m. sólo 14 m. inferior a la del Guagualshuma.”

“Es decir, se trata de un terreno volcánico y la constitución petrográfica continua:

“No quiero negar que en el Ecuador falten por completo los volcanes homogéneos, al contrario, me inclino a tomar por tales algunas montañas pequeñas como por ejemplo el cerro de Cojitambo, que cerca de Azogues, se levanta aislado de la arenisca cretácea formando un macizo bastante homogéneo de andesita anfibólica, igualmente el cerro tendido entre Udushapa y Oña que es un macizo de andesita cuarcífera”.

“En el valle del río Paute se observa bien la sobre posición de la formación volcánica sobre la de la arenisca de Azogues y al Norte de dicho río, entre Paute y San Cristóbal existe un pequeño grupo de vetas y diques de lava andesítica, que rompieron aquella formación sedimentaria, así

como también el cerro Cojitambo que todo se compone de una andesita muy hermosa y se levanta aislado en medio de la arenisca, sin alterar mucho el rumbo general de las capas de ella”.

“El cerro mismo es una roca volcánica que se levanta en medio de la arenisca de Azogues. Cuando se hundieron las capas de la formación sedimentaria a su lado, perdió su apoyo y desgajó una gran parte de su cumbre, de manera que ahora se presenta como una muralla tajada de ese lado. Los pedazos de andesita se acumularon en su mayor parte al pie del cerro y algunos rodaron sobre las faldas del terreno adyacente encontrándose ahora esparcidos por los campos y hasta el pueblo de Chuquipata”.

“El cerro Cojitambo presenta una variedad típica y hermosa de la andesita anfibólica; en la masa fundamental microcristalina de un color gris claro se distinguen perfectamente bien los cristallitos de anfíbola, mica negra y los fragmentos más grandes de la plagioclasa (andesina) blanca; con la aguja magnética se comprueba también la presencia de la magnetita que no falta en casi ninguna variedad”.

Actualmente se puede notar claramente la andesita de un color gris en las partes de los peñascos para labrar los adoquines, los cuales son transportados para los pavimentos de las calles Cuenca y Azogues, con estas mismas piedras se construyeron edificios y actualmente estas son muy utilizadas para construcción de fachadas.

En la parte de Azogues y Biblián existe variedad de minerales: mármoles, tobas, carbón de piedra, mercurio y arenas auríferas; en donde estos minerales pudieran ser de gran utilidad industrial y ayudaría de forma económica al país. (Ángel, 1961).

1.2 Andesitas

Desde hace pocos años atrás G. Rose detectó que los volcanes altos de los Andes de Sudamérica no se formaba de traquita, sino se formaban de una roca parecida, pero en apariencia por cual se propuso el nombre ANDESITA. Las investigaciones correspondientes las realizó Abich (Naumann, s.f.).

Podemos decir que las muestras son andesitas, es decir que son rocas ígneas intermedias, de color gris, poseen grano fino y su origen es volcánico; es por eso su nombre de andesita debido a que proviene de los volcanes que están formados por los Andes de América del Sur y por estructuras que se encuentran alrededor del océano Pacífico que tienen su misma composición.

La andesita se puede parecer a la riolita debido a la composición, por eso es necesario analizar con microscopio. La andesita suele tener una textura porfídica, en donde los cristales son claros y rectangulares de plagiocasa o cristales negros y alargados de anfíbol, la andesita contiene cuarzo en pequeñas cantidades a comparación de la riolita. (Tarbuck, Lutgens, 2005).



Figura 0.2 Andesita.
Fuente: (Tarbuck, Lutgens, 2005)

1.3 Propiedades de la roca

Las propiedades de los materiales se clasifican generalmente como físicas, químicas y mecánicas. Es evidente que la lista de propiedades que pueden medirse en un material es muy extensa.

Dentro de las propiedades físicas se incluyen densidad, porosidad, permeabilidad a líquidos y gases, capacidad calorífica, compresión, conductividad, expansiones térmicas, etc.

Entre las propiedades químicas pueden incluirse la resistencia a soluciones ácidas y alcalinas, y a las reacciones inducidas por la presencia de sales. Las propiedades mecánicas: tensión, flexión, impacto, penetración por otro cuerpo y por otras acciones que involucran la generación de fuerzas, como: la cristalización de hielo y sales en el interior del sistema poroso de los materiales y los cambios volumétricos de los mismos debidos a cambios de temperatura (urg, 2007).

1.4 Densidad

La densidad es una propiedad elemental y fundamental de los materiales, relacionada con la naturaleza de sus constituyentes y la existencia de espacios vacíos entre ellos. La densidad (ρ) se define como la masa (M) por unidad de volumen (V), y se expresa en kg/m³:

$$\rho = \frac{M}{V} \quad (1)$$

Conocida la masa y el volumen de una muestra rocosa se determina de forma inmediata su densidad. En los materiales porosos tanto la masa como el volumen admiten ciertas matizaciones y, en consecuencia, se pueden establecer distintos tipos de densidad. Fundamentalmente se distingue dos: “densidad de los granos minerales” y “densidad de la roca seca”. También se consideran otros tipos de densidad, obtenidos a partir de distintos ensayos, como la “densidad de la roca húmeda” (para un determinado contenido en humedad) y la “densidad corregida” o “densidad del esqueleto” (cuando el volumen de roca no incluye los poros abiertos, pero incluye los cerrados) (Rodríguez, 2010).

1.5 Porosidad

En este caso se considera únicamente la porosidad (n) como una propiedad física, es decir como un parámetro numérico. Se define como el volumen ocupando los espacios vacíos (V_v) o volumen poroso (V_p) por unidad de volumen total de roca (V_t), y se expresa en porcentaje:

$$n = \frac{V_v}{V_t} \cdot 100 \quad (2)$$

Igual que la densidad, la porosidad admite ciertas matizaciones y se establece distintos tipos, siendo los principales: la “porosidad total” y la “porosidad abierta”.

De acuerdo con las características de los espacios vacíos contemplados, pueden considerarse otros tipos de porosidad: “cerrada”, “accesible” a un determinado fluido, “comunicada” o “efectiva” para un determinado comportamiento. La porosidad total (n) se define como el volumen total de vacíos por unidad de volumen total de roca. En este caso deben contabilizarse todos los espacios vacíos presentes: abiertos, cerrados, accesibles y no accesibles. Su valor no puede obtenerse de forma experimental, ya que incluye los espacios vacíos no comunicados con el exterior (poros no accesibles). Su determinación se realiza de forma indirecta a partir del valor de ambas densidades.

