

## FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA

## ESCUELA DE INGENIERÍA CIVIL

# Estimación de la Respuesta Sísmica en Estructuras de Hormigón Armado Mediante Sistemas Equivalentes de Osciladores Simples.

Trabajo de Titulación previo a la obtención del título de:

### **INGENIERO CIVIL**

Autores:

## JOSÉ JAVIER VÁSCONEZ OCHOA

CHRISTIAN GABRIEL CONDO QUIZHPI

Director:

ING. PABLO QUINDE MARTÍNEZ, PhD

**CUENCA-ECUADOR** 

2025

## DEDICATORIA

A mi abuelo Pepe, que siempre estuvo a mi lado y confió plenamente en mí. Gracias por enseñarme el emocionante mundo de esta carrera y, sobre todo, lo emocionante que puede llegar a ser la vida. Sé que, desde el lugar en el que estás, me acompañas cada día. Espero que estés orgulloso de mí.

A la abuela Uba, que desde allá arriba me guía en cada paso, cada pensamiento, cada acción.

A mi madre María José, por demostrarme el amor más puro que una persona puede experimentar en el viaje de la vida y, que el único límite es el cielo. A mi padre Javier, por su apoyo incondicional, sus consejos, y por ser un ejemplo a seguir. A la Maguita, aunque a veces no entiendas muchas cosas de las que te digo, siempre estás incondicionalmente para mí. A mi abuelo Hugo, por demostrarme que los años siempre son buenos; solo depende de la actitud con la que los afrontamos. A mis tías y tíos, por una etapa más compartida junto a ustedes y por su enorme cariño. A mis primos, por enseñarme sobre el coraje, la valentía y las ganas con las que debemos afrontar nuestro camino, a pesar de la edad y las circunstancias.

A todos y cada uno de mis compañeros, así como a las personas que creyeron en mí, con quienes he disfrutado cada momento de esta etapa.

### José Javier Vásconez Ochoa

## DEDICATORIA

Han sido muchas las personas que, a lo largo de estos cinco años de vida universitaria, han formado parte fundamental de este camino y han hecho posible que hoy pueda cumplir un sueño y alcanzar una meta más en mi vida. Quiero dedicar, en primer lugar, a mis padres, Bolívar Condo y Rocío Quizhpi, por ser mi apoyo incondicional, por su amor constante y por ser el ejemplo que me impulsa día a día a esforzarme un poco más. Gracias por motivarme a seguir esta carrera que, desde muy pequeño, sentí como parte de mi destino, y que hoy se ha convertido en una realidad.

A mis abuelitos, tanto paternos como maternos, quienes, desde cualquier rincón del universo en el que se encuentren, nunca me han dejado solo. Su amor, consejos y enseñanzas continúan guiándome. Aunque físicamente ya no están, han sido un pilar fundamental en este arduo camino. Extiendo también mi dedicatoria a toda mi familia, y en especial a mi madrina y prima, Ritha Cedeño, así como a mis tíos en el exterior Diana Alvarado y Luis Rodríguez, que desde el primer momento siempre me han brindado su confianza, afecto y ayuda, por estar presentes en cada momento, tanto en los buenos como en los difíciles, y por cada palabra de aliento que hoy cobra más sentido que nunca.

Finalmente, y no por ello menos importante, a mis amigos, compañeros y a todas aquellas personas especiales que me acompañaron a lo largo de este viaje, que me han brindado el apoyo incondicional y su compañía en los momentos de alegría como en los de dificultad dentro de esta historia que hoy llega a una meta, pero que también marca el inicio de nuevos desafíos.

#### Christian Gabriel Condo Quizhpi

## AGRADECIMIENTO

Agradecemos en primer lugar a Dios y a la Vida, por permitirnos llegar a disfrutar de esta etapa tan importante en nuestros caminos, por llenarnos de amistades que nos han demostrado lo valioso de cada momento y llenarnos de recuerdos inolvidables.

A nuestras familias, quienes han sido el motor fundamental para afrontar el día a día. Ellos, quienes nos han ayudado a salir de las caídas más dolorosas y nos han enseñado el valor de la vida.

A nuestro director, el Ing. Pablo Quinde; gracias por todas sus enseñanzas dentro y fuera de las aulas. Por demostrarnos que un gran profesional no solo se debe a su nivel de preparación académica, sino también por su valía y calidez humana. Gracias por sus consejos, tiempo, paciencia y guía a lo largo de nuestra carrera universitaria y en el desarrollo de este trabajo de titulación.

Al Ing. Mateo Narváez, Ing. Salvador Ramos, al Ing. Francisco Flores y al Ing. Esteban Cabrera, por sus enseñanzas para el desarrollo del presente trabajo y, motivarnos a seguir siempre adelante.

Finalmente, a la Universidad del Azuay y a la Facultad de Ciencia y Tecnología, por abrirnos sus puertas y brindarnos el espacio para formarnos como profesionales y como personas.

### RESUMEN

El presente trabajo de titulación propone una metodología para estimar la respuesta sísmica de estructuras de hormigón armado mediante sistemas equivalentes de osciladores simples (SDOF), con el objetivo de simplificar el análisis estructural no lineal y reducir el costo computacional sin comprometer la precisión. Partiendo de un modelo detallado de múltiples grados de libertad (MDOF), se caracterizó su comportamiento no lineal mediante análisis estáticos y dinámicos en la plataforma OpenSees, incorporando efectos de segundo orden y de degradación histerética. Para la simplificación a SDOF, se tomaron como referencia las expresiones propuestas en FEMA P-2343, a partir de las cuales se desarrolló la calibración de los parámetros del oscilador con curvas backbone y modelos de deterioro. Las curvas de fragilidad fueron generadas mediante *Cloud Analysis* para diversos estados de daño con el fin de mostrar la correlación entre ambos modelos, validando la metodología para evaluar la vulnerabilidad sísmica.

Palabras Clave: SDOF, Análisis no Lineal, Curvas de Fragilidad, Hormigón Armado, OpenSees, Simplificación Estructural.

## ABSTRACT

This thesis proposes a methodology to estimate the seismic response of reinforced concrete structures using equivalent single-degree-of-freedom (SDOF) oscillator systems, aiming to simplifying nonlinear structural analysis and reduce computational cost without compromising accuracy. Starting from a detailed multi-degree-of-freedom (MDOF) model, its nonlinear behavior was characterized through static and dynamic analyses using the OpenSees platform, incorporating second-order effects and hysteretic degradation. For the simplification to an SDOF system, expressions proposed in FEMA P-2343 were taken as a reference, from which a calibration procedure of the oscillator parameters was developed using backbone curves and deterioration models. Fragility curves were developed through *Cloud Analysis* for various damage states to evaluate the correlation between both models, validating the methodology for seismic vulnerability assessment.

**Keywords:** SDOF, Nonlinear Analysis, Fragility Curves, Reinforced Concrete, OpenSees, Structural Simplification.

# ÍNDICE DE CONTENIDOS

DEDICATC	DRIAii
AGRADEC	IMIENTO iv
RESUMEN	
ABSTRAC	Γνi
ÍNDICE DE	contenidosvii
ÍNDICE DE	FIGURAS
ÍNDICE DE	TABLAS xii
INTRODUC	CCIÓN 1
Anteceder	ntes
Justificaci	ión2
Objetivo	General
Objetivos	Específicos
1. DESCF	RIPCIÓN DEL/LOS CASOS DE ESTUDIO 4
1.1 MC	DDELO ELÁSTICO
1.1.1	Geometría 5
1.1.2	Secciones y Materiales
1.1.3	Cargas
1.2 MC	DDELO INELÁSTICO
1.2.1	Tipos de Modelos No Lineales
1.2.2	Curva envolvente (Backbone curve) 12
1.2.3	Comportamiento Histerético 13
1.2.4	Modelo histerético de Clough & Johnston 14
1.2.5	Modelo histerético de Takeda 15
1.2.6	Modelo histerético de Bilineal 16
1.2.7	Modelo histerético Peak-oriented 17
1.2.8	Modelo histerético Pinching

	1.2.9	Modelos de Deterioro	. 18
	1.2.10	Modelo de deterioro IMK modificado	. 21
	1.2.11	No Linealidad Geométrica	. 28
	1.2.12	Nudo Viga-Columna (Joint2D)	. 30
2.	ANÁLI	ISIS NO LINEAL	. 34
2	2.1 AN	IÁLISIS ESTÁTICO NO LINEAL	. 34
2	2.2 AN	IÁLISIS DINÁMICO NO LINEAL	. 35
	2.2.1	Amortiguamiento	. 37
	2.2.2	Selección y Escalamiento de Registros Sísmicos	. 39
3.	TRANS	SFORMACIÓN A SDOF	. 46
3	.1 RE	VISIÓN DE MÉTODOS DE SIMPLIFICACIÓN	. 46
	3.1.1	Método de los coeficientes de desplazamiento	. 46
	3.1.2	Método de sistema equivalente de un grado de libertad	. 52
3	.2 DE	SCRIPCIÓN DEL MODELO	. 56
	3.2.1	Geometría	. 57
	3.2.2	Secciones	. 58
	3.2.3	Materiales	. 59
	3.2.4	Cargas gravitacionales	. 61
	3.2.5	Patrón de carga lateral	. 62
	3.2.6	Efectos P-Delta	. 63
	3.2.7	Amortiguamiento	. 64
3	.3 CA	LIBRACIÓN DEL MODELO	. 65
4.	EVALU	JACIÓN DEL DAÑO	. 69
4	.1 FU	NCIONES DE FRAGILIDAD	. 69
4	.2 ES	TADOS DE DAÑO	. 75
4	.3 UN	IBRALES DE DAÑO	. 76
5.	DISCU	SIÓN Y RESULTADOS	. 79

5.1	COMPARACIÓN DE RESULTADOS	81
CONCL	USIONES	87
RECOM	IENDACIONES	89
REFER	ENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	91

# ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1-1: Configuración del arquetipo 1010: a) planta, b) elevación
Figura 1-2: Documentación de diseño para el arquetipo 10106
Figura 1-3: Distribución de cargas: a) áreas Tributarias, b) cargas distribuidas en
elementos7
Figura 1-4: Modelos idealizados de elementos viga-columna
Figura 1-5: Curva backbone para modelos histeréticos
Figura 1-6: Caracterización de un modelo histerético14
Figura 1-7: Modelo histerético bilineal con degradación de rigidez
Figura 1-8: Modelo histerético trilineal con degradación de rigidez 16
Figura 1-9: Modelo histerético bilineal con resistencia límite 17
Figura 1-10: Modelo histerético peak-oriented 17
Figura 1-11: Modelo histerético pinching: a) reglas básicas, b) modificación si la
deformación en la recarga está a la derecha del punto de quiebre 18
Figura 1-12: Respuesta experimental monotónica y cíclica de un mismo espécimen 19
Figura 1-13: Modos de deterioro individuales: a) deterioro de resistencia básica, b)
deterioro de resistencia post-fluencia, c) deterioro de rigidez de recarga, d) deterioro de
rigidez de recarga acelerada
Figura 1-14: Curva backbone: a) monotónica, b) cíclica
Figura 1-15: Efectos P Delta
Figura 1-16: Influencia del efecto P- $\Delta$ en un sistema SDOF
Figura 1-17: Leaning column
Figura 1-18: Fuerzas en unión viga-columna ante cargas laterales
Figura 1-19: Fuerzas idealizadas aplicadas en el núcleo del nudo
Figura 1-20: Idealización nudo viga-columna Joint2D
Figura 2-1: Secuencia análisis Pushover
Figura 2-2: Tiempo historia de desplazamientos de un sistema MDOF
Figura 2-3: Modelo de amortiguamiento de Rayleigh
Figura 2-4: Respuesta de registros mediante escalamiento lineal
Figura 2-5: Escalado sismológico vs lineal
Figura 3-1: Curvas de Fuerza-Desplazamiento Idealizadas
Figura 3-2: Metodología esquematizada: a) Sistema MDOF No lineal con resortes
alásticos de simentación h) desployemiente máxime del sisteme MDOE e) sisteme

MDOF elástico con resortes elásticos de cimentación, c) sistema MDOF elástico con
resortes elásticos de cimentación
Figura 3-3: Esquema de la Geometría del Modelo de 1GDL 58
Figura 3-4:Curva Envolvente del Material HystereticSM 59
Figura 3-5: Curva Backbone del modelo IMKPeakOriented.
Figura 3-6: Curva Backbone del modelo IMKPinching61
Figura 3-7: Patrón de Carga Lateral-Modelo 1GDL 62
Figura 3-8: Oscilador SDOF: a) representación del modelo, b) efectos P-A sobre la curva
pushover
Figura 3-9: Calibración con distintos tipos de materiales de OpenSees
Figura 4-1: Curvas de fragilidad para diversos estados de daño71
Figura 4-2: a) Curva IDA individual, b) Curvas IDA múltiples
Figura 5-1: Procedimiento paso a paso de la simplificación propuesta
Figura 5-2: Calibración de la respuesta estática en el oscilador 81
Figura 5-3: Curvas backbone idealizadas: a) cuadrante positivo, b) envolvente cíclica.82
Figura 5-4: Curva fuerza-desplazamiento en techo 82
Figura 5-5: Acelerograma de la señal analizada
Figura 5-6: Calibración de la respuesta dinámica en el oscilador
Figura 5-7: Regresiones lineales: a) MDOF, b) SDOF
Figura 5-8: Curvas de fragilidad: a) MDOF, b) SDOF 85
Figura 5-9: Comparación de funciones de fragilidad85
Figura 5-10: Comparación del análisis no lineal tiempo historia

# ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 2-1: Factores de escala en función de la intensidad sísmica.	43
Tabla 4-1: Estados de daño para estructuras de hormigón armado	76
Tabla 4-2: Umbrales de daño (Moderate-Code)	77
Tabla 4-3: Umbrales de daño (High-Code).	77
Tabla 5-1: Comparación tiempo historia entre modelos	84
Tabla 5-2: Comparación entre regresiones.	84

## INTRODUCCIÓN

Dentro del contexto de la ingeniería sísmica, el avance tecnológico ha jugado un rol importante, impulsando el desarrollo de nuevas metodologías, así como la adopción de modelos analíticos cada vez más detallados, con el fin de estimar el comportamiento de las estructuras ante eventos sísmicos. En los inicios de los análisis dinámicos, los estudios se centraron en modelos simplificados que facilitaban el análisis manual. El modelo de un grado de libertad (SDOF) fue uno de los primeros en ser ampliamente adoptado, ya que su comportamiento está definido por tres parámetros fundamentales: masa, rigidez y amortiguamiento. Sin embargo, con el avance de la computación y el incremento en la capacidad para realizar cálculos complejos, los modelos de varios grados de libertad (MDOF), empezaron a ser más utilizados. Estos permiten representar mejor la distribución de masas, rigidez y amortiguamiento a lo largo de la altura de las estructuras, capturando razonablemente su comportamiento (Chopra, 2017).

A pesar de la mayor precisión que ofrecen los modelos MDOF, presentan un alto costo computacional y el tiempo requerido para su implementación es considerable. Esto debido a la elevada cantidad de miembros que componen un modelo, lo que deriva en cálculos matriciales extensos producto del número de grados de libertad implementados en el análisis considerado. Es por ello que los modelos SDOF siguen siendo herramientas valiosas, especialmente en estudios preliminares o en situaciones donde es necesario evaluar grandes conjuntos de estructuras de manera rápida, como en los análisis de vulnerabilidad sísmica a nivel regional (Medina Jara & Izquierdo Acosta, 2024).

La estimación de la respuesta de las estructuras es fundamental en dicho contexto, pues influyen directamente en la evaluación del riesgo, especialmente cuando se trata de modelar el colapso, ya que impacta considerablemente en las consecuencias sociales y económicas. No obstante, su aplicación tiene limitaciones, especialmente en situaciones de sismos extremos, donde la capacidad de los modelos para capturar el comportamiento no lineal de las estructuras se ve comprometido. Aunque los modelos SDOF ofrecen rapidez y eficiencia, no siempre logran reflejar razonablemente el comportamiento de las estructuras ante estas condiciones, lo que genera incertidumbre en las estimaciones del desempeño estructural y en las decisiones tomadas sobre la vulnerabilidad sísmica (Vaseghiamiri et al., 2020).

#### Antecedentes

En el ámbito sísmico, los códigos de diseño recurren al enfoque de simplificar los complejos comportamientos dinámicos no lineales de las estructuras durante un sismo, representándolos como problemas lineales equivalentes. La amplia variedad de sistemas de resistencia a cargas laterales ha llevado a una asignación, en ocasiones arbitraria, de coeficientes de respuesta y otros factores que no siempre cumplen con los objetivos y suposiciones establecidos en el diseño (FEMA P695, 2009).

Para abordar estas limitaciones, se han desarrollado metodologías, como el "método de los coeficientes", adoptado por ASCE/SEI 41. Otra opción consiste en el "método del espectro de capacidad", empleado por la herramienta HAZUS perteneciente al FEMA (Federal Emergency Management Agency). Posteriormente, Rossetto et al. (2016), propone una variación de este último método, el cual incorpora espectros inelásticos basados en registros reales de movimientos sísmicos, por ende, incorpora el comportamiento histerético. Estos enfoques se basan en el análisis de un sistema equivalente de un grado de libertad (SDOF), como representación de sistemas de múltiples grados de libertad (MDOF), para estimar el punto de desempeño. Otra alternativa presente en la literatura son las ecuaciones de regresión, que calculan directamente la respuesta en función de la aceleración espectral y las características observables del sistema (Vaseghiamiri et al., 2020).

Sin embargo, estas metodologías han permanecido en uso durante varios años, lo que ha resultado en una validación limitada y una base comparativa insuficiente para garantizar la efectividad de los métodos de transformación entre modelos MDOF y SDOF.