La determinación teórica se da conociendo la densidad de los granos minerales (ρ_s) y la densidad de la roca seca (ρ_d), la porosidad total (n) se calcula a partir de la expresión:

$$n = \frac{(\rho_s - \rho_d)}{\rho_s} \cdot 100 \quad (3)$$

La porosidad abierta (no) se conoce también como porosidad accesible o comunicada, y se define de la misma forma como el volumen de poros abiertos (V_a) o comunicados entre sí y con el exterior (accesibles al agua normalmente) por unidad de volumen total de roca:

$$n_o = \frac{V_a}{V_t} \cdot 100 \quad (4)$$

Esta porosidad se determina normalmente mediante técnicas experimentales, basadas en introducir un fluido en los poros y cuantificar su volumen. El procedimiento más común es el método de la pesa hidrostática ya mencionado, en dicho ensayo se saturan los poros con agua –normalmente al vacío– de acuerdo con las especificaciones de la norma y se obtiene la porosidad abierta “accesible al agua”. Otro método utilizado es por inyección de mercurio, en este caso se introduce mercurio a presión en los poros y a partir del volumen inyectado se determina la porosidad abierta “accesible al mercurio”. En la mayoría de las rocas los valores obtenidos en ambos ensayos son parecidos, siendo ligeramente mayor la porosidad accesible al agua, ya que el mercurio no llega a introducirse en los poros muy pequeños ($< 0,003 \mu\text{m}$), y dicho ensayo tampoco considera los poros con accesos muy grandes ($> 100 \mu\text{m}$). Pero el método no sería muy recomendado usarlo en los campamentos mineros. (Rodríguez, 2010).

La porosidad total es el máximo valor de porosidad que presenta un material. En el caso ideal de que todos sus poros estén conectados con el exterior de la muestra, la porosidad total y la porosidad abierta coinciden. En la mayoría de las rocas la diferencia entre ambos valores es normalmente pequeña. Esta porosidad presenta gran interés en la caracterización de las rocas como materiales de construcción, ya que está relacionada con su capacidad de absorber de agua y su comportamiento frente al deterioro. (Rodríguez, 2010).

La porosidad abierta es el parámetro más significativo de los materiales, y en particular de las rocas industriales, ya que condiciona su capacidad para almacenar fluidos, influyendo en sus restantes propiedades físicas, así como en su actividad química y, en última instancia, en su durabilidad y calidad. Las diferencias de porosidad entre las distintas rocas son muy notables, así las cristalinas se caracterizan por sus bajos valores (alrededor el 1 %), mientras que las detríticas presentan valores mucho más altos (alrededor del 15 %) (Rodríguez, 2010).

1.6 Absorción

El término absorción indica la acción de absorber. No obstante, se emplea principalmente para referirse a la retención de una sustancia por las moléculas que posee otra, bien sea en estado líquido o gaseoso (significados, 2013).

La absorción en química es un proceso que consiste en la separación de uno o más componentes de un gas haciendo uso de un solvente líquido que permitirá crear una solución, se caracteriza por la presencia de una reacción entre el compuesto a eliminar y el disolvente empleado. Dependiendo del tipo de disolvente, de las condiciones de circulación de ambas fases y de la velocidad a la que se den tanto la de materia entre las fases como la reacción química, la columna de absorción adoptará una configuración. Es necesario señalar que la reacción química existente suele ser de tipo reversible, por lo que será posible la posterior recuperación del disolvente empleado (SÁEZ, 2015)

El proceso de absorción física es el descrito al comienzo del sub apartado anterior, es decir, es un operación unitaria controlada por la transferencia de materia, que consiste en eliminar un componente de interés, presente en una corriente gaseosa, mediante la utilización de un disolvente líquido que arrastra consigo dicho compuesto de interés, con la salvedad de que en este tipo de absorción no existe reacción química, sino únicamente transferencia de materia en entre la fase gaseosa y la fase líquida. Es debido a esta última razón por lo que este tipo de procesos dependen de la presión parcial del contaminante, por lo que solo son aplicables cuando la presión del gas y la concentración de contaminante son altas (Ceballos, s.f.).

1.7 Resistencia a la Compresión Simple

Se denomina Resistencia a la Compresión Simple de una roca (RCS) al esfuerzo medido sobre la misma de una manera técnica. Esta valoración o parámetro se debe a la necesidad de emplear clasificaciones a los macizos rocosos. Estas clasificaciones son conocidas como clasificaciones geomecánicas y derivan de la diferencia existente entre las propiedades de la roca por su naturaleza y las del macizo, que presenta diferentes grados de fracturación y meteorización. (Galván, 2015). Las clasificaciones geomecánicas son sistemas de valoración del comportamiento del terreno rocoso. Se basan en calificar numéricamente las propiedades y características específicas de la roca en un emplazamiento determinado y posteriormente

obtener una calificación final como la suma de las valoraciones parciales. Las diferentes clasificaciones toman en cuenta un parámetro fundamental, la Resistencia a la Compresión Uniaxial o Simple de la Roca (RCS). La RCS es una medida de resistencia de la matriz rocosa, la cual representa el esfuerzo de compresión axial máximo que puede soportar una muestra de material antes de fracturarse (Galván, 2015).

Este ensayo sirve para determinar la resistencia a compresión de una probeta cilíndrica de roca de altura entre el doble y el triple del diámetro (Feijoo, Flores, Feijoo, 2019). Normalmente estas probetas se obtienen a partir de testigos de perforación. También se pueden obtener muestras a partir de bloques de roca; la extracción de estos bloques en la mina o en la obra se debe llevar a cabo sin voladuras, ya que éstas pueden generar en la roca nuevas micro fisuras o aumentar las existentes, lo cual se traduciría en una pérdida de resistencia de las probetas que se obtengan de ellos. Averiguar la resistencia a compresión simple de una roca es importante porque permite clasificar la roca según su resistencia, es un parámetro importante en los criterios de rotura más utilizados (Mohr-Coulomb y Hoek-Brown) (Delgado, 2013).

La Tabla 1.1 muestra una clasificación de las rocas y la resistencia a la compresión según la ISRM (International Society for Rock Mechanics) de 1981 (Galván, 2015).

Tabla 1.1 Clasificación de la roca en base a la resistencia a la compresión según la ISRM

Descripción	Resistencia a la Compresión Simple (MPa)
Extremadamente blanda	< 1
Muy blanda	1 a 5
Blanda	5 a 25
Moderadamente blanda	25 a 50
Dura	50 a 100
Muy dura	100 a 250
Extremadamente dura	> 250

Fuente: (Galván, 2015)

Las rocas presentan relaciones lineales y/o no lineales entre las fuerzas aplicadas y las deformaciones producidas, obteniéndose diferentes modelos de curvas de tensión contra deformación para distintos tipos de rocas (Secretaría de Comunicaciones y Transporte, 2016).

1.8 Teoría de Conjuntos

La teoría de conjuntos es aquella que nos proporciona una estructura subyacente para una formulación concisa del tema matemático en cuestión, en el estudio de conjuntos apelamos la intuición, esta vez para las ideas comparables de elemento, conjunto y pertenencia (Grimaldi, 1998).

Al existir una proposición que trata la igualdad de dos expresiones con conjuntos. Cada una de estas expresiones puede contener una o más ocurrencias de conjuntos; en donde se hablará del principio de dualidad, ya que es un teorema relativo a la igualdad de dos expresiones con conjuntos, el uso de este principio reduce el trabajo de forma considerable, este teorema solo puede ser utilizado en los resultados y no en situaciones particulares (Grimaldi, 1998).

Cuando analizamos las relaciones que pueden existir entre los conjuntos implicados en una proporción de igualdad o contenido entre conjuntos, podemos estudiar la situación de manera gráfica (Grimaldi, 1998).

En este trabajo los conjuntos a considerar fueron la densidad, porosidad y adsorción de la roca. El concepto de conjunto es fundamental en todas las matemáticas y en las aplicaciones matemáticas. Un conjunto es simplemente una colección arbitraria de objetos. Si un conjunto es finito y no demasiado grande, podemos escribirlo enumerando sus elementos (Johnsonbaugh, 1999).

Un conjunto queda determinado mediante sus elementos y no por algún orden en particular en que se enumeren dichos elementos, se supone que los elementos que conforman un conjunto son distintos, y aunque por alguna razón podríamos tener duplicados en nuestra lista, solo una ocurrencia de cada elemento está en el conjunto. Si un conjunto es finito pero grande, o bien es infinito, podemos describirlo enunciando una propiedad necesaria para la pertenencia a dicho conjunto (Johnsonbaugh, 1999).

Cuando se tiene dos conjuntos, existen varias formas para combinar y formar un nuevo conjunto, la unión consta de todos los elementos que pertenece a ambos; a veces trabajaremos con varios conjuntos, todos los cuales serán subconjuntos de un conjunto, este conjunto llamado conjunto universal (Johnsonbaugh, 1999).

1.8.1 Diagramas de Venn

Los diagramas de Venn deben su nombre a su creador, John Venn, quien los desarrolló en el año de 1880 y los presentó ese mismo año en una publicación titulada “On the Diagramma and Mechanical Representation of Proposions and Reasonings” de la revista “Philosophical Magazine and Journal of Science”. Los diagramas de Venn surgen por la necesidad de mostrar la agrupación de elementos en conjunto, relacionados de manera que fuera un sistema más claro y sencillo de representación lógica (Vásquez, 2014).

Estos conjuntos se encuentran divididos por tres regiones, donde las relaciones que pueden existir entre los conjuntos implicados, pueden pertenecer a varias categorías al mismo tiempo, es decir son elementos que no son mutuamente excluyentes. Son representaciones de manera gráfica que nos muestran la agrupación de las cosas en forma de conjuntos y sus relaciones (Grimaldi, 1998).

Se construye de la siguiente manera, se encuentran en el interior de un rectángulo, mientras que los subconjuntos se presentan en los interiores de un círculo y otras curvas cerradas. La región sombreada de la figura 1.3 muestra dos diagramas de Venn. La región sombreada de la figura representa al conjunto A mientras que \bar{A} (complemento de A) queda representado por el área en no sombreada.

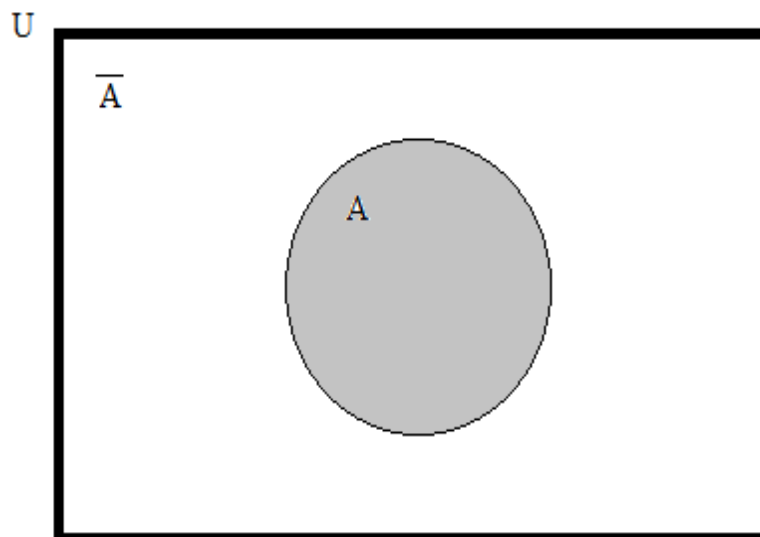


Figura 0.3 Conjunto Universo, conjunto A y complemento de A
Fuente: Elaboración Propia

La región sombreada de la figura 1.4 representa la unión de los conjuntos A y B ($A \cup B$), en color rosa. El conjunto intersección entre A y B ($A \cap B$). El conjunto $A \cap B$ es el area azul de la figura (Grimaldi, 1998).

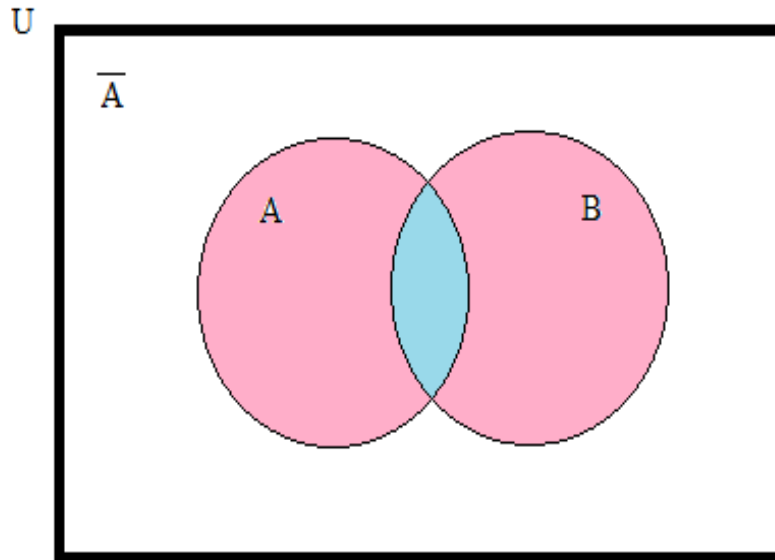


Figura 0.4 Conjunto unión e intersección.
Fuente: Elaboración Propia

Otro concepto importante, en la Teoría de Conjuntos, es la Ley de Morgan, en la figura 1.5, con la presencia de los conjuntos A y B, la Ley de Morgan correspondería a la parte sombreada.