#### Justificación

El presente estudio busca abordar estas limitaciones a través de un análisis exhaustivo de la validación de los modelos SDOF frente a MDOF. La necesidad de contar con metodologías razonables para la simplificación de los modelos y la reducción del costo computacional es crucial, especialmente en contextos donde se requiere un análisis masivo y rápido de estructuras. Este trabajo se enfocará en el desarrollo de metodologías que permitan simplificaciones con estimaciones razonables y útiles para la toma de decisiones. A través de la revisión y análisis de las metodologías actuales, junto con la implementación de nuevas estrategias basadas en datos experimentales, se aspira ofrecer una guía que permita realizar evaluaciones rápidas sin comprometer la seguridad estructural. Esta investigación también se centrará también en la validación de los modelos SDOF en diversos escenarios sísmicos, con el fin de garantizar su aplicabilidad en el diseño y evaluación de estructuras en zonas de alta actividad sísmica.

### **Objetivo General**

Estimar la respuesta sísmica de estructuras de hormigón armado mediante sistemas equivalentes de osciladores simples, con el fin de simplificar el análisis estructural y capturar de manera razonable la respuesta bajo condiciones sísmicas.

### **Objetivos Específicos**

- Revisar y documentar literatura pertinente para establecer los fundamentos teóricos que sustentarán la investigación.
- Descripción del/los modelo/s MDOF para la comparación con el oscilador equivalente.
- Incorporar parámetros de calibración en los modelos SDOF para estimar las simplificaciones propuestas en la investigación.
- Modelar el comportamiento de un oscilador SDOF para simplificar el modelo de hormigón armado.
- Proponer recomendaciones razonables de los sistemas SDOF para la evaluación de la vulnerabilidad sísmica.

## 1. DESCRIPCIÓN DEL/LOS CASOS DE ESTUDIO

El proceso de transformación de un modelo de múltiples grados de libertad (MDOF) hacia un modelo de un solo grado de libertad (SDOF) exige un nivel elevado de rigor en su validación. Esto se debe a la necesidad de preservar las características fundamentales de la estructura, así como la respuesta global de la misma. Los modelos MDOF son representaciones complejas que integran un conjunto de parámetros detallados que definen su comportamiento, como configuración, geometría, secciones, materiales y las condiciones de carga. Su importancia, como se mencionó anteriormente radica en su capacidad para captar de manera integral el comportamiento estructural, incluyendo la distribución modal, distribuciones de masas y rigideces, así como la respuesta inelástica que ocurre bajo demandas sísmicas intensas. Estas propiedades son fundamentales para reflejar con precisión el comportamiento real de las estructuras.

En este contexto, la validación de modelos MDOF es fundamental para extrapolar su comportamiento hacia sistemas SDOF. Como se mencionó previamente, a pesar de su simplicidad y bajo costo computacional, los modelos SDOF desempeñan un papel clave en la evaluación del riesgo y la vulnerabilidad sísmica a nivel regional. Estos modelos permiten analizar de manera eficiente el comportamiento estructural bajo diferentes escenarios sísmicos, proporcionando herramientas prácticas para realizar este tipo de análisis. Para garantizar que estos modelos conserven los parámetros esenciales de los sistemas más complejos, como los periodos dominantes, las derivas máximas, disipación de energía, entre otros.

La finalidad de esta investigación es desarrollar una metodología razonable para simplificar el análisis estructural. Dado que el alcance de este proyecto de titulación no incluye el diseño de una estructura específica, se ha optado por utilizar un arquetipo como estructura inicial para su evaluación. Este prototipo, que consta de tres vanos y cuatro pisos, fue diseñado conforme a los requerimientos establecidos en los códigos ASCE/SEI 7-05 y ACI 318-05, los detalles del diseño se pueden encontrar en Haselton & Deierlein (2008).

Se definió las secciones, las cuantías de refuerzo, la separación de estribos, las masas dinámicas, la distribución de cargas según la configuración, y la geometría general de la estructura. Cabe destacar que este prototipo ha sido diseñado para cumplir con las

condiciones mínimas de cortante basal y derivas especificadas en el ASCE/SEI 7-05. En cuanto a las suposiciones iniciales, el coeficiente de amplificación de deformaciones (Cd) y el factor de reducción de respuesta sísmica (R), se establecieron en 5.5 y 8 respectivamente, según la metodología FEMA P695 (2009).

### 1.1 MODELO ELÁSTICO

#### 1.1.1 Geometría

La configuración geométrica del arquetipo (Figura 1-1) fue diseñada para capturar comportamientos estructurales significativos, como los relacionados con columnas interiores y exteriores, uniones viga-columna, provisiones de diseño basadas en el principio de columna fuerte-viga débil, y los efectos de las cargas axiales inducidas en columnas debido a los efectos de volcadura. Los pórticos representan la configuración mínima viable para capturar estas características esenciales, permitiendo evaluar tanto los efectos locales como globales en el sistema. Para el arquetipo 1010 se considera una altura típica de 15 pies para la planta baja y de 13 pies para los pisos superiores. El ancho de vano es de 30 pies, medido desde el eje de las columnas. Estas dimensiones son consistentes con edificaciones de uso típico y permiten una representación adecuada del comportamiento esperado en estructuras de mediana altura estructural (FEMA P695, 2009).





Fuente: FEMA P695 (2009).

#### 1.1.2 Secciones y Materiales

Las secciones y materiales seleccionados para el arquetipo han sido seleccionados para representar las características típicas de estructuras de hormigón armado utilizadas para edificaciones de mediana altura. Las secciones de columnas y vigas fueron dimensionadas con base en los requisitos de resistencia y rigidez necesarios para cumplir con los criterios de diseño establecidos en la normativa mencionada anteriormente, tales como el principio de columna fuerte-viga débil, asegurando un comportamiento dúctil ante cargas sísmicas (FEMA P695, 2009).

Para las columnas se consideraron secciones cuadradas con dimensiones típicas de 30x30 pulgadas. Las vigas, por su parte, tienen secciones rectangulares de 24x30 pulgadas y 30x30 pulgadas. En cuanto a los materiales, el hormigón utilizado tiene una resistencia a la compresión de f'c=5000 psi, acorde con los valores comúnmente empleados en este tipo de estructuras. El acero de refuerzo tiene un esfuerzo de fluencia de fy=60 000 psi (FEMA P695, 2009).

La Figura 1-2 presenta la documentación obtenida del diseño, que incluyen las secciones de los elementos, las cuantías de las armaduras longitudinales y transversales, las separaciones de estribos, entre otros.



Figura 1-2: Documentación de diseño para el arquetipo 1010.

Fuente: FEMA P695 (2009).

#### 1.1.3 Cargas

La carga muerta corresponde a 175 psf (8.4 kN/m<sup>2</sup>), por otro lado, la carga viva corresponde a 50 psf (2.4 kN/m<sup>2</sup>), las cuales están distribuidas uniformemente en cada piso. Las masas para el análisis dinámico, fueron determinadas con la combinación de 1.05 D + 0.25 L (FEMA P695, 2009).

Para el caso del pórtico perimetral, se incluyeron las cargas gravitacionales que no pertenecen al sistema principal resistente a cargas laterales. Además, para considerar los efectos P-delta generados por el sistema gravitacional sobre el pórtico principal, se incorporó una "leaning column" para representación de dichos efectos. Las cargas gravitacionales asociadas a cada nivel fueron asignadas a estos elementos, que se vincularon al pórtico principal mediante elementos rígidos en dirección axial (Tariq et al., 2023), tal como se observa en la Figura 1-3. Más información sobre este elemento se detalla en el Capítulo 1.2.11.

Figura 1-3: Distribución de cargas: a) áreas Tributarias, b) cargas distribuidas en elementos.



Fuente: FEMA P695 (2009).

### 1.2 MODELO INELÁSTICO

Comúnmente, en la práctica, el análisis y diseño sismorresistente se realiza principalmente mediante análisis elásticos; sin embargo, es común que estos experimenten deformaciones inelásticas significativas durante sismos de alta intensidad. Para abordar estas condiciones, los métodos modernos de diseño basados en el desempeño requieren herramientas que permitan estimar, con mayor precisión, el comportamiento estructural. Es por ello que los análisis no lineales se han convertido en una herramienta clave para evaluar la respuesta estructural más allá del rango elástico, incluyendo los efectos del deterioro de resistencia y rigidez asociado con el comportamiento inelástico de los materiales y grandes desplazamientos (Deierlein et al., 2010).

Este análisis requiere que aspectos clave, como los criterios de aceptación, la discretización de los elementos y las suposiciones sobre la disipación de energía mediante amortiguamiento viscoso, sean ajustados de acuerdo con las características específicas del modelo analítico del sistema y con el grado de detalle necesario para representar los efectos de la no linealidad de los componentes. El propósito principal de este análisis es reproducir todos los modos relevantes de deformación y deterioro de la estructura, desde la aparición del daño inicial hasta el colapso total. Sin embargo, debido a las limitaciones inherentes de las herramientas analíticas actuales y las restricciones prácticas del diseño, no siempre resulta viable, ni estrictamente necesario, incluir de manera explícita todos los modos de comportamiento no lineal en el modelo (PEER/ATC-72-1, 2010).

Los resultados obtenidos a partir del análisis no lineal pueden verse influenciados por los parámetros de entrada y el tipo de modelado empleado, lo que depende de la configuración estructural. Por esta razón, es fundamental establecer las zonas de la estructura donde se espera comportamiento inelástico y utilizar el análisis para: verificar las ubicaciones de dichas deformaciones inelásticas y caracterizar las demandas de deformación en los elementos con comportamiento plástico, así como las fuerzas en aquellos que permanecen esencialmente elásticos. En este sentido, la implementación del diseño por capacidad resulta esencial para asegurar un desempeño estructural confiable. Si bien los análisis no lineales pueden, en teoría, modelar la respuesta estructural hasta el colapso, esto requiere el uso de modelos sofisticados, validados experimentalmente, que permitan capturar con precisión la respuesta altamente no lineal en estados cercanos al colapso. A medida que la estructura entra en un régimen inelástico más avanzado, la incertidumbre en la estimación de las demandas estructurales aumenta. Por ello, en aplicaciones de diseño, los criterios de aceptación deben limitar las deformaciones a rangos donde el comportamiento sea predecible y no se presenten pérdidas súbitas de resistencia y rigidez (Deierlein et al., 2010).

A continuación, se describen los aspectos clave considerados para el análisis no lineal, teniendo en cuenta las capacidades actuales de las herramientas de modelado. Si bien se procura seguir los códigos y normativas vigentes, el desarrollo continuo del análisis no lineal en el diseño estructural implica que algunos aspectos aún requieran interpretación y juicio profesional. Es importante señalar que el enfoque principal de este estudio está orientado a edificaciones.

#### 1.2.1 Tipos de Modelos No Lineales

Los modelos que simulan el comportamiento no lineal de los elementos estructurales, se caracterizan generalmente por el nivel de idealización aplicado. Estos modelos pueden clasificarse según la distribución de la plasticidad, ya sea a nivel de elemento o a nivel de sección, lo que da lugar a dos subclasificaciones: 1) modelos de plasticidad concentrada y 2) modelos de plasticidad distribuida (González Cuevas, 2020).

Figura 1-4: Modelos idealizados de elementos viga-columna.



#### Fuente: Deierlein et al. (2010).

Los modelos más simples en términos de idealización, que también ofrecen una ventaja en cuanto a la reducción del tiempo de cálculo, son los de plasticidad concentrada. Estos concentran la no linealidad en el extremo del elemento, mediante articulaciones rígidoplásticas o resortes inelásticos, las cuales presentan propiedades histeréticas y de degradación (ver Figura 1-4a y Figura 1-4b). Para elementos de hormigón armado, la curva backbone se define a partir de los diagramas momento-curvatura o momentorotación, donde tanto las articulaciones como los resortes tienen longitud cero. Los modelos de plasticidad distribuida, que incluyen articulaciones de longitud finita (Figura 1-4c), representan las relaciones no lineales de las secciones transversales en los extremos de los elementos, asignando una longitud específica a cada articulación. La modelación de fibras, representa la plasticidad distribuida mediante integraciones numéricas de las secciones transversales y la longitud del miembro, subdividiendo este último en pequeñas fibras. Estas son representadas por un modelo uniaxial de esfuerzo-deformación correspondiente al material en cuestión. Bajo la hipótesis de que las secciones planas se mantienen planas, las fibras se integran numéricamente a lo largo de la sección transversal para calcular los esfuerzos resultantes. Por último, el modelo más complejo es el de elementos finitos (Figura 1-4e), que discretiza tanto la longitud del miembro como la sección transversal en pequeños (micro) elementos finitos con propiedades constitutivas no lineales e histeréticas. Aunque este modelo ofrece una mayor versatilidad, presenta un mayor desafío en términos de calibración de parámetros y requerimientos computacionales (Deierlein et al., 2010).

Como se mencionó, los modelos de plasticidad distribuida se fundamentan en el comportamiento uniaxial de esfuerzo-deformación del material, que se asigna a cada fibra en la que se discretiza el elemento estructural. Estos modelos son eficaces para predecir el comportamiento bajo pequeñas deformaciones, sin embargo, presentan limitaciones al intentar capturar fenómenos distintos a los de flexión, como el deslizamiento o pandeo del refuerzo del acero de refuerzo, o la interacción entre flexión y cortante. Estos efectos, tienen un impacto considerable deteriorando los elementos y alterando su comportamiento no lineal. En contraste, los modelos de plasticidad concentrada resultan más eficaces para representar la degradación de la respuesta no lineal, utilizando parámetros obtenidos de pruebas experimentales que ajustan las curvas backbone de los elementos. Estas pruebas permiten considerar los fenómenos que contribuyen al deterioro de los elementos, permitiendo una representación más precisa de su comportamiento (González Cuevas, 2020).

El deterioro en los elementos estructurales se manifiesta como la degradación de la resistencia y la rigidez. Este fenómeno tiene implicaciones significativas en el desempeño global de una estructura: en primer lugar, la redistribución de cargas y esfuerzos hacia otros elementos, puede sobrecargar componentes que pueden no estar diseñados para asumirlos; en segundo lugar, genera un aumento en los indicadores básicos de demanda, como las derivas de entrepiso; y, finalmente, puede alterar drásticamente el modo en que la estructura colapsa, modificando su mecanismo de falla inicial (González Cuevas, 2020).

Según Moehle (2015) algunos de los principales fenómenos que pueden causar deterioro en elementos de hormigón armado incluyen:

- Agrietamiento del hormigón por esfuerzos de tracción.
- Aplastamiento del hormigón por esfuerzos de compresión.
- Pandeo del acero de refuerzo.
- Deslizamiento del acero de refuerzo.
- Pérdida de anclaje del esfuerzo transversal.
- Esfuerzos diagonales.

Es por ello que, si se utiliza la plasticidad concentrada mediante resortes rotacionales para modelar el comportamiento no lineal, es necesario considerar los siguientes aspectos que permitan capturar de manera razonable la respuesta cíclica y los efectos de deterioro (PEER/ATC-72-1, 2010).

- Curva envolvente "backbone curve": Representa la relación fuerza-deformación (o esfuerzo generalizado-deformación) de un elemento o sistema estructural, definiendo los límites dentro de los cuales se desarrolla la respuesta no lineal.
- Comportamiento histerético: El comportamiento teórico se basa en un conjunto de reglas que determinan cómo se comporta un elemento dentro de los límites definidos por la curva backbone, describiendo su respuesta cíclica.
- Modelos de deterioro: Son reglas adicionales que ajustan los modelos histeréticos para incorporar la degradación progresiva de la curva backbone debido a efectos como la pérdida de rigidez o resistencia (PEER/ATC-72-1, 2010).

Es fundamental considerar los conceptos descritos anteriormente para representar de forma más precisa el comportamiento de los elementos estructurales. Sin embargo, en muchos casos, los modelos de deterioro no son incluidos en los análisis, principalmente porque se utilizan modelos elásticos y análisis simplificados para estimar el desempeño estructural. Por esta razón, en este trabajo, la modelación se realizó en OpenSees con su implementación en Python, con el objetivo optimizar la programación y el post-procesamiento de los resultados.

#### **1.2.2** Curva envolvente (Backbone curve)

Esta curva es una relación entre fuerza y deformación que establece los límites dentro de los cuales se desarrolla la respuesta histerética de un elemento. Si no hay deterioro cíclico, esta curva se aproxima a la respuesta bajo una carga monotónica y se denomina curva backbone inicial. Sin embargo, cuando ocurre deterioro cíclico, las ramas de la curva se desplazan hacia el origen y se actualizan continuamente, pudiendo trasladarse o rotar. Esta curva actualizada en tiempo real se conoce como curva backbone cíclica, la cual depende del patrón de carga y se modifica tras cada excursión que cause daño en el componente. Cabe destacar que la curva backbone inicial no es idéntica a la curva de carga monótona, aunque suele estar muy cerca. Generalmente, incluye simplificaciones para facilitar su descripción, por lo que ambos términos pueden usarse indistintamente (PEER/ATC-72-1, 2010).

La curva backbone propuesta por Ibarra et al. (2005), describe el comportamiento de una rótula plástica, donde F y  $\delta$  representan una fuerza general y una deformación, respectivamente, para una articulación plástica a flexión, F se refiere al momento (M) y  $\delta$  al giro ( $\theta$ ). En ausencia de degradación, la curva se caracteriza por tres parámetros: la rigidez efectiva elástica inicial  $(K_e)$ , la fuerza de fluencia  $(F_v)$ , y la rigidez por endurecimiento ( $K_s = \alpha_s K_e$ ). Cuando se considera la degradación, la curva backbone desarrolla una rama descendente a partir de  $\delta_c$ , que corresponde a la resistencia máxima o "capping point" ( $F_c$ ). Normalizando  $\delta_c$  con respecto a la deformación de fluencia ( $\delta_v$ ), se obtiene la ductilidad del elemento. La diferencia entre  $\delta_c$  y  $\delta_y$  se denomina desplazamiento "capping" ( $\delta_n$ ). La rama descendente está definida por la rigidez postcapping ( $K_c = \alpha_c K_e$ ), que exhibe una pendiente negativa. La diferencia entre  $\delta_r$  y  $\delta_c$  se conoce como desplazamiento "post-capping" ( $\delta_{pc}$ ). En la fase final de la curva, es posible asignar una fuerza residual ( $F_r = \lambda F_v$ ), que representa una fracción de la resistencia de fluencia que persiste tras la degradación del material. Los parámetros  $\alpha_s$ ,  $\delta_c/\delta_y$ ,  $\alpha_c$  y  $\lambda$ se obtienen mediante calibraciones analíticas basadas en modelos histeréticos tomados de datos experimentales. Para garantizar la seguridad del diseño, los elementos suelen diseñarse de manera que no alcancen la rama descendente de la curva antes de  $\delta_c$ , evitando así una degradación brusca, tal como lo indica la Figura 1-5.



Figura 1-5: Curva backbone para modelos histeréticos.

Fuente: Ibarra et al. (2005).

#### 1.2.3 Comportamiento Histerético

Los modelos de histéresis permiten determinar las curvas fuerza-deformación que describen la respuesta de un elemento estructural sometido a cargas cíclicas. Estos modelos se han desarrollado en función de las características específicas de los materiales y del comportamiento de los elementos, dando lugar a modelos para diferentes tipos de esfuerzos, como cortante, flexión, axial, así como para interacciones entre ellos, como flexión-cortante o flexión-axial. Los modelos de histéresis describen el comportamiento no lineal de los elementos cuando están sujetos a cargas que involucran reversiones de dirección o ciclos repetidos, mientras que bajo cargas monotónicas su comportamiento no se ve afectado. Algunos de los modelos de histéresis más empleados para elementos de hormigón armado incluyen el modelo de Clough, el modelo de Takeda, los modelos propuestos por Ibarra et al. (2005) como el modelo bilineal, el modelo peak-oriented, modelo pinching. Estos deben ser capaces de reproducir los fenómenos de degradación y resistencia, así como el efecto "pinching" para los diversos niveles de desplazamiento (Sengupta & Li, 2017).

En el contexto de los modelos de histéresis, se denomina "carga" a la fase en la que aumenta la magnitud de la deformación en una dirección, ya sea positiva o negativa. Por otro lado, la "descarga" corresponde a la reducción de la deformación, mientras que la "recarga" se refiere al incremento de la deformación con un cambio de signo durante el proceso de descarga, como se ilustra en la Figura 1-6.

Figura 1-6: Caracterización de un modelo histerético.



Fuente: González Cuevas (2020).

#### 1.2.4 Modelo histerético de Clough & Johnston

En el modelo de histéresis de Clough & Johnston (1966), la rigidez durante la fase de descarga disminuye de manera progresiva según lo establecido por la Ecuación 1-1, tal como se representa de manera gráfica en la Figura 1-7

$$\overline{k_p} = k_e \left| \frac{U_y}{U_m} \right|^\beta \le k_e$$

Ecuación 1-1

Donde:

 $\overline{k_p}$ : Rigidez de descarga.

*k<sub>e</sub>*: Rigidez de elástica.

 $D_y$ : Desplazamiento de fluencia en la región inicial de descarga.

 $D_m$ : Desplazamiento máximo en la región inicial de descarga.

 $\beta$ : Constante de rigidez de descarga.

Figura 1-7: Modelo histerético bilineal con degradación de rigidez.



Fuente: Clough & Johnston (1966).

#### 1.2.5 Modelo histerético de Takeda

Takeda et al. (1970), desarrolló un modelo basado en observaciones experimentales de ensayos realizados en elementos de hormigón armado, el cual incorpora una curva backbone trilineal que reduce la rigidez durante la descarga en función del desplazamiento máximo alcanzado por el sistema. Este modelo se fundamenta reglas que gobiernan los procesos de carga y descarga, presentadas en la Figura 1-8. Se presenta la dirección de descarga y recarga cuando la descarga ocurre después de superar la fuerza de agrietamiento  $(P_{cr})$ , pero antes de alcanzar la fuerza de fluencia  $(P_y)$ . En estos casos, la descarga retorna a  $P_{cr}$  en sentido opuesto y continúa siguiendo la curva backbone. Por otro lado, se presenta cuando la descarga se produce después de haber superado la fuerza de fluencia, momento en el cual la rigidez de descarga  $(k_r)$  se determina mediante la Ecuación 1-2.

$$k_r = \left(\frac{P_y + P_{cr}}{D_y + D_{cr}}\right) \left|\frac{D_y}{D_m}\right|^{\beta}$$

Ecuación 1-2

Donde:

 $k_r$ : Rigidez de descarga de lazos exteriores.

 $P_{cr}$ : Fuerza de agrietamiento.

 $F_{v}$ : Fuerza de fluencia.

#### $D_{v}$ : Desplazamiento de fluencia.

 $D_m$ : Desplazamiento máximo.

#### $\beta$ : Constante de rigidez de descarga de lazo exterior.

Figura 1-8: Modelo histerético trilineal con degradación de rigidez.



Fuente: Takeda et al. (1970).

#### 1.2.6 Modelo histerético de Bilineal

Este modelo se basa en reglas de histéresis bilineales convencionales, complementadas con un endurecimiento cinemático por deformación. Aunque las reglas que lo rigen permanecen inalteradas al incluir las fases "*post-capping*" y la resistencia residual, es imprescindible incorporar la "*resistencia límite*" cuando la curva *backbone* alcanza una sección con pendiente negativa, como se ilustra en la Figura 1-9. El tramo de carga que comienza en el punto 5 debería seguir hasta el punto 6. No obstante, este tramo se detiene cuando llega al "límite de resistencia" en el punto 6. Este límite se corresponde con la resistencia en el punto 3, que representa la resistencia más baja en el rango no lineal de la curva backbone en ciclos previos. Si no se impone esta restricción, la resistencia en el trayecto de carga podría incrementarse en fases posteriores de deterioro. Este tipo de modelos es comúnmente usado para estructuras de acero (Ibarra et al., 2005).

Figura 1-9: Modelo histerético bilineal con resistencia límite.



Fuente: Ibarra et al. (2005).

#### 1.2.7 Modelo histerético Peak-oriented

Este modelo conserva las reglas básicas de histéresis establecidas por Clough & Johnston (1966), aunque la curva backbone se modifica para incorporar el límite de resistencia (*capping*) y la resistencia residual. La inclusión de una rigidez negativa en la fase "post-capping" no altera las reglas fundamentales del modelo. En la Figura 1-10, se observa la degradación de la rigidez de recarga en un modelo *peak-oriented* una vez que se alcanza el eje horizontal (puntos 3, 7 y 11). La dirección de recarga siempre se dirige hacia el desplazamiento máximo anterior (Ibarra et al., 2005).

Figura 1-10: Modelo histerético peak-oriented.



Fuente: Ibarra et al. (2005).

#### 1.2.8 Modelo histerético Pinching

Este modelo comparte similitudes con el modelo peak-oriented, pero se distingue por dividir la fase de recarga en dos segmentos. En la primera parte, la recarga se dirige hacia un punto de quiebre (*break point*), el cual depende de la deformación permanente máxima y la carga máxima aplicada en la dirección de la carga. Este punto se define mediante dos parámetros:  $\kappa_f$ , que ajusta la resistencia máxima afectada por el fenómeno "pinching" (puntos 4 y 8 en la Figura 1-11), y  $\kappa_d$ , que determina el desplazamiento del punto de quiebre (puntos 4' y 8'). La primera parte de la rama de recarga está caracterizada por la rigidez  $K_{rel,a}$ , y una vez que se alcanza el punto de quiebre (puntos 4' y 8'), la recarga se redirige hacia la deformación máxima registrada en los ciclos previos en la dirección de la carga, utilizando la rigidez  $K_{rel,b}$  (Ibarra et al., 2005).

Figura 1-11: Modelo histerético pinching: a) reglas básicas, b) modificación si la deformación en la recarga está a la derecha del punto de quiebre



Fuente: Ibarra et al. (2005).

#### 1.2.9 Modelos de Deterioro

Según Ibarra et al. (2005), el efecto del deterioro es un fenómeno producido por la repetición de cargas. Este fenómeno se manifiesta como la degradación progresiva de la resistencia y de la rigidez. A diferencia de una carga monotónica, donde el elemento se somete a una carga creciente en una sola dirección, las cargas cíclicas implican cambios repetidos de dirección, lo que genera daños acumulativos en el material. En la Figura 1-12, se comparan los resultados de una prueba monotónica (línea roja) y una prueba cíclica (línea azul) realizadas en dos especímenes idénticos.



Figura 1-12: Respuesta experimental monotónica y cíclica de un mismo espécimen.

Fuente: PEER/ATC-72-1 (2010).

La degradación cíclica se determina en función de la energía histerética disipada cuando el elemento se encuentra sometido a carga cíclica, pues cada componente o elemento posee capacidad de disipación de energía histerética, sin importar la historia de carga aplicada en dicho elemento (Ibarra et al., 2005). De esta manera, el deterioro cíclico en el paso *i*, representado por el parámetro  $\beta_i$ , viene dado por la Ecuación 1-3.

$$\beta_i = \left(\frac{E_i}{E_t - \sum_{j=1}^i E_j}\right)^c$$

Ecuación 1-3

Donde:

- $\beta_i$ : Parámetro de deterioro durante el paso *i*.
- $E_i$ : Energía histerética disipada durante el paso *i*.
- $E_t$ : Capacidad de disipación de energía histerética, determinada como  $E_t = \gamma F_y \delta_y$ . El parámetro  $\gamma$  es calibrado con resultados experimentales y puede diferir según el tipo de deterioro.
- $\sum E_i$ : Energía histerética acumulada disipada en pasos anteriores.
- c: Exponente que controla la tasa de deterioro cíclico.

A lo largo de toda la historia de carga, el parámetro  $\beta i$  debe mantenerse dentro del rango de  $0 < \beta i \le 1$ . Si se encuentra fuera de estos límites (es decir,  $\beta i \le 0$  o  $\beta i > 1$ ), se considera

que la capacidad de disipación de energía histerética se ha agotado, lo que implica que se ha alcanzado el colapso (Ibarra et al., 2005). Esta condición viene dada por la Ecuación 1-4.

$$\gamma F_y \delta_y - \sum_{j=1}^i E_j < E_i$$

Ecuación 1-4

Por otro lado, la respuesta cíclica histerética revela diversos modos de deterioro. Ibarra et al. (2005) clasifica estos modos de la siguiente manera:

- Deterioro de la resistencia básica. Implica una reducción progresiva de la resistencia a medida que aumenta el número de ciclos de carga, incluso si se ha alcanzado el desplazamiento máximo asociado a la respuesta del elemento. Se representa mediante un desplazamiento de la resistencia previa a la fluencia hacia el origen.
- Deterioro de la resistencia post-fluencia. Se produce una degradación de la resistencia cuando el elemento ingresa a la fase de rigidez negativa. Se caracteriza por un desplazamiento de la curva de post-fluencia en dirección al origen.
- Deterioro de la rigidez de recarga. La degradación de la rigidez durante la fase de descarga ocurre como consecuencia del número de ciclos aplicado. Se presenta mediante una modificación en la inclinación de la pendiente de descarga.
- Deterioro de la rigidez de recarga acelerada. Este modo de deterioro provoca un aumento en el valor absoluto del desplazamiento objetivo, definido como la máxima deformación alcanzada en ciclos previos, tanto en sentido positivo como negativo, dependiendo de la dirección de la carga. Este tipo de degradación es característico de los modelos *peak-oriented* y *pinching*, en los cuales la respuesta estructural está influenciada por la memoria de los desplazamientos máximos previos.

Los modelos de deterioro se presentan en la Figura 1-13.



Figura 1-13: Modos de deterioro individuales: a) deterioro de resistencia básica, b) deterioro de resistencia postfluencia, c) deterioro de rigidez de recarga, d) deterioro de rigidez de recarga acelerada.

Fuente: Ibarra et al. (2005).

#### 1.2.10 Modelo de deterioro IMK modificado

La forma más precisa de evaluar un elemento de hormigón armado es mediante ensayos experimentales realizados en laboratorio. En estos ensayos, se consideran diversas fuentes de degradación, como el deslizamiento del acero de refuerzo, el pandeo de las barras, el agrietamiento y desprendimiento del hormigón, así como la pérdida de resistencia debido a la aplicación repetida de cargas cíclicas, entre otros factores (González Cuevas, 2020).

Para modelar con precisión los elementos estructurales en un análisis no lineal, es fundamental basarse en los resultados obtenidos de dichos ensayos realizados en laboratorios especializados. Estos ensayos permiten caracterizar el comportamiento de los componentes de la estructura, proporcionando datos esenciales para su correcta idealización en el diseño estructural. Por esta razón, el alcance de este trabajo de titulación no abarca la realización de ensayos experimentales. En su lugar, se han empleado ecuaciones calibradas por Haselton et al. (2008) y Biskinis & Fardis (2009), las cuales se fundamentan de una base de datos de 255 especímenes.

La base de datos incluye especímenes de hormigón armado con variaciones en parámetros clave de diseño. Entre estos parámetros se encuentra la relación de carga axial (v), la relación entre la carga axial aplicada y la carga axial balanceada  $(P/P_b)$ , resistencia de los materiales  $(f'c, f_y)$ , la relación entre la luz de cortante y la altura del elemento, comúnmente denominada relación de aspecto  $(L_s/H)$ , la proporción entre el espaciamiento de los estribos y el diámetro de la varilla longitudinal  $(s/d_b)$ , la cuantía de refuerzo transversal  $(\rho_{sh})$ , el factor de confinamiento efectivo  $(\rho_{eff} = \rho_{sh} f y_{sh}/f'c)$ , así como las cuantías de refuerzo longitudinal tanto en tracción como en compresión  $(\rho, \rho')$ . Las pruebas experimentales fueron de tipo cíclico, lo que permitió determinar la capacidad de disipación de energía de cada espécimen.

Haselton et al. (2008) desarrollaron una curva backbone inicial (Figura 1-14) a partir del análisis de la respuesta histerética de los diversos ensayos. La misma, representa el comportamiento del elemento sin considerar los efectos de degradación provocados por la repetición de cargas cíclicas. No obstante, el reporte no proporciona una versión ajustada que contemple la acumulación de daño debido a la carga cíclica.





#### Fuente: Haselton et al. (2008).

La definición de la rama inicial lineal-elástica del diagrama momento rotación, representada en la Figura 1-14, es clave dentro del análisis. La determinación de la rotación de fluencia  $\theta_y$  está vinculada directamente con la rigidez del elemento. Haselton et al. (2008) establece la Ecuación 1-5 y la Ecuación 1-6 para obtener la rigidez inicial. La Ecuación 1-5 permite calcular la inercia a la fluencia  $I_y$ , mientras que la Ecuación 1-6 proporciona la inercia secante ( $I_{stf40}$ ) del elemento cuando llega al 40% del momento de fluencia. La fluencia  $F_y$  se define en el instante en que el refuerzo más alejado del eje neutro alcanza su esfuerzo de fluencia. Haselton et al. (2008) recomienda emplear  $I_y$  en la evaluación de la estructura bajo el sismo máximo de diseño, y  $I_{stf40}$  para la revisión del comportamiento ante el sismo de servicio. La rigidez de un elemento depende de los siguientes parámetros: a) flexión pura, b) luz efectiva a cortante,  $L_s = M/V$ , y c) el deslizamiento del acero de refuerzo (*bond slip*).

$$\frac{EI_y}{EI_g} = -0.07 + 0.59 \left[\frac{P}{A_g f' c}\right] + 0.07 \left[\frac{L_s}{H}\right], donde \ 0.2 \le \frac{EI_y}{EI_g} \le 0.6$$

Ecuación 1-5

$$\frac{EI_{stf40}}{EI_g} = -0.02 + 0.98 \left[\frac{P}{A_g f' c}\right] + 0.09 \left[\frac{L_s}{H}\right], donde \ 0.35 \le \frac{EI_{stf40}}{EI_g} \le 0.8$$

Ecuación 1-6

Donde:

- *P*: Carga axial.
- $A_a$ : Área completa de la sección.
- $A_g$ : Área completa de la sección.
- *H*: Peralte de la sección.

Para la determinación de la rotación de fluencia, Biskinis & Fardis (2009) proponen la Ecuación 1-7, la cual consta de la contribución de tres parámetros: flexión, efectos de corte y el deslizamiento del refuerzo longitudinal. El efecto de cortante fue obtenido de manera experimental, mientras que la contribución del deslizamiento del refuerzo longitudinal puede observarse en el estudio de González Cuevas (2020).

$$\theta_{y} = \theta_{y,f} + \theta_{y,b} + \theta_{y,s}$$
$$\theta_{y} = \phi_{y} \frac{L_{s} + a_{v}z}{3} + 0.0014 \left(1 + 1.5 \frac{H}{L_{s}}\right) + a_{sl}\theta_{y\,slip}$$
$$\theta_{y\,slip} = \frac{\phi_{y}d_{bl}f_{y}}{8\sqrt{f'c}}$$

Ecuación 1-7

Donde:

 $\phi_{\nu}$ : Curvatura de fluencia.

- z: Distancia entre el acero de refuerzo a tracción y el acero de refuerzo a compresión.
- $a_{v}$ : Toma el valor de 1 si hay agrietamiento por corte ( $V_{u} < 0.5bd\sqrt{f'c}$ ), sino 0.
- $L_s$  Luz de cortante (M/V).
- *H*: Peralte de la sección.

 $a_{sl}$ : Toma el valor de 1 si se toma en cuenta el deslizamiento del refuerzo, sino 0.