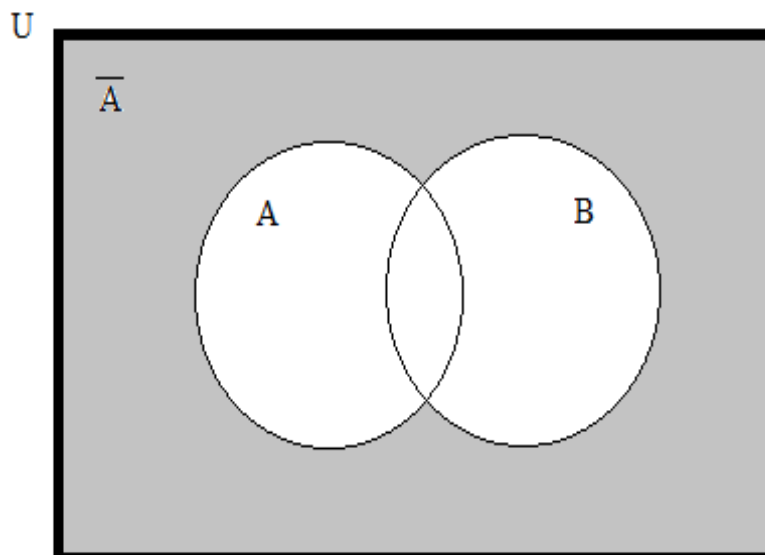


Figura 0.5 Ley de Morgan en conjuntos.
Fuente: Elaboración Propia

Un diagrama de Venn es simplemente una representación gráfica de una tabla de pertenencia, que son un atractivo para el lector; los diagramas de Venn ayudan a entender ciertas situaciones matemáticas. Un ejemplo se lo puede observar en la figura 1.6 (Grimaldi, 1998).

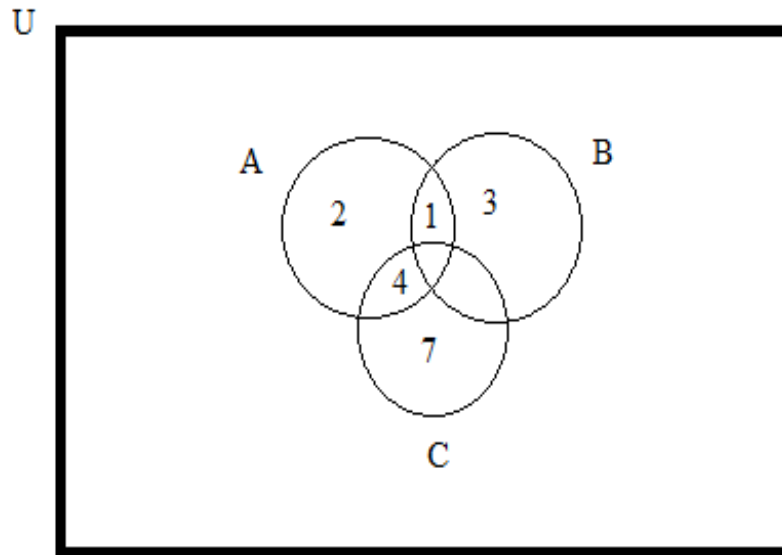


Figura 0.6 Ejemplo de diagrama con datos
 Fuente: Elaboración Propia

CAPÍTULO II

EXPERIMENTACIÓN

En el presente capítulo se dará a conocer todo el procedimiento que se utilizó en la presente investigación, desde la obtención de las muestras de roca y su preparación, hasta la determinación de cada propiedad física descrita teóricamente en el capítulo anterior.

2.1 Número de muestras y preparación

Se obtuvieron muestras de la zona de Cojitambo, las cuales se observaron que posean la capacidad de producir 60 probetas con características similares, a pesar de que lo dicho es imposible de obtener, ya que cada probeta elaborada será heterogénea y anisótropa. Figura 2.1

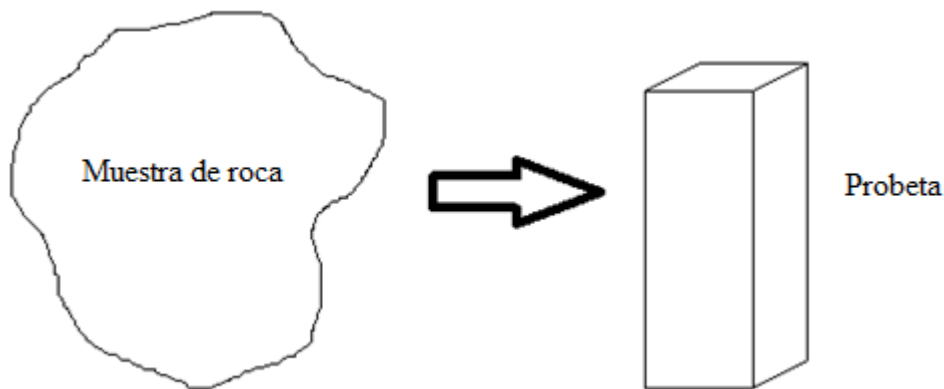


Figura 0.1 Elaboración de probetas
Fuente: Elaboración Propia

De las muestras de campo, se elaboraron 45 probetas de las siguientes dimensiones aproximadamente: 5cm de alto, 5 cm de espesor y 12 cm de altura. Figura 2.2



Figura 0.2 Probetas de roca.
Fuente: Elaboración Propia

2.2 Ensayo de densidad en mina

En una primera etapa, se procedió a pesar cada una de las probetas y luego con sus respectivas medidas se determinó el volumen, de esta manera se obtiene la densidad en mina de cada probeta. Figura 2.3 y 2.4.



Figura 0.3 Pesada de las probetas de roca.
Fuente: Elaboración Propia



Figura 0.4 Medición de las probetas.
Fuente: Elaboración Propia

2.3 Ensayo de porosidad en mina

Luego de haber obtenido la densidad en mina, de cada una de las probetas, se procede a introducirlas en grupos en la mufla, para el proceso de secado o eliminación de agua, la cual previamente se ha estabilizado a una temperatura de $60\text{ }^{\circ}\text{C}$, para que elimine toda la humedad presente. Este proceso de eliminación del agua, contenida en cada probeta no pudo ser igual para todas las probetas, ya que unas llegaban a la estabilización de su peso en tiempos menores y otras no.

Para lograr ese objetivo cada día se obtuvo el peso de cada muestra, hasta que este no vario. La estabilización del peso se consiguió entre 4 a 5 días. Figura 2.5.



Figura 0.4 Proceso de secado de las probetas
Fuente: Elaboración Propia

Cuando el peso de la muestra no baja, de uno a tres días, ese valor se lo toma para los cálculos respectivos.

2.4 Ensayo de absorción en mina

Para la determinación de la absorción en mina, lo que primero se realizó, fue dejar a las probetas de roca a la intemperie por una semana, esto luego del proceso de secado que sufrieron en el ensayo de porosidad en mina, es decir para que las mismas logren adquirir agua del ambiente y estabilicen su condición inicial.

Pasado el tiempo antes descrito, el primer paso es introducir a cada probeta en un vaso de precipitado, con un volumen determinado de agua, el vaso es de 800 cc y se coloca agua solamente hasta los 500 cc.

Esta introducción en agua se la ejecuta por un tiempo de 30 minutos, es decir para que la probeta de roca absorba agua en el tiempo establecido. Figura 2.6.