Biskinis & Fardis (2009) establecen la Ecuación 1-8 y la Ecuación 1-9 para determinar la curvatura de fluencia  $\phi_y$ , necesaria para encontrar la rotación y el momento de fluencia. La Ecuación 1-8 aplica para secciones en las que el acero de refuerzo alcanza primero la fluencia. Por otro lado, la Ecuación 1-9 es válida para secciones en las que la fibra extrema en compresión del hormigón alcanza primero su deformación de aplastamiento, lo cual ocurre típicamente bajo cargas axiales significativas. Las ecuaciones son aplicables en secciones T definidas por un ancho de patín *b*, espesor de patín *t* y ancho del alma  $b_w$ ; como en secciones rectangulares, considerando  $b = b_w$ . Además, se incluyen los módulos de elasticidad del acero ( $E_s$ ) y del hormigón ( $E_c$ ),  $\xi_y$  es el peralte del eje neutro a la fibra de fluencia normalizado con el peralte efectivo *d*, la distancia del refuerzo en compresión hasta la fibra extrema comprimida, *d'*.

Cuando se alcanza primero la fluencia del acero de refuerzo:

$$\phi_{y} = \frac{f_{y}}{E_{s}(1-\xi_{y})d}$$

$$\xi_{y} = (\alpha^{2}A^{2} + 2\alpha B)^{1/2} - \alpha A$$

$$\alpha = E_{s}/E_{c}$$

$$A = \frac{b}{b_{w}} \left(\rho + \rho' + \rho_{v} + \frac{P}{bdf_{y}}\right) + \frac{1}{\alpha}\frac{t}{d}\left(\frac{b}{b_{w}} - 1\right)$$

$$B = \frac{b}{b_{w}} \left(\rho + \rho'\delta' + \frac{\rho_{v}(1+\delta')}{2} + \frac{P}{bdf_{y}}\right) + \frac{1}{2\alpha}\left(\frac{t}{d}\right)^{2}\left(\frac{b}{b_{w}} - 1\right)$$

$$\delta' = \frac{d'}{d}$$

Ecuación 1-8

Cuando se alcanza primero el aplastamiento del hormigón:
$$\phi_y = \frac{\varepsilon_c}{\xi_y d} = \frac{1.8f'c}{E_c \xi_y d}$$
$$\xi_y = (\alpha^2 A^2 + 2\alpha B)^{1/2} - \alpha A$$
$$\alpha = E_s / E_c$$
$$A = \frac{b}{b_w} \left(\rho + \rho' + \rho_V - \frac{P}{\varepsilon_c E_s b d}\right) + \frac{1}{\alpha} \frac{t}{d} \left(\frac{b}{b_w} - 1\right)$$
$$B = \frac{b}{b_w} \left(\rho + \rho' \delta' + \frac{\rho_V (1 + \delta')}{2}\right) + \frac{1}{2\alpha} \left(\frac{t}{d}\right)^2 \left(\frac{b}{b_w} - 1\right)$$
$$\delta' = \frac{d'}{d}$$

Ecuación 1-9

Donde:

- P: Carga axial.
- $\rho$ : Cuantía de refuerzo a tracción ( $A_s/bd$ ). Siendo  $A_s$  el área de acero, b el ancho de la sección y d, el peralte efectivo.
- $\rho'$ : Cuantía de refuerzo a compresión ( $A'_s/bd$ ). Siendo  $A_s$  el área de acero, *b* el ancho de la sección y *d*, el peralte efectivo.
- $\rho_V$ : Cuantía de refuerzo del alma, uniformemente distribuido entre el refuerzo a tracción y compresión ( $A_{sv}/bd$ ). Siendo  $A_{sv}$  el área de acero del alma, *b* el ancho de la sección y *d*, el peralte efectivo.
- $\varepsilon_c$ : Deformación unitaria del hormigón.

Biskinis & Fardis (2009) plantean la Ecuación 1-10 para el momento de fluencia  $M_y$ , en la cual se incluye la influencia de la carga axial, así como el confinamiento de la sección.

$$\frac{M_{y}}{bd^{3}} = \phi_{y} \left\{ E_{c} \left[ \frac{\xi_{y}^{2}}{2} \left( \frac{1+\delta'}{2} - \frac{\xi_{y}}{3} \right) \frac{b_{w}}{b} + \left( 1 - \frac{b_{w}}{b} \right) \left( \xi_{y} - \frac{t}{2d} \right) \left( 1 - \frac{t}{2d} \right) \frac{t}{2d} \right] + \frac{E_{s}(1-\delta')}{2} \left[ (1-\xi_{y})\rho + (\xi_{y} - \delta')\rho' + \frac{\rho_{v}}{6} (1-\delta') \right] \right\}$$
Ecuación 1-10

Sin embargo, la curvatura de fluencia y el momento de fluencia pueden ser obtenidos de un diagrama momento-curvatura de un modelo de fibras o con los métodos comunes del bloque equivalente de esfuerzos de una sección, considerando la resistencia esperada del hormigón  $\overline{f'c}$  y el esfuerzo de fluencia esperado del acero de refuerzo  $\overline{f_y}$ .

Una vez determinados los parámetros correspondientes a la parte lineal, se puede continuar con la caracterización de la curva backbone propuesta por Haselton et al. (2008) seguida del rango no lineal, resumido en la Ecuación 1-11.

$$\begin{split} \theta_{cap} &= 0.12(1+0.55a_{sl})(0.16)^{\nu}(0.02+40\rho_{sh})^{0.43}(0.54)^{0.01c_uf'c}(0.66)^{0.1s_n}(2.27)^{10\rho}\\ \theta_{pc} &= (0.76)(0.031)^{\nu}(0.02+40\rho_{sh})^{1.02} \leq 0.10\\ \frac{M_c}{M_y} &= (1.25)(0.89)^{\nu}(0.91)^{0.01c_uf'c}\\ M_r &= 0 \end{split}$$

Ecuación 1-11

Donde:

 $\theta_{cap}$ : Rotación plástica post fluencia (*capping*).

 $\theta_{pc}$ : Rotación plástica post capping.

 $a_{sl}$ : Toma el valor de 1 si se toma en cuenta el deslizamiento del refuerzo, sino 0.

$$v$$
: Es el índice de carga axial  $(P/A_g f' c)$ .

- $\rho_{sh}$ : Cuantía de refuerzo transversal en la zona de rótula plástica  $(A_{sh}/bd)$ . Siendo  $A_{sh}$  el área del refuerzo transversal, s la separación de estribos y b el ancho de la sección.
- $c_u$ : Factor de conversión de unidades, 1.0 para SI (MPa) y 0.1 para MKS (kg/cm<sup>2</sup>).
- *s<sub>n</sub>*: Factor para considerar el pandeo del refuerzo  $([s/d_b][f_y/100]^{0.5})$ . Siendo  $d_b$  el diámetro de la varilla longitudinal,  $f_y/100$  en SI y  $f_y/1000$  en MKS.
- $\rho$ : Cuantía de refuerzo ( $A_s/bh$ ). Siendo  $A_s$  el área de acero, b y h las dimensiones de la sección.
- $M_{\gamma}$ : Momento de fluencia.
- $M_c$ : Momento resistente máximo del elemento.

 $M_r$ : Momento residual del elemento. Con fines conservadores se desprecia.

La Ecuación 1-11 aplica para elementos con refuerzo simétrico, si se dispone de refuerzo asimétrico, la Ecuación 1-12 caracteriza la respuesta.

$$\theta_{cap,a} = 0.12 \left( \frac{max\left(0.01, \frac{\rho' f_y}{f' c}\right)}{max\left(0.01, \frac{\rho f_y}{f' c}\right)} \right)^{0.225} \theta_{cap}$$

Ecuación 1-12

Donde:

 $\theta_{cap,a}$ : Rotación plástica post fluencia (*capping*) con refuerzo asimétrico.

- $\rho$ : Cuantía de refuerzo ( $A_s/bh$ ). Siendo  $A_s$  el área de acero, b y h las dimensiones de la sección.
- $\rho'$ : Cuantía de refuerzo a compresión ( $A'_s/bd$ ). Siendo  $A_s$  el área de acero, *b* el ancho de la sección y *d*, el peralte efectivo.

Para considerar la degradación del material debido a cargas cíclicas, Haselton et al. (2008) adopta el enfoque propuesto por Ibarra & Krawinkler (2005), proponiendo la Ecuación 1-13 para determinar la capacidad de disipación de energía  $\lambda$  en elementos de hormigón armado. Este parámetro es fundamental para aplicar los modelos de deterioro descritos en el Capítulo 1.2.9, donde se integran los efectos de degradación de rigidez, resistencia y capacidad de disipación de energía en el comportamiento histerético. En el caso de elementos de hormigón armado, la degradación cíclica depende del nivel de carga axial, así como del confinamiento de la sección, sin embargo, estos factores influyen de manera opuesta en la capacidad de disipación de energía cíclica, por otro lado, el exponente *c* toma el valor de 1.0 para todos los casos (Haselton et al., 2008).

$$\lambda = (127.2)(0.19)^{\nu}(0.24)^{s/d}(0.59)^{V_p/V_n}(4.25)^{\rho_{sh,eff}}$$

Ecuación 1-13

Donde:

v: Es el índice de carga axial  $(P/A_g f' c)$ .

s/d: Relación entre separación de estribos y peralte del elemento.

 $V_p/V_n$ : Relación entre demanda a cortante y resistencia a cortante del elemento.

 $\rho_{sh,eff}$ : Medida de confinamiento ( $\rho_{eff} = \rho_{sh} f y_{sh}/f'c$ ).

#### 1.2.11 No Linealidad Geométrica

Los efectos de la no linealidad geométrica son provocados por la acción de las cargas gravitacionales sobre la estructura deformada, provocando un aumento en las fuerzas internas de los elementos y en sus conexiones. El efecto *P-* $\delta$ , que se relaciona con las deformaciones a lo largo del elemento y se evalúa respecto a su eje longitudinal, y el efecto *P-* $\Delta$ , asociado a los desplazamientos entre los extremos de un elemento, vinculados a los desplazamientos laterales de las estructuras, como se muestra en la Figura 1-15. Para análisis sísmicos, los efectos *P-* $\delta$  no son relevantes, siempre que los elementos cumplan con los límites de esbeltez, por lo que este apartado se enfoca en los efectos *P-* $\Delta$  (Deierlein et al., 2010).

Figura 1-15: Efectos P Delta.



Fuente: Elaboración propia.

El efecto *P*- $\Delta$  desde un enfoque estático, puede entenderse como una carga lateral equivalente que intensifica las fuerzas internas y los desplazamientos laterales. Este fenómeno de inestabilidad disminuye la capacidad lateral de la estructura y genera una pendiente negativa en las relaciones entre carga lateral y desplazamiento cuando estos últimos son significativos. Desde un enfoque dinámico, el efecto *P*- $\Delta$  puede amplificar considerablemente los desplazamientos de la estructura, particularmente cuando las demandas sísmicas inducen desplazamientos que llevan a la estructura a un rango donde la rigidez tangente se vuelve negativa (PEER/ATC-72-1, 2010).

Tal como se presenta en la Figura 1-16, es importante considerar estos efectos, indistintamente del tipo de análisis no lineal que se realice. Como se mencionó anteriormente, pueden provocar la perdida de resistencia y rigidez lateral, debido a las grandes deformaciones laterales que amplifican la demanda sobre los elementos. Además, se puede presentar una acumulación progresiva de deformaciones residuales ante cargas cíclicas e inestabilidad dinámica, lo cual puede llevar al colapso del sistema (Deierlein et al., 2010).

Figura 1-16: Influencia del efecto P- $\Delta$  en un sistema SDOF.



Fuente: PEER/ATC-72-1 (2010).

Para implementar la influencia de los efectos  $P-\Delta$ , se modelo un mecanismo denominado "leaning column", como se muestra en la Figura 1-17. Este mecanismo tiene la finalidad de capturar la carga gravitacional correspondiente a la mitad del sistema de gravedad que no tiene área tributaria asociada al pórtico SMF bajo análisis, evitando sobrecargar los elementos estructurales iniciales y permitiendo obtener la rigidez negativa característica de estos efectos de segundo orden.

Para este trabajo, la "leaning column" fue cargada puntualmente con la totalidad del peso fuera del área tributaria del sistema sismorresistente en cada nivel. Con el fin de que este sistema no aporte rigidez lateral al sistema principal, se modeló con una base articulada, a diferencia de las columnas del sistema resistente, las cuales tienen bases empotradas. Además, dentro del modelo se liberaron los momentos en cada nivel. Para integrar este mecanismo al sistema principal, se emplearon elementos tipo armadura, lo que asegura la articulación por ende la ausencia de momento en la conexión con el sistema principal. Asimismo, a todos los elementos tipo "ElasticBeamColumn" se les asignó la transformación geométrica PDelta en OpenSees, con el fin de considerar los efectos de segundo orden. Tras la incorporación de este sistema al modelo, se verificó que no aportara rigidez lateral mediante el cálculo del período fundamental de la estructura, el cual está directamente relacionado con la rigidez del sistema. Más información acerca de este mecanismo y su comportamiento, se puede consultar el trabajo de Powell (2010).



Figura 1-17: Leaning column.

#### 1.2.12 Nudo Viga-Columna (Joint2D)

La respuesta no lineal de vigas y columnas de hormigón armado se debe al deslizamiento debido a la pérdida de la adherencia entre el acero de refuerzo y el hormigón, así como a la incursión de fluencia en los nudos viga-columna, lo que hace que la modelación de estos elementos estructurales sea interdependiente. Cuando un pórtico está sometido a cargas laterales, la distribución de fuerzas actuantes en el nudo se presenta en la Figura 1-18a. La Figura 1-18b presenta la distribución de fuerzas en el perímetro del nudo. La transmisión de momentos de vigas y columnas hacia el nudo se da por fuerzas de tracción, debido a la armadura longitudinal de los elementos (indicada con flechas blancas), y por fuerzas de compresión, transmitidas a través del hormigón (indicada con flechas grises). Además, se considera la transmisión del cortante al nudo a través del hormigón en las partes cercanas a las regiones en compresión debido a la flexión en los elementos del pórtico (indicado con flechas sombreadas) (Altoontash, 2004).

Fuente: FEMA P695 (2009).



Figura 1-18: Fuerzas en unión viga-columna ante cargas laterales.

Fuente: Lowes et al. (2004).

Las fuerzas aplicadas en el núcleo del nudo se presentan en la Figura 1-19, se supone que las fuerzas de compresión y cortante actúan directamente sobre el perímetro del núcleo nodal (indicadas con flechas grises oscuras y sombreadas), mientras que las fuerzas de tracción, transmitidas por la armadura de los elementos del marco, se transfieren gradualmente al núcleo mediante mecanismos de adherencia distribuidos (flechas grises claro) (Altoontash, 2004).

Figura 1-19: Fuerzas idealizadas aplicadas en el núcleo del nudo.



Fuente: Lowes et al. (2004).

Altoontash (2004) en la Figura 1-20 presenta un modelo idealizado del nudo vigacolumna en hormigón armado. El mismo incorpora cinco resortes inelásticos acoplados mediante restricciones cinemáticas para representar las dimensiones finitas del nudo. En este enfoque, los cuatro resortes que conectan el nudo con las vigas o columnas adyacentes son compartidos por el nudo y los elementos conectados, por lo que se calibran para capturar tanto las deformaciones inelásticas en las zonas de rótula plástica del elemento como los efectos de deslizamiento por adherencia y la incursión de fluencia en el nodo, con las relaciones constitutivas descritas previamente. Por otro lado, el resorte central del nudo se calibra para modelar las deformaciones de la zona de panel, las cuales surgen debido a la transferencia significativa de fuerzas cortantes en esta zona.



#### Figura 1-20: Idealización nudo viga-columna Joint2D.

Fuente: Altoontash (2004).

Cada modelo MDOF desarrollado en este estudio incluyó la calibración de las rótulas plásticas, la cual se basó en los enfoques propuestos por Biskinis & Fardis (2009) y Haselton et al. (2008). Esto con el fin de caracterizar de manera razonable el comportamiento no lineal de los elementos estructurales, considerando aspectos como la degradación de rigidez, la pérdida de resistencia y la capacidad de disipación de energía bajo cargas cíclicas. Además, para capturar la no linealidad geométrica, debida a efectos de segundo orden asociados a las cargas gravitatorias (efectos  $P-\Delta$ ), se incorporó un sistema adicional "leaning column". Este sistema permite representar la contribución de las cargas verticales que no están directamente asociadas al pórtico principal, evitando distorsiones en la respuesta estructural y asegurando la aparición de la rigidez negativa característica de estos efectos.

El modelado de los nudos o uniones entre vigas y columnas se llevó a cabo mediante la implementación del elemento Joint2D en OpenSees y descrito por Altoontash (2004). Este elemento permite modelar el comportamiento en la zona de panel, incluyendo las deformaciones por cortante, así como los efectos de deslizamiento y penetración de fluencia en las barras de refuerzo. La inclusión de Joint2D asegura la interacción entre vigas y columnas, considerando el comportamiento a flexión de los elementos como las deformaciones locales en los nodos. Este enfoque de modelación se adoptó con el fin de

capturar de manera razonable el comportamiento no lineal de pórticos ante cargas sísmicas y garantizar parámetros apropiados para la simplificación a sistemas SDOF.

# 2. ANÁLISIS NO LINEAL

# 2.1 ANÁLISIS ESTÁTICO NO LINEAL

El análisis estático no lineal incremental, también denominado *pushover*, consiste en la aplicación de una carga lateral incremental hasta alcanzar un desplazamiento objetivo o el colapso de la estructura. Su propósito es obtener la curva de capacidad, que representa la relación entre el cortante basal y el desplazamiento máximo en el techo (ver Figura 2-1). Esta curva permite evaluar el desempeño sísmico de la estructura con base en el desplazamiento esperado, además de determinar parámetros clave como la sobrerresistencia y la ductilidad del sistema (Aguiar et al., 2020).

Figura 2-1: Secuencia análisis Pushover.



Fuente: Elaboración propia.

Para obtener la curva de capacidad es fundamental desarrollar un modelo numérico en un software de análisis estructural adecuado, como se mencionó en el Capítulo 1.2, donde se detalló la construcción del modelo numérico y su implementación en OpenSeesPy. En este estudio, se han generado modelos bidimensionales que incorporan las propiedades estructurales más relevantes, permitiendo representar de manera precisa el comportamiento de las estructuras. La curva de capacidad proporciona una visión gráfica de la respuesta estructural ante cargas laterales y depende de la capacidad de deformación y resistencia de sus elementos individuales (NIST, 2017).

El procedimiento para determinar la curva de capacidad se basa en una serie de análisis elásticos incrementales, que se combinan progresivamente para trazar la curva completa. La distribución de las cargas laterales puede ser uniforme, triangular o proporcional a un modo de vibración específico, generalmente el primero (FEMA 440, 2005). En este estudio, se ha utilizado un patrón de carga lateral basado en el primer modo de vibración

de la estructura según la metodología FEMA P695, donde este es proporcional a la forma del primer modo, multiplicado por la masa de cada piso, como se presenta en la Ecuación 2-1.

$$F_x = \phi_{1,x} m_x$$

Ecuación 2-1

Donde:

 $F_x$ : Fuerza aplicada en el piso x.

 $\phi_{1,x}$ : Forma del primer modo de vibración del piso x.

 $m_x$ : Masa del piso x.

# 2.2 ANÁLISIS DINÁMICO NO LINEAL

El análisis dinámico no lineal, también conocido como análisis tiempo historia no lineal está siendo ampliamente adoptado en el diseño sísmico basado en desempeño para edificaciones nuevas. A diferencia del análisis estático no lineal, este enfoque demanda una representación más precisa del comportamiento cíclico de la estructura, incorporando parámetros que consideran la degradación de la resistencia y rigidez. Además, requiere una selección y escalamiento rigurosos de los registros sísmicos, así como una definición adecuada del amortiguamiento viscoso y la consideración de efectos dinámicos adicionales que influyen en la respuesta estructural (Haselton et al., 2016).

Este tipo de análisis implica someter al sistema estructural a uno o varios registros sísmicos, previamente seleccionados y escalados en función de los objetivos de estudio. Estos registros pueden ser acelerogramas reales o sintéticos. Al demandar una representación más precisa en términos de modelación, estos análisis pueden capturar el comportamiento multimodal, así como otros efectos dependientes del tiempo, como la respuesta cíclica con una historia de carga, la velocidad de deformación, entre otros. La caracterización más representativa de un movimiento del terreno, considera factores tales como la distribución espectral de la excitación, la duración extendida del evento y los efectos de pulsos de gran amplitud en proximidad a la fuente de ruptura (NIST, 2017a). La Figura 2-2 muestra la respuesta no lineal tiempo historia de un sistema MDOF ante un registro sísmico.





Fuente: Elaboración propia.

La Ecuación 2-2 describe el movimiento de un sistema de múltiples grados de libertad sometido a un movimiento del terreno, considerando un comportamiento elástico lineal.

$$m\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + ku(t) = -\ddot{u}_{g}(t)$$

Ecuación 2-2

Donde:

- u(t): Vector de desplazamiento.
- $\dot{u}(t)$ : Vector de velocidad.
- $\ddot{u}(t)$ : Vector de aceleración.
- *m*: Matriz de masa.
- *c*: Matriz de amortiguamiento.
- k: Matriz de rigidez.
- $\ddot{u}_{g}(t)$ : Aceleración del terreno.

Para captar el comportamiento inelástico de una estructura, el término de la fuerza restitutiva ( $F_s = ku$ ), se modifica para representar dicho efecto. En consecuencia, la relación fuerza-deformación que experimentan los elementos estructurales es cíclica, exhibiendo un comportamiento no lineal e histerético (Figura 1-14b). Pruebas experimentales en laboratorio han determinado las relaciones fuerza-deformación para diversos tipos de elementos estructurales, considerando varios tipos de materiales, como

las obtenidas por Haselton et al. (2008). La relación no lineal entre las fuerzas restitutivas  $(F_s)$  y los desplazamientos (u), son dependientes de la trayectoria, es decir, depende si la deformación aumenta o disminuye en el tiempo (Chopra, 2017).

#### 2.2.1 Amortiguamiento

El amortiguamiento hace referencia a la capacidad de disipación de energía de un sistema, transformando la energía cinética a otro tipo. Generalmente, esta transformación implica la conversión de energía cinética en térmica, en energía de deformación o en ambas (Vargas Alzate, 2013). La Ecuación 2-3 modela la fuerza de amortiguamiento de la estructura.

$$F_i = \sum_j C_{ij} \dot{u}_j$$

Ecuación 2-3

Donde:

 $F_i$ : Fuerza de amortiguamiento sobre la planta *i*.

 $C_{ij}$ : Coeficiente de la matriz de amortiguamiento.

 $\dot{u}_i$ : Velocidad.

La matriz de amortiguamiento (C) se suele estimar como una combinación lineal de la matriz de masa (M) y la matriz de rigidez (K), mediante el método de Rayleigh (Cabrera Vélez, 2022). Esto se expresa mediante la Ecuación 2-4.

$$C = \alpha M + \beta K$$

Ecuación 2-4

La obtención de los coeficientes  $\alpha$  y  $\beta$  se determinan considerando el amortiguamiento correspondiente a dos frecuencias específicas, mediante la Ecuación 2-5, representada en la Figura 2-3.

$$\lambda_n = \frac{1}{2} \left[ \frac{\alpha}{\omega_n} + \beta \, \omega_n \right]$$

Ecuación 2-5

Figura 2-3: Modelo de amortiguamiento de Rayleigh.



Fuente: Chopra (2017).

Por lo tanto, al considerar los pares  $(\omega_i, \lambda_i)$  y  $(\omega_j, \lambda_j)$ , es posible determinar los coeficientes  $\alpha$  y  $\beta$ , tal como lo indica la Ecuación 2-6.

$$\alpha = \zeta \frac{2\omega_i \omega_j}{\omega_i + \omega_j}$$
$$\beta = \zeta \frac{2}{\omega_i + \omega_j}$$

Ecuación 2-6

Este método suele aplicarse asumiendo que se conocen los valores de amortiguamiento correspondientes a las dos frecuencias fundamentales de vibración de la estructura.

Es importante que los modelos estén correctamente calibrados con respecto a los protocolos de carga empleados, ya que la disipación de energía se captura principalmente a través de la respuesta histerética de los elementos estructurales. Como consecuencia, el amortiguamiento viscoso asumido en los análisis no lineales para evaluar el colapso debe ser inferior al utilizado en análisis dinámicos lineales. En función de la formulación del modelo no lineal, puede incorporarse una componente adicional de amortiguamiento viscoso para capturar la disipación de energía proveniente de elementos no estructurales. El valor del amortiguamiento viscoso introducido debe ser consistente con el amortiguamiento inherente de la estructura que no haya sido considerado dentro de la respuesta no lineal histerética modelada (FEMA P695, 2009).

Para los análisis dinámico no lineales, es común asumir un valor de amortiguamiento viscoso dentro del intervalo del 2% al 5% del amortiguamiento crítico para los primeros

modos de vibración, los cuales dominan el comportamiento del sistema estructural, siendo el 5% el valor comúnmente usado en estructuras típicas como pórticos de hormigón armado (Cabrera Vélez, 2022). Sin embargo, se debe tener precaución si se utiliza un amortiguamiento viscoso adicional, ya que puede alcanzar valores excesivos a medida que el modelo incursiona en rango inelástico (FEMA P695, 2009).

#### 2.2.2 Selección y Escalamiento de Registros Sísmicos

Los procedimientos de selección y escalamiento de sismos (Ground Motion Selection and Scaling Method, GMSM, por sus siglas en inglés) constituyen un proceso esencial en el análisis dinámico no lineal (Time History Analyses, THA), ya que definen los movimientos del suelo requeridos como parámetros de entrada para evaluar el comportamiento estructural. Este tipo de análisis permite determinar las demandas sísmicas en uno o más parámetros de demanda ingenieril (Engineering Demand Parameters, EDP), obtenidos a partir de un conjunto específico de registros seleccionados (Kwong & Chopra, 2015). Sin embargo, la precisión de los resultados depende en gran medida de la adecuada selección y preparación de los registros, los cuales deben ser representativos de la amenaza sísmica del sitio y compatibles con las características dinámicas de la estructura (NIST, 2011).

La selección de señales implica considerar factores como la magnitud del sismo, la distancia epicentral, el mecanismo focal y las condiciones locales del suelo. Estos factores influyen en las características del movimiento sísmico, como su amplitud, contenido de frecuencias, duración, energía sísmica, entre otros; los cuales condicionan la respuesta estructural. Los registros de sismos con fuentes superficiales suelen presentar frecuencias altas y amplitudes significativas, mientras que los registros de sismos profundos tienden a tener frecuencias bajas. Además, los efectos de sitio, relacionados a las propiedades geotécnicas del suelo, pueden amplificar o atenuar ciertas frecuencias del movimiento, lo que debe considerarse en la selección de registros (Baker & Bradley, 2017).

FEMA P695 (2009) establece dos grupos de señales: el primero obtenido con registros de fuentes lejanas, que contiene 22 pares de componentes horizontales registrados a más de 10 km de la ruptura de falla. El segundo obtenido con registros de fuentes cercanas, que consta de 28 pares de componentes horizontales registrados a menos de 10 km de la ruptura de falla. Los grupos de señales están compuestos por registros de terremotos con

gran magnitud (escalas mayores a 6.5), con valores de PGA mayores a 0.2g y valores de PGV mayores a 15cm/sec. Para evitar sesgos, no se deben incluir más de dos señales por evento sísmico.

Otro criterio para la selección de sismos es el descrito por Jalayer et al. (2017), que establece consideraciones adicionales para mejorar la representatividad de los registros empleados. Los registros seleccionados deben cubrir un rango amplio de valores de aceleración espectral (Sa), pues un mayor rango de dispersión en estos valores contribuye a reducir la desviación estándar. Asimismo, sugiere que más del 30% de los registros seleccionados provoquen demandas que superen el desempeño objetivo. En el caso de modelos bidimensionales (2D) es recomendable evitar la selección de ambas componentes horizontales de un mismo registro, solo se deberá incluir en modelos tridimensionales (3D). Además, el autor recomienda limitar la cantidad de registros provenientes de un mismo evento a un máximo del 10% del total, en términos generales, la literatura recomienda un máximo de seis registros por evento (Haselton & Deierlein, 2008).

Tras la selección de los registros, es común aplicar métodos de escalamiento para ajustar su intensidad o contenido frecuencial a las condiciones específicas del sitio y la estructura. Existen dos enfoques principales para el escalamiento: 1) el escalamiento lineal o de amplitud, que ajusta la intensidad de la señal sin modificar el contenido de frecuencias, y 2) el ajuste espectral en el dominio del tiempo o de la frecuencia (*Spectral Matching*), que modifica el registro para que su espectro de respuesta coincida con un espectro objetivo, y considere las variaciones en las características del registro (escalado sismológico). Ambos métodos buscan garantizar que los registros escalados sean compatibles con el espectro objetivo y capturen razonablemente la variabilidad y la incertidumbre asociadas con los movimientos sísmicos (Kwong & Chopra, 2015).

#### **Escalamiento lineal**

Para cada señal se debe obtener el espectro de respuesta de aceleraciones con el fin de escalar hasta obtener una intensidad deseada. El factor de escala es determinado por medio de la combinación de las dos componentes horizontales mediante la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados (SRSS), como lo describe la Ecuación 2-7.

$$S_a(T) = \sqrt{(S_{a,x}(T))^2 + (S_{a,y}(T))^2}$$

Ecuación 2-7

Donde:

$$S_{a,x}(T)$$
: Aceleración espectral de la componente en dirección x.

 $S_{a,y}(T)$ : Aceleración espectral de la componente en dirección y.

Con los espectros de cada señal, se obtiene el factor  $F_s$ , según la Ecuación 2-8. Este factor ajusta la amplitud de los espectros con el fin de coincidir con la aceleración del espectro objetivo en el periodo fundamental de la estructura.

$$F_{si} = \frac{S_a(T_1)_i}{S_a(T_1)_0}$$

Ecuación 2-8

Donde:

 $F_{si}$ : Primer factor de escalamiento.

 $S_a(T_1)_i$ : Aceleración espectral del registro *i*, en el periodo fundamental  $T_1$ .

 $S_a(T_1)_0$ : Aceleración espectral objetivo, en el periodo fundamental  $T_1$ .

Además, se debe determinar un espectro promedio, según la Ecuación 2-9, para la obtención de un factor  $S_s$ , (Ecuación 2-10) el cual busca que dentro del rango de periodos entre 0.2T y 1.5T, ningún valor del espectro promedio sea inferior al del espectro objetivo, y que exista al menos un punto de coincidencia entre ambos espectros en dicho rango (FEMA P695, 2009).

$$S_{a,prom}(T) = \frac{\sum_{i=1}^{n} S_{a,i}(T)}{n}$$

Ecuación 2-9

Donde:

 $S_{a,i}(T)$ : Aceleración espectral del *i*-ésimo registro en el periodo *T*.

*n*: Número total de registros.

$$S_S = max \left(\frac{S_a(T)_O}{S_a(T)_P}\right)$$

Ecuación 2-10

Donde:

 $F_{si}$ : Segundo factor de escalamiento.

 $S_a(T)_P$ : Aceleración espectral promedio.

 $S_a(T)_0$ : Aceleración espectral objetivo.

*T*: Rango de periodos  $(0.2T_1 - 1.5T_1)$ .

El factor de escalamiento total aplicado a los espectros de respuesta de los registros, acorde con el espectro objetivo, se define mediante la Ecuación 2-11.

$$FE_i = F_{si}S_s$$

Ecuación 2-11

Donde:

 $FE_i$ : Factor de escalamiento para el registro *i*.

 $F_{si}$ : Primer factor de escalamiento.

 $S_s$ : Segundo factor de escalamiento.

Para escalar el sismo de diseño al sismo máximo considerado (Maximum Considered Earthquake, MCE) se multiplicó por 1.5, considerando una categoría de diseño tipo D, mientras que para escalar al sismo de servicio (período de retorno de 72 años), se multiplicó por 0.436, siguiendo lo establecido en FEMA 356, con n = 0.44, según la Ecuación 2-12.

$$S_i = S_{i,10/50} \left(\frac{PR}{475}\right)^n$$

Ecuación 2-12

Donde:

 $S_i$ : Parámetro a ser escalado.

*PR*: Periodo de retorno.

 $S_{i,10/50}$ : Parámetro del espectro de 475 años.

*n*: Factor para periodos de retorno menores a 475 años.

La Tabla 2-1 presenta los factores de escala en función de la intensidad sísmica del espectro objetivo según el ASCE/SEI 7-22.

Tabla 2-1: Factores de escala en función de la intensidad sísmica.

Intensidad	Servicio	Diseño	MCE
Factor	0.436 <i>F<sub>s</sub>S<sub>s</sub></i>	$F_s S_s$	$1.5F_sS_s$

Fuente: Elaboración propia.

El escalamiento lineal presenta limitaciones al aplicar un factor constante a lo largo de todo el registro, sin considerar las variaciones en las características del movimiento sísmico, tales como la energía, duración del evento, contenido de frecuencias, entre otros. Estos parámetros dependen de las características específicas del sismo, magnitud, distancia entre la fuente y el sitio, y las condiciones geológicas. La Figura 2-4 presenta un segmento recortado correspondiente a los 20 segundos de la fase más intensa (segunda fila), donde se observa que las intensidades máximas se mantienen en los registros completos y en los escalados (Quinde Martínez, 2019).





Fuente: Quinde Martínez (2019).

## Escalamiento sismológico

Este enfoque tiene como objetivo capturar las variaciones en el contenido de frecuencias, duración y energía presente entre eventos sísmicos de distintas intensidades. Comúnmente se emplea una metodología basada en el uso de "semillas" o sismos pequeños como funciones empíricas de Green Existen diversos autores que describen este tipo de escalamiento, incorporando la propagación de ondas, así como los efectos de sitio, con el objetivo de eliminar las incertidumbres de carácter geológico cuando se emplea la misma ubicación en la que se registró el sismo, sin embargo, no considera el comportamiento no lineal del suelo (Quinde Martínez, 2019).

Los resultados obtenidos al emplear este tipo de escalamiento se presentan en la Figura 2-5. Los registros basados en el escalamiento sismológico presentan intensidades y duraciones diferenciadas y realistas. Estas diferencias significativas permiten considerar a estos registros como eventos independientes y representativos de la sismicidad característica la zona de estudio. Sin embargo, este método presenta ciertas limitaciones a considerar, tales como la caída de esfuerzos  $\Delta_{\sigma}$ , la selección de la fuente sísmica como puntal y el parámetro de inicialización (semilla) utilizado (Quinde Martínez, 2019).





El tratamiento de registros no exhibe una metodología única aplicable a todas las situaciones de análisis. La definición de un enfoque adecuado dependerá

Fuente: Quinde Martínez (2019).

fundamentalmente de los propósitos específicos de los análisis dinámicos o de los requerimientos asociados a la evaluación del desempeño estructural. Con el fin de inducir a los modelos en rango no lineal, el escalamiento de los registros sísmicos para este trabajo se realizó siguiendo la metodología establecida en FEMA P695.