Figura 0.5 Proceso de absorción de las probetas.
Fuente: Elaboración Propia

De igual manera que en el primer ensayo, luego de ese tiempo se procede a pesar la probeta para que ese resultado sirva para los cálculos respectivos. Figura 2.7.

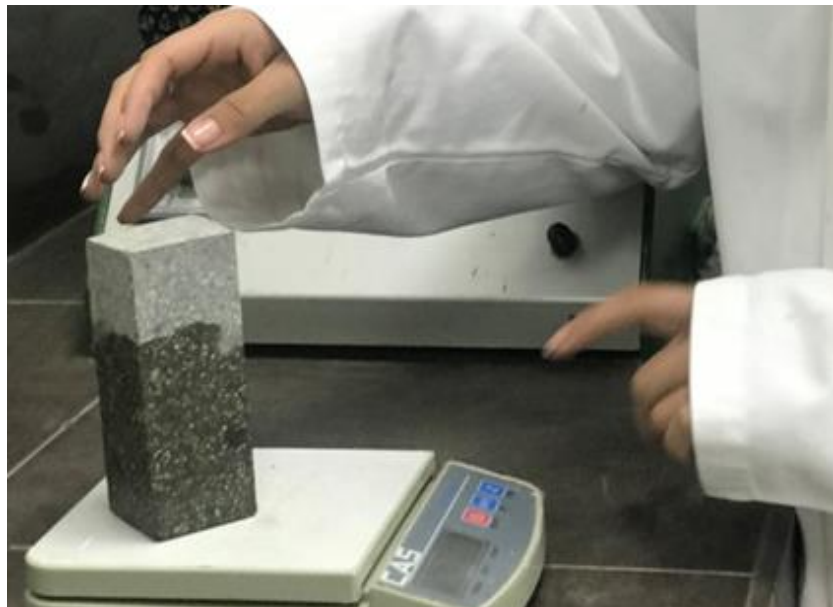


Figura 0.6 Proceso de pesaje de probetas con absorción de agua.
Fuente: Elaboración propia

2.5 Determinación de la resistencia a la compresión simple

Finalmente, luego de efectuados los ensayos anteriores, y luego de haber dejado a las muestras por tres semanas a temperatura ambiente, con el objetivo de que se elimine el agua absorbida en el último ensayo, se procedió a romperlas en la prensa Humbolt, para la determinación de la resistencia a la compresión simple de cada probeta. Figura 2.8.



Figura 0.7 Ruptura de las probetas para determinación de la RCS.
Fuente: Elaboración Propia

CAPÍTULO III

ANÁLISIS DE RESULTADOS

En el presente capítulo se realizó el análisis e interpretación mediante tablas y graficas de los ensayos efectuados sobre las probetas de roca, como se había explicado en el capítulo anterior.

3.1 Análisis de resultados de la densidad, porosidad y absorción de las muestras

Según los cálculos realizados y una vez obtenidos los resultados finales, de acuerdo a los ensayos ejecutados, se obtuvo la siguiente tabla:

Tabla 3.1 Datos de las 60 probetas.

	Mi	a	b	c	Densidad en Mina	Mf	Porosidad en Mina	Ma	Absorción en Mina
Probeta	g	cm	cm	cm	Kg/m ³	g	%	g	%
1	725.40	4.90	12.20	5.00	2426.90	721.80	1.20	738.20	4.28
2	776.40	5.20	12.30	5.00	2427.77	772.90	1.09	793.60	5.38
3	761.60	5.20	11.90	4.90	2511.77	757.80	1.25	774.20	4.16
4	779.20	5.10	12.20	5.10	2455.55	775.60	1.13	798.20	5.99
5	778.60	5.00	12.10	5.10	2523.42	774.90	1.20	794.00	4.99
6	779.60	5.10	12.30	5.20	2389.97	775.70	1.20	792.10	3.83
7	714.40	5.00	11.90	4.80	2501.40	711.10	1.16	726.50	4.24
8	756.20	5.00	12.10	5.10	2450.82	752.70	1.13	772.90	5.41
9	776.60	5.10	12.30	5.10	2427.46	772.70	1.22	791.70	4.72
10	784.80	5.00	12.20	5.20	2474.15	781.10	1.17	801.00	5.11
11	739.80	4.90	11.90	5.00	2537.47	735.90	1.34	748.50	2.98
12	727.20	5.00	12.10	5.00	2403.97	725.40	0.60	730.10	0.96
13	764.60	5.10	12.10	5.20	2382.73	760.70	1.22	776.80	3.80
14	763.70	5.10	12.00	5.10	2446.82	760.00	1.19	777.10	4.29
15	771.90	5.10	12.10	5.10	2452.65	768.30	1.14	788.70	5.34
16	757.30	5.00	12.10	5.10	2454.38	753.60	1.20	773.50	5.25
17	735.00	5.20	11.90	5.10	2328.99	733.00	0.63	739.20	1.33
18	767.50	5.00	12.30	5.30	2354.66	763.30	1.29	776.20	2.67
19	761.10	5.10	12.20	5.00	2446.48	757.30	1.22	773.00	3.83
20	760.40	5.10	12.00	5.00	2484.97	756.60	1.24	777.20	5.49