# 3. TRANSFORMACIÓN A SDOF

La representación de sistemas estructurales mediante modelos de un solo grado de libertad (SDOF) constituye una práctica común en el análisis sísmico, permitiendo capturar los efectos dinámicos globales de una estructura a partir de su comportamiento dominante. Esta transformación se fundamenta en la identificación de una respuesta representativa del sistema original de múltiples grados de libertad (MDOF), generalmente asociada al modo fundamental de vibración o a una combinación modal representativa del comportamiento no lineal.

La adopción de un modelo simplificado que represente el comportamiento dinámico de una estructura de varios grados de libertad no es un procedimiento directo, ya que requiere asegurar que el oscilador equivalente capture con fidelidad las respuestas fundamentales del sistema original. En particular, el modelo SDOF debe reproducir no solo la rigidez y la masa efectiva del sistema MDOF, sino también sus características no lineales, como la degradación de rigidez, la pérdida de resistencia y el comportamiento histerético. Por ello, es indispensable realizar un proceso de calibración riguroso, en el que los parámetros del SDOF se ajusten para reflejar con precisión la respuesta global de la estructura bajo cargas sísmicas. Esta calibración proporciona una base sólida para que el modelo reducido sea utilizado en evaluaciones de desempeño estructural, análisis de fragilidad o estudios paramétricos, manteniendo la representatividad física y dinámica del sistema estructural original.

# 3.1 REVISIÓN DE MÉTODOS DE SIMPLIFICACIÓN

# 3.1.1 Método de los coeficientes de desplazamiento

En el diseño y evaluación de estructuras en zonas sísmicas exige actualmente una compresión exhaustiva de dos aspectos clave: las fuerzas que generan lo movimientos telúricos y la capacidad de resistencia de las estructuras. Un elemento crítico en este análisis es la predicción del desplazamiento máximo esperado (conocido técnicamente como target displacement), que se ha convertido en un indicador esencial para valorar el comportamiento estructural ante eventos sísmicos. En los últimos años, la comunidad científica ha dedicado importantes esfuerzos para crear métodos eficientes que permitan calcular este valor crítico, ofreciendo alternativas a los tradicionales análisis dinámicos

no lineales que resultan particularmente complejos y demandantes en recursos. Normativas actuales como FEMA 440 y ASCE/SEI 41-22 plantean el método del coeficiente de desplazamiento, el cual establece una conexión entre los modelos simplificados SDOF lineales y sistemas más realistas MDOF no lineales mediante la Ecuación 3-1 (Khanmohammadi & Sayadi, 2022). Dicha ecuación será analizada a profundidad más adelante.

$$\delta t = C_0 C_1 C_2 S_a \left( \frac{T_e^2}{4\pi^2} \right) g$$

Ecuación 3-1

Donde:

 $C_0$ : Conecta desplazamientos SDOF-MDOF mediante análisis modal.

 $C_1$ : Relaciona demandas elásticas/no lineales.

 $C_2$ : Considera degradación de rigidez y resistencia.

En la norma ASCE/SEI 41-22, la transformación de sistemas de múltiples grados de libertad (MDOF) a (SDOF) describe el método de los coeficientes de desplazamiento, que permite estimar la demanda de desplazamiento de un sistema de SDOF equivalente a partir de la curva de capacidad obtenido del modelo MDOF. Este método implica la conversión de la curva de capacidad del sistema MDOF en una curva equivalente para un sistema SDOF, facilitando así la evaluación de la demanda sísmica y el desempeño estructural de manera simplificada (ASCE/SEI 41-22, 2022).

El ASCE/SEI 41-22 (2022) estable que si se selecciona el Análisis Estático No Lineal (NSP), para el análisis sísmico del edificio, se debe construir un modelo matemático que refleje las características no lineales de carga-deformación de los componentes del edificio. Este modelo se someterá a cargas laterales crecientes de manera continua, simulando las fuerzas sísmicas, hasta que se alcance un desplazamiento objetivo determinado. A su vez el modelado matemático y los procedimientos de análisis deben cumplir con todos los requisitos establecidos en la sección 7.4.3.3.1 del ASCE/SEI 41-22.

Para las estructuras con diafragmas rígidos en cada nivel, el ASCE/SEI 41-22 describe que el desplazamiento objetivo ( $\delta t$ ) se debe calcular según la Ecuación 3-2 o mediante un procedimiento aprobado que contemple la respuesta no lineal de la estructura. En el caso de edificios con diafragmas no rígidos, se debe considerar explícitamente la flexibilidad del diafragma en el modelo. El cálculo del desplazamiento objetivo se realiza de manera similar a los diafragmas rígidos, pero debe ajustarse multiplicándolo por la relación entre el desplazamiento máximo en cualquier punto del techo y el desplazamiento en el centro de masa del techo ( $\delta max/\delta cm$ ), basándose en un análisis espectral de respuesta de un modelo tridimensional del edificio. El desplazamiento objetivo obtenido de esta forma no debe ser inferior al dado por la Ecuación 3-2. Además, no se deben evaluar las líneas de arriostramiento sísmico vertical si los desplazamientos calculados son menores que el desplazamiento objetivo. Alternativamente, para edificios con diafragmas flexibles, se debe calcular un desplazamiento objetivo para cada línea de arriostramiento sísmico vertical. En estos casos, las masas deben ser distribuidas en cada línea según el área tributaria, y las fuerzas y deformaciones de los elementos que el desplazamiento del nodo de control igual o mayor que el desplazamiento objetivo deberán cumplir con los criterios de aceptación establecidos en la Sección 7.5.3 del ASCE/SEI 41-22.

Según el ASCE/SEI 41-22 el desplazamiento objetivo ( $\delta t$ ) debe determinarse según la Ecuación 3-2.

$$\delta t = C_0 C_1 C_2 S_a \left( \frac{T_e^2}{4\pi^2} \right) g$$

Ecuación 3-2

Donde:

 $S_a$ : Aceleración del espectro de respuesta en el período fundamental efectivo.

g: Aceleración de la gravedad.

 $C_0$ : Factor de modificación.

 $C_1$ : Factor de modificación, determinado según la Ecuación 3-3.

$$C_1 = \frac{1 + \mu_{fuerza} - 1}{aT_e^2}$$

Ecuación 3-3

Donde:

- *a*: Factor de tipo de suelo: 130 para tipo de suelo A o B; 90 tipo de suelo C; 60 para tipo de suelo D, E o F.
- $T_e$ : Período fundamental efectivo de la estructura en la dirección considerada.
- $\mu_{fuerza}$ : Relación entre la demanda de resistencia elástica y el coeficiente de resistencia de fluencia.
- $C_2$ : Factor de modificación, calculado según la Ecuación 3-4.

$$C_2 = 1 + \frac{1}{800} \left( \frac{\mu_{fuerza} - 1}{T_e} \right)^2$$

Ecuación 3-4

La relación de resistencia  $\mu_{fuerza}$  debe calcularse de acuerdo con la Ecuación 3-5.

$$\mu_{fuerza} = \frac{Sa}{\frac{V_y}{W} * C_m}$$

Ecuación 3-5

Donde:

 $S_a$ : Aceleración del espectro de respuesta en el período fundamental efectivo.

- *Vy*: Resistencia de fluencia de la estructura.
- *W*: Peso sísmico efectivo.

 $C_m$ : Factor de masa efectiva determinado de la tabla 7-4 del ASCE/SEI 41-22.

En estructuras que presentan una pendiente negativa tras alcanzar la fluencia, el valor máximo de la relación de resistencia  $\mu_{max}$  debe determinarse de acuerdo con la Ecuación 3-6.

$$\mu_{max} = \frac{\Delta_d}{\Delta_y} + \frac{|\alpha_e|^{-h}}{4}$$

Ecuación 3-6

Donde:

 $\Delta_d$ : Menor valor entre  $\delta t$  o el desplazamiento correspondiente a la Figura 3-1.

49

- $\Delta_y$ : Desplazamiento en el punto de resistencia de fluencia efectiva (Figura 3-1).
- *h*: Calculado en la Ecuación 3-7.
- $\alpha_e$ : Relación de pendiente negativa efectiva post-fluencia.

$$h = 1 + 0.15 * lnT_e$$

Ecuación 3-7

Figura 3-1: Curvas de Fuerza-Desplazamiento Idealizadas.



Fuente: Adaptado de ASCE/SEI 41-22 (2022).

La inclinación efectiva resultante tras la fluencia,  $\alpha_e$ , se obtiene según la Ecuación 3-8.

$$\alpha_e = \alpha_{P-\Delta} + \lambda (\alpha_2 - \alpha_{p-\Delta})$$

Ecuación 3-8

Donde:

$$\alpha_2$$
: Relación de pendiente negativa post-fluencia, definida en la Figura 3-1.

 $\alpha_{P-\Delta}$ : Relación de pendiente negativa causada por los efectos  $P - \Delta$ .

 $\lambda$ : Factor de efecto de campo.

Sin embargo, según estudios se determina que los valores obtenidos de la multiplicación de los coeficientes  $C_1C_2$  en la Ecuación 3-2 descrita por el ASCE/SEI 41-22 subestiman

las respuestas en el rango de periodos cortos y las sobrestiman en periodos largos, para todos los valores de reducción de resistencia (R) y FSV (Factor de Seguridad contra Volcamiento). A su vez se menciona que todos los factores de modificación utilizados en la Ecuación 3-2 no consideran los efectos de la no linealidad estructural y de la interacción suelo-estructura (SSI) (Khanmohammadi & Sayadi, 2022).

Por ende, el estudio realizado por Khanmohammadi & Sayadi (2022) define un factor de modificación tomando en cuenta los efectos mencionados en el párrafo anterior. El parámetro  $C_1$  cuantifica la relación entre el desplazamiento máximo no lineal de un sistema simplificado de un grado de libertad (SDOF) con comportamiento elastoplástico perfecto y su contraparte lineal. En este estudio, se adapta este concepto a sistemas MDOF, enfocándose específicamente en los desplazamientos de la cubierta en lugar del centro de masas. Para ello, se introduce el coeficiente  $C_1^{MDOF}$ , definido en la Ecuación 3-9.

$$C_1^{MDOF} = \frac{\Delta_{inelástico}^{MDOF}}{\Delta_{elástico}^{MDOF}}$$

Ecuación 3-9

Donde:

 $\Delta_{inelástico}^{MDOF}$ : Desplazamiento máximo del sistema MDOF, con todas las no linealidades estructurales y de cimentación representado en la Figura 3-2a-b.

 $\Delta_{elástico}^{MDOF}$ : Desplazamiento elástico máximo del mismo sistema, modelado con resortes Winkler para simular la flexibilidad de la cimentación representado en la Figura 3-2c-d.

Al evaluar el periodo fundamental del sistema MDOF, se integran los efectos SSI mediante resortes elásticos de cimentación Figura 3-2c. Este enfoque garantiza que todas las fuentes de no linealidad se consideren sin duplicar su influencia en los resultados. Para los modelos SDOF derivados de los MDOF se define el coeficiente  $C_1^{SDOF}$  según la Ecuación 3-10, donde ambos desplazamientos se obtienen del sistema MDOF equivalente.

$$C_1^{SDOF} = \frac{\Delta_{inelastico}^{SDOF}}{\Delta_{elastico}^{SDOF}}$$

Ecuación 3-10

Figura 3-2: Metodología esquematizada: a) Sistema MDOF No lineal con resortes elásticos de cimentación, b) desplazamiento máximo del sistema MDOF, c) sistema MDOF elástico con resortes elásticos de cimentación, c) sistema MDOF elástico con resortes elásticos de cimentación.



Fuente: Adaptado de Khanmohammadi & Sayadi (2022).

Siendo  $C_1^{MDOF}$  el que captura no linealidades estructurales, efectos de modos superiores y comportamiento de la cimentación, mientras que  $C_1^{SDOF}$  solo considera no linealidades básicas, sin representar adecuadamente efectos como P-Delta o interacción sueloestructura compleja. Para poder cuantificar las diferencias entre ambos sistemas, se introduce  $C_m$  obtenido de la Ecuación 3-11. Este parámetro, ausente en estudios previos centrados en SDOF, permite evaluar con mayor precisión comportamientos exclusivos de sistemas MDOF, como la distribución no uniforme de daños o la influencia de flexibilidad de la cimentación en la respuesta global.

$$C_m = \frac{C_1^{MDOF}}{C_1^{SDOF}}$$

Ecuación 3-11

# 3.1.2 Método de sistema equivalente de un grado de libertad

La transformación de un modelo estructural avanzado con múltiples grados de libertad (MDOF) en una representación simplificado de un solo grado de libertad (SDOF), implica

abordar tras componentes esenciales del comportamiento dinámico no lineal. Primero, es necesario condensar los números grados de libertad del sistema en un único modo vibratorio dominante. Segundo, se deben integrar las propiedades de respuesta no lineal que varían según la amplitud de deformación. Tercero, la representación de los resultados debe expresarse mediante parámetros espectrales de aceleración y desplazamiento, en lugar de utilizar fuerzas de empuje normalizadas o movimientos en la cubierta (FEMA P-2343, 2024).

La metodología de Fuerza Lateral Equivalente (EFL) descrita en el Capítulo 18 del estándar ASCE/SEI 7-22, ofrece un marco teórico completo para este proceso. Este enfoque permite caracterizar la respuesta estructural mediante un "modo fundamental efectivo", que considera implícitamente el comportamiento no lineal, junto con un "modo residual" que representa la contribución combinada de los modos superiores. Si bien este modo residual puede omitirse en evaluaciones de colapso, resulta valioso para cuantificar fuerzas y desplazamientos no considerados en el modo principal (FEMA P-2343, 2024).

El ASCE/SEI 7-22 evalúa las propiedades dinámicas dependientes de la amplitud para los niveles de excitación sísmica: el Movimiento de Consideración de Terremoto Máximo (MCER) y un nivel de diseño equivalente a dos tercios del MCER. La presente metodología extiende esta aproximación para desarrollar modelos SDOF equivalentes, con la particularidad de analizar la respuesta estructural más allá del punto de fluencia completa, lo que permite representar con mayor fidelidad los patrones de desplazamiento cercanos al colapso.

Entre los parámetros clave destacan "peso sísmico efectivo", que reconoce que solo una porción de la masa total contribuye significativamente a la respuesta modal principal, y las "coordenadas espectrales de respuesta", que relacionan los espectros sísmicos con la respuesta máxima en el centro de gravedad del modo fundamental. Estas consideraciones influyen notablemente en la estimación de desplazamientos máximos y la evaluación de capacidad resistente (FEMA P-2343, 2024).

En lo que respecta al procedimiento utilizado para la calibración del oscilador simple, se describe el proceso de acuerdo a lo establecido en el FEMA P-2343, teniendo que ejecutar el análisis pushover no lineal del MDOF aplicando una distribución de cargas laterales según el vector correspondiente al primer modo. A continuación, se determina el peso efectivo  $(W_p)$  y la altura efectiva  $(H_p)$  asociadas a dicho modo, las cuales representaran

la masa y la altura del sistema SDOF planteado, empleando la Ecuación 3-12, Ecuación 3-13 y la Ecuación 3-14.

$$W_p = \frac{(\sum w_i \phi_i)^2}{\sum w_i {\phi_i}^2}$$

Ecuación 3-12

$$\Gamma_p = \frac{W_p}{\sum w_i \phi_i}$$

Ecuación 3-13

$$H_p = \frac{H}{\Gamma_p}$$

Ecuación 3-14

Donde:

 $w_i$ : Peso del  $i - \acute{esimo}$  entrepiso.

 $\phi_i$ : Valor de la forma del primer modo para el *i* – ésimo piso.

 $\Gamma_p$ : Factor de participación modal.

Utilizando los resultados obtenidos del pushover, se define la curva de fuerza cortante  $(V_b)$  contra la deriva de piso (D) para cada piso. Determinar la curva de aceleración y desplazamiento espectral  $(S_a - S_d)$ , usando la curva de  $(V_b)$  vs. (D) y la Ecuación 3-15 y Ecuación 3-16.

$$F^* = \frac{V_b}{\Gamma_p}$$

Ecuación 3-15

$$delta^* = \frac{D}{\Gamma_p}$$

Ecuación 3-16

A partir de la curva de cortante basal y deriva de cubierta, junto con los vectores modales del pushover se obtiene la curva backbone del resorte inelástico equivalente al MDOF. Para generar el sistema SDOF equivalente (eSDOF), primero se definen sus propiedades clave como son: la masa efectiva y la altura efectiva. Posteriormente, se incorporan los resortes inelásticos caracterizados por las curvas backbone. A continuación, se lleva a cabo un análisis dinámico no lineal del sistema eSDOF para determinar su deriva global  $(\bar{\delta})$ .

El desplazamiento relativo ( $\Delta_i$ ) del *i* – ésimo piso del MDOF se determina según la Ecuación 3-17.

$$\Delta_i = \phi_i \Gamma_p \bar{\delta}$$

Ecuación 3-17

Así mismo, la deriva del piso ( $\delta_i$ ), se obtiene con la Ecuación 3-18.

$$(\delta_i) = (\phi_i - \phi_{i-1})\Gamma_p \delta$$

Ecuación 3-18

Dentro de los parámetros a tomar en cuenta para la simplificación del modelo, se encuentra la incorporación de los efectos P-Delta. Existen tres métodos establecidos por el FEMA P-2343. Para considerar dichos efectos en la derivación de modelos eSDOF, los cuales comparten una secuencia inicial común en sus primeros pasos: (1) Todos requieren calcular curvas pushover del modelo MDOF, tanto con cómo sin P-Delta; (2) Cada método determina el factor de participacion modal en un punto especifico de deformación (típicamente al 50% de  $(V_{max})$ ) utilizando la Ecuación 3-13, seguido de la transformación de la curva pushover mediante las ecuaciones de masa efectiva (Ecuación 3-12) y altura efectiva (Ecuación 3-14); (3) Los tres procedimientos modelan el resorte SDOF ajustando parámetros de la curva backbone para emparejar la respuesta pushover transformada del sistema MDOF. Esta trifase inicial idéntica (análisis pushover dual, transformación modal parametrizada y calibración del resorte equivalente) constituye el núcleo metodológico compartido antes de diverger en su tratamiento del efecto P-Delta: mientras el método 1 los internaliza en la curva bakchone, el método 2 lo introduce modificando la carga vertical (P') mediate la Ecuación 3-19, y el método 3 lo implementa mediate un resorte auxiliar especializado.

$$P' = F_{DR} * F_W * W_p$$

Ecuación 3-19

Donde:

 $F_{DR}$ : Factor de amplificación de fuerza P-Delta por diferencias en derivas determinado en la Ecuación 3-20.

- $F_W$ : Factor de corrección por distribución de peso calculado en la Ecuación 3-21.
- $W_n$ : Peso efectivo del modelo eSDOF en colapso incipiente.

$$F_{DR} = \frac{DR_{GS}}{D_{RP}}$$

Ecuación 3-20

$$F_W = \frac{W_{GS}}{W_P}$$

Ecuación 3-21

Donde:

DR<sub>GS</sub>: Razón de deriva del piso crítico del MDOF en colapso incipiente.

 $D_{RP}$ : Razón de deriva del eSDOF determinado en la Ecuación 3-22.

 $W_{GS}$ : Peso del MDOF sobre el piso crítico de colapso.

$$D_{RP} = \frac{D_P}{H_P}$$

Ecuación 3-22

Donde:

 $D_P$ : Desplazamiento del modelo eSDOF en colapso incipiente.

### **3.2 DESCRIPCIÓN DEL MODELO**

El desarrollo de los modelos estructurales mediante herramientas computacionales permite evaluar con precisión el comportamiento de las estructuras ante diversas solicitaciones. En este estudio, se emplea el software OpenSees en combinación con el lenguaje de programación Python para la modelación de un oscilador de un grado de libertad (SDOF), puesto que este dispone de una biblioteca que incluye todas las funciones necesarias para la modelación estructural. Esta metodología permite no solo la generación eficiente del modelo, sino también la automatización del procesamiento y análisis de resultados. Dentro del enfoque adoptado, se incorporan parámetros fundamentales como la geometría, propiedades de los materiales, secciones estructurales y condiciones de carga, además de los registros sísmicos requeridos para evaluar la respuesta dinámica.

#### 3.2.1 Geometría

La configuración geométrica de los osciladores es uniforme entre las distintas tipologías estructurales, por lo que no se modifica en función de las características específicas de las estructuras. Del mismo modo, la distribución de sus elementos permanece constante, independientemente del tipo de análisis que se lleve a cabo, también se establece la masa de los modelos, la cual se termina considerando las características inerciales de la estructura completa y un factor de ajuste previamente calibrado buscando representar adecuadamente el comportamiento dinámico real. En la Figura 3-3, se muestra la composición del modelo de un grado de libertad donde, geométricamente, la masa se verá ubicada en el nodo tres del modelo. En OpenSees, la simulación de este oscilador se realiza utilizando una geometría formada por dos elementos de tipo espacial:

ZeroLength Element: Este componente actúa como un conjunto de resortes personalizadas entre dos nodos coincidentes, donde cada resorte modela la relación fuerza-desplazamiento para un grado de libertad específico, se define mediante el comando ZeroLength, que vincula dos nodos ubicados en la misma posición geométrica pero conectados por múltiples objetos UniaxialMaterial. Estos materiales determinan el comportamiento fuerza-deformación del elemento en cada dirección de libertad asignada (Mazzoni et al., 2006).

Su implementación es clave para representar rigideces estructurales específicas. En el modelo del oscilador (ver Figura 3-3), el elemento se configura horizontalmente entre los nodos 2 y 3. El nodo 2 se fija con empotramiento, mientras que el nodo 3 (conectado al extremo superior del oscilador) solo permite desplazamiento horizontal al restringir su grado de libertad vertical. Esta disposición, junto con los materiales uniaxiales asignados, garantiza que el sistema reproduzca fielmente la dinámica de un oscilador de 1GDL.

 ElasticBeamColumn: Este componente estructural representa el cuerpo principal del oscilador, cuya geometría queda determinada por la altura total de la estructura base. Para su correcta definición, se deben especificar las propiedades fundamentales como: área transversal, módulo de elasticidad del material y momento de inercia. Estas propiedades se han calibrado cuidadosamente para que la columna presente rigidez axial infinita, mantenga rigidez a flexión infinita y transfiera toda la deformación al elemento resorte (ZeroLenght). La condición de apoyo inferior se modela mediante una articulación en el nodo 1, la cual restringe completamente los desplazamientos (X, Y) y permite únicamente la rotación (Mazzoni et al., 2006).





Fuente: Elaboración propia.

## 3.2.2 Secciones

Las secciones de los elementos estructurales, como vigas y columnas, son fundamentales en la representación del comportamiento de sus fibras, ya que estas encapsulan tanto las propiedades geométricas de los elementos como las características de los materiales que los conforman. En contraste, un sistema SDOF carece de dimensiones físicas y de propiedades geométricas que deban definirse a través de secciones. Este modelo simplificado se centra en representar la respuesta estructural mediante la concentración de su masa en un único punto, describiéndose a partir de su masa, rigidez y amortiguamiento, sin depender de atributos geométricos específicos.

El modelo representado en la Figura 3-3 utiliza un elemento tipo ElasticBeamColumn, cuyos parámetros geométricos mencionados en el apartado anterior deben definirse. Dado que las secciones del oscilador carecen de propiedades geométricas reales, se asigna un área extremadamente grande para evitar deformaciones axiales. Por otro lado, se define una inercia mínima, casi despreciable, con el objetivo de que no contribuya a la rigidez lateral del sistema.

## 3.2.3 Materiales

En OpenSees, el elemento ZeroLength requiere la especificación de un material previamente calibrado, seleccionado entre los modelos disponibles en la biblioteca del programa (Mazzoni et al., 2006). La definición de la envolvente del material considera tanto los rangos a tracción y compresión de la relación tensión-deformación característica. Habitualmente, estos parámetros se calibran mediante datos experimentales o información técnica publicada. En el presente trabajo, se seleccionará el material que ofrezca un balance adecuado en términos de modelación, priorizando la ejecución de análisis simplificados y rápidos, los cuales se detallan a continuación.

El material HystereticSM, que se encuentra en el software OpenSees, permite definir un comportamiento histérico bilineal, incorporando efectos de deterioro (pinching, damage, etc), tanto en fuerza como en deformación, daño acumulado por ductilidad y disipación de energía, así como degradación progresiva de la rigidez durante la descarga en función de la ductilidad alcanzada. Esta formulación resulta especialmente útil para modelar de manera realista el comportamiento inelástico de elementos estructurales sometidas a cargas cíclicas severas, como se observa en la Figura 3-4 (Mazzoni et al., 2006).



Figura 3-4: Curva Envolvente del Material HystereticSM.

Deformación, Rotación, Curvatura

Fuente: Adaptado de Mazzoni et al. (2006).

Otro de los comandos para poder definir el material es el *ModIMKPeakOriented*, el cual representa una versión modificada del modelo de deterioro propuesto por Ibarra et al. (2005), incorporando una respuesta histérica orientada al pico. Este tipo de

comportamiento ha sido calibrado a partir del análisis de más de 200 ensayos experimentales realizados en vigas de concreto reforzado, lo que permitió ajustar con precisión los parámetros de deterioro que gobierna el modelo como se describe en la Figura 3-5. Este material es especialmente útil para estudios que requieren una representación realista del comportamiento no lineal de elementos estructurales sometidos a cargas cíclicas, considerando la degradación progresiva de rigidez y resistencia (Mazzoni et al., 2006).





Fuente: Adaptado de Mazzoni et al. (2006).

Según Mazzoni et al. (2006) otra opción es utilizar *ModIMKPinching*, que al igual que el modelo previamente descrito, representa una versión modificada del modelo de deterioro desarrollado por Ibarra, Medina y Krawinkler. Sin embargo, este material incorpora una respuesta histérica con pinching, lo que permite simular de forma más realista la pérdida progresiva de energía y rigidez observada en elementos estructurales sometidos a cargas cíclicas como se ilustra en la Figura 3-6. Este comportamiento es especialmente relevante para simular estructuras que presentan conexiones que generan efectos de compresión local, como ocurre en muero, conexiones de acero o elementos de hormigón armado.
Figura 3-6: Curva Backbone del modelo IMKPinching.



Fuente: Adaptado de Mazzoni et al. (2006).

#### 3.2.4 Cargas gravitacionales

Las cargas gravitacionales, fundamentales en el análisis estructural, representan las fuerzas generadas por el peso propio de la estructura bajo efectos gravitatorios, siendo particularmente relevantes en estructuras de múltiples niveles y elementos verticales como columnas. Estas cargas no solo influyen directamente en el diseño de elementos estructurales, sino también determinan la aparición de efectos de orden superior (P-Delta) resultantes de la interacción entre cargas verticales y desplazamientos laterales.

En OpenSees, su implementación mediante el comando "Load" permite asignar cargas tanto puntuales como distribuidas; sin embargo, al modelar osciladores de 1GDL que carecen de geometría definida se requiere un enfoque especial donde la carga gravitacional se concentra en la masa del sistema, permitiendo así una representación más realista del comportamiento dinámico al conservar los efectos inerciales claves sin necesidad de modelar propiedades geométricas inexistentes. Esta aproximación simplificada resulta especialmente útil en análisis dinámicos preliminares y estudios paramétricos, manteniendo precisión mientras optimiza la complejidad del modelo.

## 3.2.5 Patrón de carga lateral

El patrón de cargas específicamente desarrollado para el análisis pushover aplica fuerzas laterales progresivas que revelan el comportamiento no lineal de la estructura, determinado por su rigidez y su capacidad resistente. Este esquema se fundamenta en el primer modo de vibración, que en estructuras regulares y sistemas de 1GDL adopta una forma triangular con el valor máximo en la parte superior, estableciendo una distribución de cargas linealmente desde el extremo superior donde se adopta el 100% de la carga hasta la base donde la carga toma el valor de 0, como se detalla en la Figura 3-7.

En el modelo simplificado, solo la carga aplicada al nodo superior resulta estructuralmente significativa ya que la columna idealizada carece de rigidez lateral propia, concentrándose esta capacidad únicamente en el resorte superior; mientras que en estructuras reales las cargas se distribuyen por niveles, la simplificación a 1GDL condensa toda acción sísmica en un punto único y equivalente; y la altura total se representa mediante parámetros concentrados que capturan el comportamiento global sin necesidad de modelar cada piso individualmente, manteniendo precisión analítica mediante esta idealización calculada.

Es necesaria una aplicación gradual de carga mediante incrementos lineales. Esto se implementa mediante un registro temporal denominado "timeSeries" y un parámetro delta que controla el paso de carga en el módulo "Integrator". La magnitud final de carga debe seleccionarse considerando que debe producir desplazamientos laterales que superen los límites de deriva establecidos por los códigos de diseño vigentes. Cabe recalcar que el valor absoluto de esta carga máxima puede ser arbitrario, siempre que cumpla con el criterio de alcanzar deformaciones significativas que permitan evaluar el comportamiento no lineal de la estructura.

Figura 3-7: Patrón de Carga Lateral-Modelo 1GDL.



Fuente: Elaboración Propia.

#### 3.2.6 Efectos P-Delta

En el estudio del comportamiento elástico se analiza la fluencia de los materiales, mientras que la no linealidad puede surgir tanto de las propiedades del material como de su geometría, manifestándose esta última cuando los desplazamientos son significativos y alteran el equilibrio estructural entre la configuración inicial y la deformada, provocando una relación no proporcional entre deformaciones y desplazamientos; dentro de este contexto, los efectos P-Delta ( $P - \Delta$ ) son el resultado de la interacción entre cargas verticales (P) y desplazamientos laterales ( $\Delta$ ), que adquieren especial relevancia en estructuras esbeltas, donde su magnitud, vinculada a la carga axial y a la altura de entrepisos, hace que su influencia sea más crítica en estructuras altas que en estructuras bajas.

Para analizar los efectos de segundo orden producidos por cargas gravitacionales en sistemas de un grado de libertad, se emplea un modelo simplificado de péndulo invertido como se muestra en la Figura 3-8a. Este sistema posee una masa (m) en su extremo superior, mientras que el cuerpo del péndulo es una columna sin masa articulada en su base. La respuesta estructural se modela mediante un resorte rotacional en la base, que define la relación momento-rotación, junto con un amortiguador viscoso en paralelo, con el objetivo de representar el efecto de amortiguamiento (Bravo-Haro et al., 2020).

A pesar de su simplicidad, este modelo resulta altamente adaptable, permitiendo su ajuste para simular la respuesta dinámica de sistemas con múltiples grados de libertad. En la Figura 3-8b se observa como las cargas gravitacionales reducen la resistencia de fluencia inicial ( $F_y$ ) a un valor menor ( $F_y^p$ ), manteniendo inalterado el desplazamiento de fluencia ( $\Delta_y$ ). Este fenómeno, descrito como "rotación" en la curva fuerza-desplazamiento, afecta principalmente la rigidez post-fluencia, mientras que la rigidez elástica inicial experimenta cambios menos significativos. Dicho comportamiento puede caracterizarse mediante el coeficiente de estabilidad, definido en función de la fuerza gravitacional (P), la altura total del sistema (h), y la rigidez elástica (K) del sistema original previo a la aplicación de cargas (Bravo-Haro et al., 2020).





Fuente: Adaptado de Bravo-Haro et al. (2020).

Para considerar la no linealidad de tipo geométrico en el análisis, se incorpora al modelo un elemento una columna fantasma conocido como "Leaning Column" o columna inclinada. Este componente no contribuye con rigidez lateral al sistema, ya que su función no es estructural sino representativa. Tampoco permite deformaciones axiales, dado que su propósito es simular ciertos efectos sin representar una geometría real, su principal rol es sostener las cargas gravitacionales o la masa sísmica que no se asignan al resto del modelo, especialmente cuando se pretende estudiar los efectos P-Delta sin modificar la respuesta global de la estructura.

En el entorno de modelación de OpenSees, este comportamiento se implementa directamente en una columna creada con el elemento "ElasticBeamColumn", que representa el núcleo del oscilador en la Figura 3-3. En este elemento se concentran tanto la carga vertical como la masa correspondiente. Para garantizar que cumpla con las características de una columna fantasma, su base se define como articulada, lo que elimina cualquier aporte a la rigidez lateral del sistema. Además, se restringe su capacidad de deformación axial, asegurando que no interfiera con los resultados del análisis estructural.

#### 3.2.7 Amortiguamiento

El amortiguamiento es uno de los aspectos más simplificados en la modelación estructural, y en el caso particular del oscilador, se ha incorporado utilizando el modelo de amortiguamiento de Rayleigh. Su configuración requirió un análisis modal previo, con el fin de identificar los periodos y frecuencias de vibración de los modos principales, datos esenciales para determinar los coeficientes *alpha* y *beta* requeridos por la función

correspondiente en OpenSees. El amortiguamiento seleccionado se asocia a la rigidez inicial del sistema, manteniéndose constante durante todo el análisis dinámico, a diferencia de los modelos basados en rigidez tangencial donde este parámetro varía con el comportamiento no lineal del material.

Cabe señalar que este parámetro fue definido únicamente para el análisis dinámico del modelo, ya que en el análisis estático no es relevante evaluar cómo se disipa la energía dentro del sistema. Esto se debe a que en un análisis de tipo pushover se busca determinar el colapso del sistema a partir de un aumento progresivo de carga aplicada en una única dirección.

Por el contrario, los análisis dinámicos requieren cuidadosamente consideración de la disipación de energía. La energía introducida al sistema se distribuye a través del daño estructural, creando un balance en la transferencia energética. En línea con esta consideración, el modelo simplificado utiliza el mismo porcentaje del amortiguamiento adoptado en los modelos más detallados, correspondiente a un 5%.

### 3.3 CALIBRACIÓN DEL MODELO

La adopción de un modelo simplificado para simular la respuesta dinámica de una estructura compleja representa una tarea que va más allá de una simple abstracción. No solo se requiere que el modelo, como en el caso de un oscilador equivalente, capture los aspectos esenciales del comportamiento estructural, sino que además debe reproducir razonablemente las características dinámicas clave, como la rigidez, la masa efectiva y la disipación de energía. Para lograr esto, es necesario llevar a cabo un proceso riguroso de calibración del modelo, en el cual se ajusten sus parámetros a partir de datos experimentales o resultados de simulaciones detalladas. Solo así se puede garantizar que la respuesta del modelo simplificado refleje de manera representativa el desempeño real de la estructura bajo diversas condiciones de carga.

Para evaluar si la calibración de los elementos reproduce adecuadamente el comportamiento estructural previsto y verificar el cumplimiento del mecanismo de columna fuerte – viga débil, se realizó un análisis fuerza-desplazamiento a partir del cual se generaron las curvas histeréticas. La Figura 3-9 presenta los resultados de la calibración del material bajo distintas hipótesis de modelado, en comparación con el modelo experimental.

Figura 3-9: Calibración con distintos tipos de materiales de OpenSees.



Fuente: Elaboración propia.

La determinación de la masa equivalente  $(m_p)$  del modelo simplificado se realiza a través de la Ecuación 3-23. La cual se fundamenta en el procedimiento establecido por el FEMA P-2343, descrito en el Capítulo 3.1.2. Dicho procedimiento parte de la Ecuación 3-12, que establece una relación entre los parámetros dinámicos del modelo completo obtenidos mediante un análisis modal, con el fin de calcular el peso efectivo del sistema  $(W_p)$ . A partir de estos resultados, también se derivan la altura efectiva  $(H_p)$  y el factor de participación modal  $(\Gamma_p)$  mediante la aplicación de la Ecuación 3-14 y Ecuación 3-13 respectivamente. Estos parámetros son esenciales para definir con precisión el comportamiento dinámico del modelo simplificado.

$$m_p = \frac{W_p}{g}$$

Ecuación 3-23

Donde:

 $W_p$ : Masa efectiva.

g: Gravedad.