21	743.80	4.90	12.30	5.00	2468.23	740.10	1.23	758.30	4.81
22	766.40	5.00	12.00	5.00	2554.67	762.60	1.27	778.40	4.00
23	778.50	5.20	12.00	5.20	2399.22	774.90	1.11	794.50	4.93
24	764.10	5.10	12.00	5.10	2448.10	760.50	1.15	774.80	3.43
25	785.90	5.00	12.30	5.10	2505.66	782.40	1.12	788.80	0.92
26	774.20	5.40	12.10	5.00	2369.76	771.40	0.86	778.50	1.32
27	759.60	5.10	11.90	5.10	2454.13	756.80	0.90	764.10	1.45
28	792.80	5.20	12.30	5.00	2479.05	789.50	1.03	798.10	1.66
29	798.30	5.50	12.10	5.00	2399.10	794.40	1.17	799.90	0.48
30	801.70	5.30	12.20	5.00	2479.74	798.40	1.02	805.90	1.30
31	772.80	5.00	12.00	5.10	2525.49	769.20	1.18	776.60	1.24
32	766.70	4.90	11.90	5.20	2528.59	763.80	0.96	771.80	1.68
33	779.30	5.20	12.00	5.00	2497.76	775.70	1.15	782.50	1.03
34	769.50	5.00	12.10	5.00	2543.80	766.20	1.09	774.00	1.49
35	769.30	5.30	12.20	5.00	2379.52	764.80	1.39	771.80	0.77
36	800.20	5.30	12.50	5.10	2368.33	795.50	1.39	803.00	0.83
37	784.50	5.10	12.20	5.40	2334.90	780.80	1.10	788.80	1.28
38	793.10	5.20	12.10	5.10	2471.55	789.20	1.22	796.00	0.90
39	802.80	5.10	12.40	5.10	2489.12	798.20	1.43	804.40	0.50
40	774.40	5.00	12.10	5.30	2415.09	770.80	1.12	777.90	1.09
41	785.90	5.10	12.10	5.00	2547.08	780.10	1.88	786.90	0.32
42	795.20	5.00	12.20	5.10	2556.09	791.90	1.06	799.70	1.45
43	771.30	5.10	12.10	5.00	2499.76	767.80	1.13	775.50	1.36
44	794.10	5.00	12.30	5.30	2436.26	790.20	1.20	797.30	0.98
45	786.90	5.20	12.10	5.20	2405.07	783.10	1.16	789.50	0.79
46	727.40	5.00	12.00	5.00	2424.67	722.00	1.80	733.00	1.87
47	711.30	5.00	11.80	5.00	2411.19	708.00	1.12	723.30	4.07
48	720.80	4.90	12.00	5.00	2451.70	717.10	1.26	723.60	0.95
49	725.70	5.00	12.00	5.00	2419.00	722.20	1.17	730.40	1.57
50	699.30	5.00	11.90	5.00	2350.59	695.20	1.38	710.90	3.90
51	700.00	5.00	11.70	5.00	2393.16	695.20	1.64	711.90	4.07
52	708.60	5.00	11.90	5.00	2381.85	705.10	1.18	718.00	3.16
53	693.00	5.00	11.90	4.70	2478.10	691.30	0.61	704.00	3.93
54	725.60	4.90	12.00	5.00	2468.03	719.90	1.94	728.10	0.85
55	714.20	5.00	11.90	5.00	2400.67	711.50	0.91	726.00	3.97
56	707.70	5.00	11.90	4.90	2427.37	702.30	1.85	711.00	1.13
57	710.10	4.90	11.90	5.00	2435.60	709.20	0.31	721.00	3.74
58	709.60	5.00	12.00	5.00	2365.33	705.30	1.43	722.00	4.13
59	701.80	4.90	11.90	4.90	2456.26	698.50	1.15	713.00	3.92
60	713.60	5.00	11.90	4.90	2447.61	710.20	1.17	725.00	3.91

Fuente: Elaboración Propia

3.2 Análisis de resultados de Resistencia a la Compresión Simple en roca

Luego de efectuado el ensayo sobre cada probeta para determinar la resistencia a la compresión simple de las mismas, se obtuvieron los siguientes resultados:

Tabla 3.1 Datos de RCS de las 60 probetas.

	Fuerza	RCS
Probeta	kg	MPa
1	11445.00	45.80
2	19748.00	74.46
3	13794.00	53.08
4	12626.00	47.59
5	19106.00	73.46
6	18713.00	69.18
7	9274.00	37.88
8	12551.00	48.25
9	14429.00	54.39
10	12629.00	47.62
11	13055.00	52.24
12	14651.00	57.45
13	16221.00	59.97
14	14210.00	53.56
15	18191.00	68.57
16	12634.00	48.57
17	14413.00	53.28
18	20735.00	76.71
19	19641.00	75.51
20	9209.00	35.41
21	17269.00	69.10
22	16259.00	63.76
23	12964.00	47.00
24	6577.00	24.79
25	9757.00	37.51
26	13544.00	49.18
27	15732.00	59.30
28	13560.00	51.13
29	11662.00	41.58
30	24060.00	89.01

31	22399.00	86.12
32	12683.00	48.80
33	14126.00	53.27
34	19890.00	78.00
35	20901.00	77.33
36	7207.00	26.14
37	22323.00	79.47
38	23994.00	88.70
39	18091.00	68.19
40	21607.00	79.94
41	21952.00	84.40
42	19160.00	73.66
43	19667.00	75.61
44	23744.00	87.84
45	22434.00	81.34
46	8793.00	34.48
47	17345.00	68.02
48	22725.00	90.94
49	15251.00	59.81
50	7287.00	28.58
51	10087.00	39.56
52	13945.00	54.69
53	16250.00	67.79
54	13220.00	52.90
55	12149.00	47.64
56	19256.00	77.05
57	13256.00	53.05
58	15665.00	61.43
59	21191.00	86.53
60	20340.00	81.39

Fuente: Elaboración Propia

3.3 Interpretación y análisis de resultados obtenidos

Con los datos y resultados se ha planteado realizar algunas propuestas de caracterización del material, pero la más adecuada en este sentido, se la describe a continuación.

Se ha establecido que la densidad en mina presenta una serie de valores que varían entre los 2329 a los 2556 kg/m³, pero si establecemos subconjuntos, en este caso 6, debido a que se trabajó sobre 60 muestras, la mayor cantidad de muestras se ubican en el subconjunto de 2443

a 2480 kg/m³, y este rango de valores nos presenta en promedio una RCS de 64 MPa. Figura 3.1.

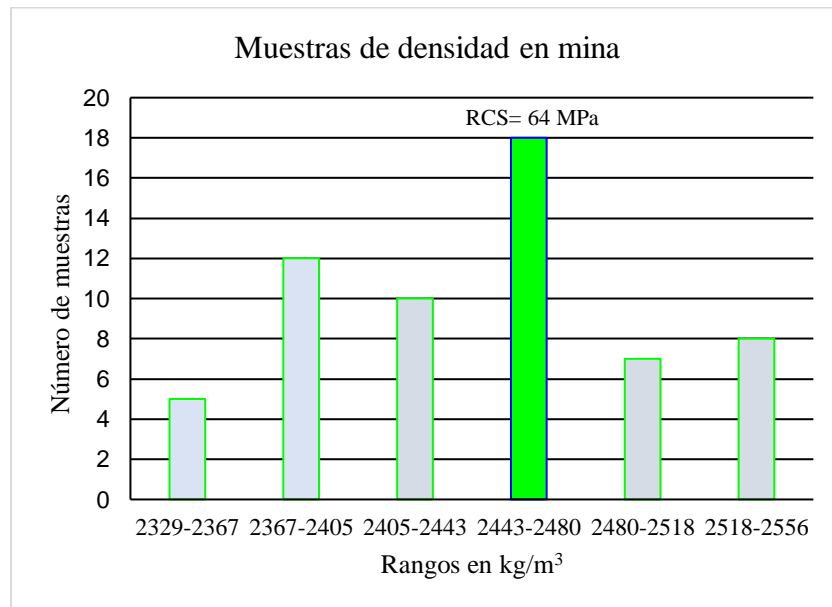


Figura 0.1 Valores de densidad en mina por rangos.
Fuente: Elaboración Propia

Analizados los datos de porosidad en mina, figura 3.2, estos presentan valores de 0.31 % hasta 1.94 %, pero el subconjunto en donde se establecen la mayor cantidad de muestras esta entre 1.12 % a 1.40 %, y en este rango la RCS presenta en promedio un valor de 61 MPa.

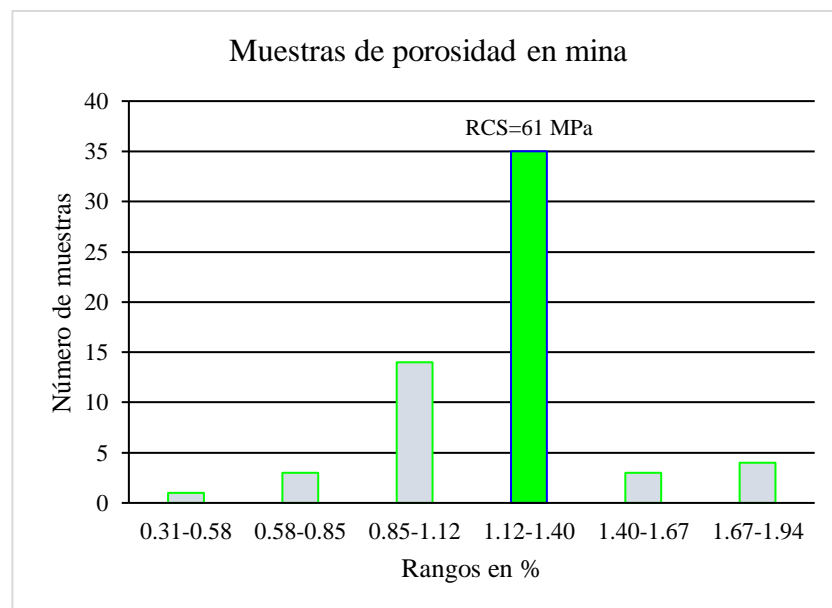


Figura 0.2 Valores de porosidad en mina por rangos.
Fuente: Elaboración Propia

De igual manera los datos de absorción en mina presentan un rango de valores de entre 0.32 % a 5.99 %, siendo el subconjunto de mayor cantidad de muestras el comprendido entre 0.32 % a 1.27 %, con lo cual obtenemos del mismo una RCS promedio de 68 MPa. Figura 3.3.

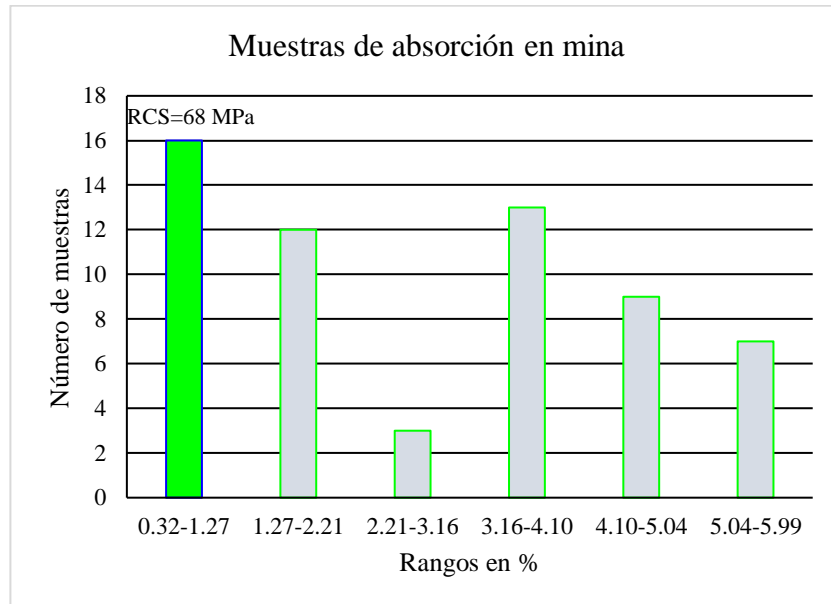


Figura 0.3 Valores de absorción en mina por rangos
 Fuente: Elaboración Propia

Dadas las condiciones, debido a los datos analizados, se propone que para la determinación de las propiedades físicas en mina, descritas anteriormente, se debe establecer una metodología de análisis, formando subconjuntos entre densidad y absorción en mina, densidad y porosidad en mina y porosidad y absorción en mina, esto lo podemos observar en la figura 3.4, donde se establecen el número de muestras en cada subconjunto y el promedio en MPa de la RCS.

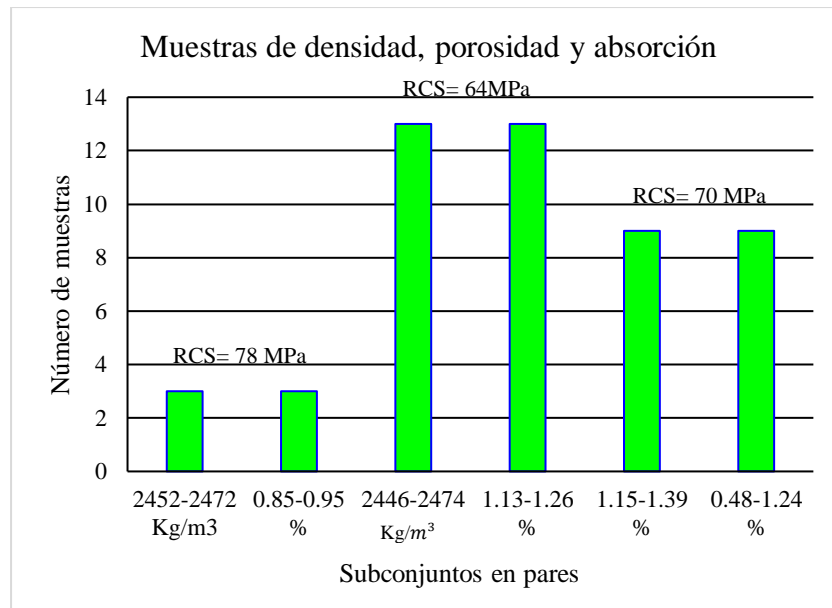


Figura 0.4 Muestras por subconjuntos dobles.
Fuente: Elaboración Propia

Finalmente se ha conformado un subconjunto con las muestras que se repiten en las 3 propiedades en mina, lo cual se lo puede observar en la figura 3.5, en esta se determina los valores para los rangos de cada una de las propiedades y el promedio de la RCS.

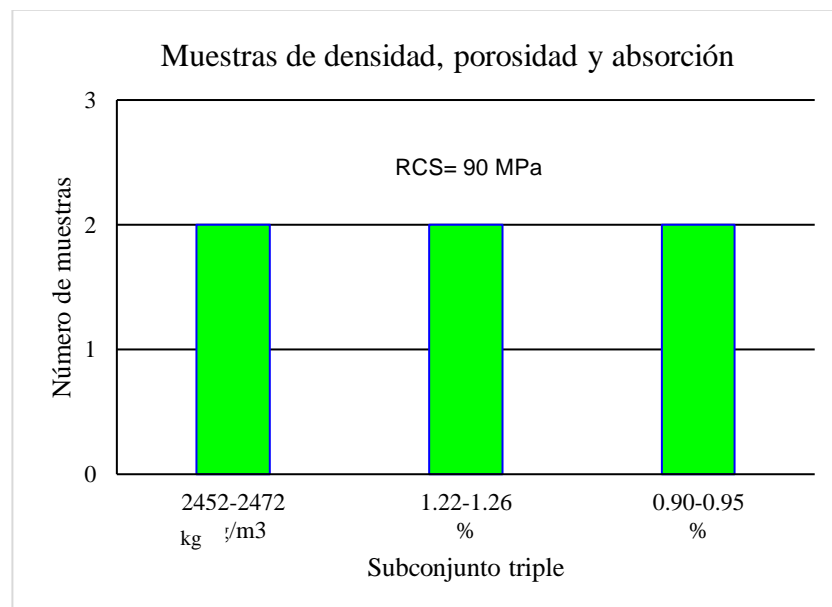


Figura 0.5 Muestras en subconjunto triple
Fuente: Elaboración Propia

3.4 Caracterización del material

La metodología planteada nos permite determinar que la roca del Cojitambo tiene una densidad en mina que va desde los 2452 a 2472 kg/m³, porosidad en mina de entre el 1,22 al 1,26 % y absorción en mina de 0.90 al 0.95 %.

Debido a la selección de muestras por medio de subconjuntos, se ha determinado que el valor de la RCS de la roca de Cojitambo tiene en promedio un valor de 90 MPa, pero de igual manera si tomamos en consideración los rangos de los subconjuntos, este valor podría estar entre los 61 y 90 MPa, lo cual nos ubica siempre dentro de la clasificación como una roca dura.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Conclusiones:

- El trabajo desarrollado nos permite aplicar los conceptos de densidad, absorción y porosidad dentro de la mina, la cual se genera en un laboratorio con probetas de rocas de similares características y propiedades.
- Los ensayos realizados de densidad, absorción y porosidad planteados en este estudio, nos permiten obtener la resistencia a la compresión de la roca de manera sencilla, económica y en menor tiempo.
- Una vez evaluados los resultados que se han obtenido en las experiencias llevadas a cabo, reconocemos el empleo del procedimiento para la valoración de la resistencia a la compresión simple (RCS) de las rocas y caracterizarla por medio de la densidad, porosidad y absorción en mina.
- Como se puede observar en las figuras 3.1; 3.2; 3.3 aplicando el teorema de conjuntos (Diagrama de Venn), en primera instancia se puede encontrar la variación de la densidad en mina que nos presenta en promedio una RCS de 64 MPa, en porosidad presenta en promedio un valor de 61 MPa, y en absorción en mina un promedio de 68 MPa.
- Una vez evaluados los resultados, que se han obtenido por separado, se reconoce que la selección de muestras por medio de subconjuntos, se determinó que el valor de la RCS de la roca del sector Cojitambo tiene un valor promedio de 90 MPa, que se ubica dentro de la clasificación de roca dura.
- Este trabajo presenta una metodología de trabajo simple y sencillo, para la caracterización de la roca en un proyecto minero; por lo que su puesta a punto debe profundizarse con un mayor número de muestras de diferentes tipos de rocas y de esta forma el proceso sea avalado.

Recomendaciones:

- Se recomienda realizar pruebas con rocas de diferentes sitios para tratar de generalizar el procedimiento.
- Cuando se obtienen las probetas de roca, estas deben permanecer en un lugar con temperatura y humedad constante, para evitar alteraciones a su estado natural.
- En proyectos mineros la determinación de la resistencia a la compresión de la roca es una etapa importante por lo que se necesita datos reales para correlacionarlos en dichos proyectos.
- Es conveniente en el proceso de absorción y porosidad de las probetas ser exactos en el tiempo y la temperatura para que los datos sean reales.
- Conforme se analizaron los resultados de las probetas, lo idóneo sería realizar el ensayo con una mayor cantidad, para poder obtener con más exactitud la valoración de la resistencia a la compresión simple (RCS) de las rocas.

BIBLIOGRAFIA

- Ángel, N., Bedoya, M., “Cojitambo”. Casa de la Cultura Ecuatoriana, Quito, Ecuador, 1961.
- Blyth, F., Freitas, M., “Geología para Ingenieros”. México D. F. México, 2003.
- Ceballos, J. d. (s.f.). ocw. Operaciones y procesos (pág. 2011). Cantabria; Dpto. de Ingeniería Química.
- Construcción, P.d. (2007). *Urg. ObtenidodeUrg*:
<https://www.ugr.es/~agcasco/personal/restauracion/teoria/TEMA05.htm>
- Delgado, C., “Evaluación de un cambio Tecnológico para el Procesamiento de Minerales de Alta Dureza”, Tesis, Universidad de Chile, 2013.
- Feijoo, P., Flores, C., Feijoo, B., El concepto de Área Granulométrica y su relación con la Resistencia a la Compresión Simple de Rocas, IESTEC, Panamá, 2019.
- Feijoo, P., Román, M., Feijoo, B., Correlación entre la deformación y a la resistencia a la compresión en rocas, EISSN, Azuay, 20019.
- Galván, M., “Mecánica de Rocas, Correlación entre la Resistencia a Carga Puntual y la Resistencia a Compresión Simple”. Cali, Colombia, 2015.
- González, L., Ferrer, M., Ortuño, L., Oteo, C., “Ingeniería Geológica”, Pearson, España, Madrid, 2004.
- Grimaldi, R. P., “Matemática Discreta y Combinatoria”. México Prentice Hall, 1998.
- Iriondo, M., “Introducción a la Geología”. Córdoba. Argentina, 2006.
- Johnsonbaugh, R., “Matemáticas Discretas”, México, Pretice Hall. 1999.
- Naumann, C., “*Geología virtual*”. Obtenido de geovirtual: www.geovirtual2.cl.
- Ragan, D., “Geología Estructural”. Barcelona. España, 1980.
- Rodríguez, F., “Propiedades Físicas: densidad y porosidad”. Departamento de Geología. 2010.
- Román, M., “Correlación entre la Deformación y la Resistencia a la Compresión Uniaxial en rocas”. Universidad del Azuay, Cuenca, Ecuador, 2019.
- SÁEZ, Á. S. (2015). Diseño de una planta de aminas para tratamiento de la corriente de hidrocarburos gaseosa procedente del reactor catalítico de lecho fluidizo (FCC) en refinería. Proyectos de carrera de Ingeniería Química, 134.

Secretaria de Comunicaciones y Transporte, Manual de Diseño y Construcción de Túneles de Carreteras, México D. F., México, 2016.

Significados. Obtenido de significados: www.significados.com. 2013

Tarback, E., Lutgens, F., “Ciencias de la Tierra”. 2005.

Vásquez, E., “Programa de apoyo a la formación personal”, 2014.