Para conservar el periodo estructural del modelo original tras incorporar la masa equivalente, se determina el valor de la rigidez inicial ( $K_0$ ) que debe asignarse al material del modelo simplificado. Esta rigidez puede obtenerse a partir de la ecuación dinámica utilizada para calcular el periodo, resolviendo dicha expresión en función de la rigidez, como se muestra en la Ecuación 3-24.

$$K_O = \frac{m_p}{\left(\frac{T}{2*\pi}\right)^2}$$

Ecuación 3-24

Donde:

 $m_p$ : Masa equivalente.

#### *T*: Período de la estructura.

Una vez obtenidos los desplazamientos en la parte superior de la estructura, es necesario convertir estos valores en desplazamientos relativos por el nivel. Este procedimiento se aplica a cada uno de los niveles del modelo estructural que se desea ajustar o calibrar. Para llevar a cabo esta conversión, se toman como referencia los mismos parámetros empleados en el cálculo del peso efectivo. En particular se utilizan la forma modal correspondiente al primer modo de vibración y el factor de participación modal del mismo, los cuales permiten estimar los desplazamientos por nivel en el modelo simplificado. Estos parámetros son relevantes porque, al formular la ecuación diferencial que representa el comportamiento dinámico de un oscilador, dichos factores aparecen multiplicando directamente la acción del suelo, relevando su papel fundamental en la respuesta de la estructura. La Ecuación 3-25 presenta esta relación.

$$[\emptyset]^{T}[m][\emptyset]^{T}[\ddot{\mu}] + [\emptyset]^{T}[C][\emptyset]^{T}[\ddot{\mu}] + [\emptyset]^{T}[k][\emptyset]^{T}[\mu] = -[\emptyset]^{T}[m][i][\ddot{\mu}_{suelo}]$$

Ecuación 3-25

Donde:

Ø: Matriz de la forma de vibrar de la estructura completa.

*m*: Masa del sistema.

*C*: Matriz de amortiguamiento.

*k*: Matriz de rigidez del sistema.

 $\mu$ : Desplazamiento de la estructura en un tiempo de terminado.

 $\ddot{\mu}_{suelo}$ : Aceleración del suelo dada por la señal analizada.

A partir de estos criterios, se deriva la Ecuación 3-26, la cual permite convertir la respuesta global en términos de desplazamiento del techo del modelo equivalente en desplazamientos específicos para cada nivel de la estructura. Una vez determinados los desplazamientos en cada nivel de la estructura analizada, es necesario convertir estos valores en derivas de entrepiso para permitir una comparación adecuada con los límites de daño que se establecerán. Para ello, se ha calculado la diferencia de desplazamiento entre niveles consecutivos y luego se ha dividido por la altura correspondiente de cada entrepiso, obteniendo así la deriva asociada a cada uno.

$$\mu_{npiso} = \emptyset_{npiso} * \gamma * \mu_{techo\_SDOF}$$

Ecuación 3-26

Donde:

 $\mu_{npiso}$ : Desplazamiento equivalente del piso analizado.

 $\gamma$ : Factor de participación de masa del primer modo de vibrar.

 $\mu_{techo\_SDOF}$ : Desplazamiento en el techo del modelo de 1GDL, calculado a partir del análisis dinámico basado en la geometría y las condiciones de modelación descritas.

# 4. EVALUACIÓN DEL DAÑO

El objetivo principal de las normativas para diseño sismorresistente es proteger la seguridad de vida de los ocupantes durante sismos severos, estableciendo criterios que limitan la probabilidad de colapso a niveles aceptables. Para sismos de baja intensidad, buscan minimizar al máximo el daño estructural, con el fin de que la estructura se mantenga funcional tras el evento. Mientras que, para sismos poco frecuentes, el objetivo es evitar el colapso. No obstante, aunque el concepto parece simple, los niveles de desempeño definidos en las normativas no suelen ser claros ni bien definidos. Esto se debe a la naturaleza empírica de los estándares de construcción, lo que puede generar incertidumbres en la aplicación de los criterios establecidos (Haselton et al., 2011).

Para evaluar el comportamiento de una estructura, estos criterios se fundamentan en parámetros de control, como: derivas permisibles, intensidades máximas esperadas, columna fuerte-viga débil, entre otros. Estos parámetros son esenciales para asegurar que la estructura sea capaz de mantener su estabilidad y no colapse ante un sismo de diseño. Sin embargo, la mayoría de códigos aun priorizan el enfoque tradicional centrado en la prevención del colapso, sin abordar otros niveles de desempeño (más allá a seguridad de vida), ni considerar aspectos como la funcionalidad post-sismo o la mitigación de pérdidas económicas. Los enfoques de diseño que contemplan estas consideraciones suelen enmarcarse en estudios relacionados con la gestión del riesgo (Quinde Martínez, 2019).

#### 4.1 FUNCIONES DE FRAGILIDAD

Comúnmente, la cuantificación de un estado de daño se expresa mediante curvas de daño esperado o curvas de fragilidad, calculadas a partir de análisis dinámicos no lineales. Estas curvas permiten evaluar el desempeño estructural frente a distintos niveles de daño. Según la metodología HAZUS (2012), las funciones de fragilidad se modelan mediante distribuciones log-normales que describen la probabilidad de alcanzar o exceder un estado de daño en función de una medida de intensidad (IM). A menudo la medida de intensidad suele representarse mediante la aceleración espectral (Sa) para un determinado periodo y amortiguamiento, sin embargo, existen otras métricas que caracterizan el movimiento del terreno, tales como la energía, PGA, PGV, PGD, frecuencia, duración, número de ciclos, entre otros. (Quinde Martínez, 2019).

Se puede definir la función de fragilidad que describe la probabilidad de exceder un estado de daño, según la Ecuación 4-1:

$$P[D > C = c|IM] = f_i(s; \theta_i)$$

Ecuación 4-1

Donde:

- *P*: Probabilidad de alcanzar o exceder un estado de daño dada una intensidad IM.
- $f_i$ : Función de fragilidad.
- $\theta_i$ : Vector de parámetros de la función de fragilidad.
- *D*: Nivel de daño de la estructura.
- *C*: Umbral de daño.
- *c*: Valor específico del umbral de daño para una IM.
- s: Parámetro de demanda.

Dado que los estados de daño son discretos, la probabilidad de encontrarse específicamente en el *i*-ésimo estado de daño, se determina mediante la Ecuación 4-2:

$$P[estar \ en \ el \ estado \ i|IM] = f_{i+1}(s; \theta_{i+1}) - f_i(s; \theta_i)$$

Ecuación 4-2

La probabilidad de exceder un estado de daño específico ante una determinada intensidad sísmica se presenta en la Ecuación 4-3. Dado que una probabilidad de cero indica la ausencia de daño y una probabilidad de uno representa haber alcanzado o superado un estado de daño, es posible determinar las probabilidades para cada nivel de daño *i*.

$$P[D > C = c|IM] = \frac{N_{excedencias}|Estado \ de \ daño}{N_{total} \ de \ registros}$$

Ecuación 4-3

La Figura 4-1 ilustra este concepto, presentando las curvas de fragilidad para estados de daño convencionales y las variaciones en la probabilidad de excedencia para tres niveles de respuesta espectral.



Figura 4-1: Curvas de fragilidad para diversos estados de daño.

Fuente: Adaptado de HAZUS (2012).

Existen diversas metodologías propuestas para estimar funciones de fragilidad mediante análisis dinámicos no lineales utilizando registros sísmicos. El enfoque comúnmente empleado es el análisis dinámico incremental (IDA), sin embrago, se encuentran metodologías como el análisis dinámico multi-banda (MSA), el cloud análisis (CA), y el modified cloud análisis (MCA), entre otros (Quinde Martínez, 2019).

#### Análisis Dinámico Incremental

El análisis dinámico incremental (IDA) se emplea para evaluar el desempeño estructural ante acciones sísmicas. Su enfoque consiste en someter al modelo estructural a una o varias series de registros símicos, los cuales son escalados progresivamente y de manera lineal a diferentes niveles de intensidad, hasta inducir inestabilidad global dinámica en el sistema. Esto permite generar curvas que relacionan las medidas de intensidad con los parámetros de demanda. La Figura 4-2 ilustra estas curvas, las cuales permiten la evaluación del desempeño para cada registro (Figura 4-2a) o el análisis simultáneo (Figura 4-2b) de las demandas y el comportamiento global del sistema (Vamvatsikos & Allin Cornell, 2002).

Figura 4-2: a) Curva IDA individual, b) Curvas IDA múltiples.



Fuente: Vamvatsikos & Allin Cornell (2002).

#### **Cloud Analysis**

El Cloud Analysis (Método de la Nube) se fundamenta en una regresión lineal simple entre la respuesta del sistema estructural y una medida de intensidad, a partir de un conjunto de registros. Esta metodología comprende dos fases principales, la primera consiste en la determinación de la curva de amenaza o peligro sísmico. La segunda fase implica generar las funciones de fragilidad a partir de la regresión de los registros. Este enfoque permite representar gráficamente una nube de puntos que relacionan las variables de desempeño estructural con la medida de intensidad. Esta metodología no contempla los escenarios de colapso, ya que se basa en la respuesta sin considerar la inestabilidad dinámica del sistema (Jalayer et al., 2015).

Una de las principales ventajas de este método radica en su eficiencia, pues permite llevar a cabo análisis dinámicos no lineales sin escalar previamente los registros. Además, esta metodología ha sido utilizada para representar la variabilidad inherente entre registros e incorporar las incertidumbres asociadas al modelo estructural, tales como la capacidad de los componentes y las incertidumbres asociadas a las propiedades mecánicas de los materiales y del sistema constructivo (Jalayer et al., 2015).

Para la construcción del modelo probabilista basado en la regresión lineal, se emplean los resultados obtenidos de los análisis dinámicos no lineales. La relación entre la demanda crítica y la capacidad, representada como  $D = \{Y_i, i = 1: N\}$ , se obtiene mediante un análisis dinámico no lineal tiempo historia para un conjunto de *N* registros. Por su parte,

 $S_a = \{S_{ai}, i = 1: N\}$  representa el conjunto de valores de aceleración espectral correspondientes, donde  $Y_i$  como  $S_{ai}$  se determinan para el *i*-ésimo registro del movimiento (Jalayer et al., 2017).

El modelo probabilista de regresión se expresa según la Ecuación 4-4.

$$E[\ln D|S_a] = \ln \eta_{D|S_a} = b_0 + b_1 \ln S_{a1} + b_2 \ln S_{a2} + \dots + b_N \ln S_{aN}$$

Ecuación 4-4

Donde:

$$ln \eta_{D|S_a}$$
: Media condicional para Y dado Sa.

 $b_0 y b_i, i = 1, \dots N$ : Coeficientes de regresión estimados.

Con la determinación de la media condicional, la desviación estándar logarítmica se puede calcular utilizando el error estándar de la regresión, según lo establecido en la Ecuación 4-5.

$$\sigma_{\ln D|S_a} = \beta_{D|S_a} \approx \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \frac{\left(\ln y_i - \ln \eta_{D|S_a}(S_{ai})\right)^2}{\left(n - (N+1)\right)}}$$

Ecuación 4-5

La función de fragilidad derivada de este método puede ser representada mediante la Ecuación 4-6.

$$P(D > 1|S_a) = P(\ln D > 0|S_a) = 1 - \phi\left(\frac{-\ln \eta_{D|S_a}}{\beta_{D|S_a}}\right) = \phi\left(\frac{\ln \eta_{D|S_a}}{\beta_{D|S_a}}\right)$$

Ecuación 4-6

Donde:

 $\phi$ : Función de distribución estandarizada Gaussiana.

 $\eta_{D|S_a}$ : Media condicional para un estado de daño.

 $\beta_{D|S_a}$ : Desviación estándar condicional (dispersión) para el mismo conjunto.

#### **Modified Cloud Analysis**

Esta metodología se deriva del Cloud Analysis incorporando la pérdida de capacidad de los elementos o la inestabilidad dinámica del sistema, por lo que considera los escenarios de colapso. Para ello, los datos utilizados para la regresión lineal (cloud data) se componen de dos partes, la primera corresponde a los registros para los cuales el sistema no experimenta el colapso (NoC), y la segunda se compone de los registros que inducen el colapso (C) (Jalayer et al., 2017). Esto se refleja en la Ecuación 4-7.

$$P(D > 1|S_a) = P(D > 1|S_a, NoC) \cdot (1 - P(C|S_a)) + P(D > 1|S_a, C) \cdot P(C|S_a)$$

Ecuación 4-7

Donde:

 $P(D > 1|S_a, NoC)$ : Probabilidad condicional para un estado de daño sin considerar colapso.

 $P(D > 1|S_a, C)$ : Probabilidad condicional para que un estado de daño presente colapso.

La probabilidad de colapso  $P(C|S_a)$ , puede predecirse mediante un modelo de regresión logística según la Ecuación 4-8.

$$P(C|S_a) = \frac{1}{1 + e^{-(\alpha_0 + \alpha_1 \ln S_a)}}$$

Ecuación 4-8

Donde:

 $\alpha_0, \alpha_1$ : Coeficientes de la regresión logista.

 $S_a$ : Aceleración espectral.

Por lo que la función de fragilidad puede representarse como lo indica la Ecuación 4-9.

$$P(D > 1|S_a, X) = \phi\left(\frac{\ln \eta_{D|S_a, NoC}}{\beta_{D|S_a, NoC}}\right) \cdot \frac{e^{-(\alpha_0 + \alpha_1 \ln S_a)}}{1 + e^{-(\alpha_0 + \alpha_1 \ln S_a)}} + \frac{1}{1 + e^{-(\alpha_0 + \alpha_1 \ln S_a)}}$$

Ecuación 4-9

#### Análisis Dinámico Multi-Banda

Los análisis dinámicos multi-banda (Multi-Stripe Analysis, MSA), permiten obtener información estadística detallada sobre el desempeño estructural y las demandas sismas en un amplio rango de intensidades del movimiento del suelo (Quinde Martínez, 2019).

Este enfoque se basa en un conjunto de bandas discretas de intensidad, como por ejemplo niveles específicos de aceleración espectral. Es particularmente relevante cuando se emplean registros sísmicos representativos de un sitio determinado, cuyas características pueden variar con la intensidad del sismo, donde se emplea el espectro condicional medio. Dentro de las ventajas del MSA es que no se requiere extender los análisis hasta niveles de intensidad muy altos en los que todos los registros induzcan el colapso (Baker, 2015).

## 4.2 ESTADOS DE DAÑO

Los estados de daño describen el grado de deterioro que sufre una estructura tras la ocurrencia de un evento extremo. Estos niveles pueden ir desde niveles de daño leves, caracterizados por la mínima o nula afección de los elementos, hasta niveles de daño completos o el colapso, donde la capacidad del sistema se pierde completamente. Cada estado de daño se asocia directamente con un nivel especifico de desempeño para la estructura analizada, lo que los convierte en un componente esencial para la evaluación estructural posterior al evento sísmico (Vargas-Alzate et al., 2020).

Uno de los aspectos fundamentales en la evaluación de una estructura, consiste en establecer los estados de daño y sus correspondientes umbrales, los cuales permiten caracterizar adecuadamente el comportamiento estructural ante distintos niveles de demanda. La clasificación propuesta por HAZUS que ofrece una caracterización detallada, incluyendo variaciones en función del número de pisos, entre otros (HAZUS, 2012).

Para pórticos de hormigón armado, considerados en la categoría "C1", los estados de daño son: leve, moderado, severo y colapso (ver Figura 4-1). Cada uno de estos niveles incluye una descripción técnica del tipo de daño esperado en los elementos estructurales, lo que permite clasificar el estado de deterioro observado, la Tabla 4-1 resume los diversos estados de daño. (Medina Jara & Izquierdo Acosta, 2024).

Grado	Estado de Daño	Descripción	
1	Daño Leve	Fisuras superficiales en algunas vigas y columnas, generadas por flexión o corte.	
2	Daño Moderado	Fisuras en la mayoría de vigas y columnas. Algunos pórticos dúctiles muestran rotaciones plásticas indicadas por grietas a flexión, así como el desprendimiento del recubrimiento. En pórticos no dúctiles, se presentan grietas por corte y desprendimientos de mayor magnitud.	
3	Daño Extenso	Ciertos elementos del pórtico alcanzan su resistencia máxima, evidenciada en pórticos dúctiles por grietas a flexión, desprendimiento del recubrimiento y pandeo del refuerzo longitudinal. En pórticos no dúctiles, pueden presentarse fallas por corte o fallas en empalmes del refuerzo, amarres desprendidos o pandeo del refuerzo longitudinal en columnas, lo que puede inducir en un colapso parcial.	
4	Daño Completo	El sistema ha colapsado o se encuentra en condición cítrica inminente de colapso, ya sea por fallas frágiles en elementos no dúctiles o perdida de estabilidad global. Se estima que aproximadamente el 13% (poca altura), el 10% (media altura) o el 5% (gran altura) del área total con daños completos, se derrumben.	

Tabla 4-1: Estados de daño para estructuras de hormigón armado.

Fuente: Adaptado de HAZUS (2012).

## 4.3 UMBRALES DE DAÑO

Los estados de daño suelen estar asociados un EDP, el cual se define a partir de una respuesta estructural cuantificable en unidades ingenierilmente relevantes, tales como, desplazamientos de techo, aceleración máxima de piso, velocidad máxima de piso, derivas máximas de entre piso, entre otros, siendo este último el más usado en la práctica (Medina Jara & Izquierdo Acosta, 2024).

Por otro lado, los umbrales de daño marcan los limites inferiores y superiores de cada estado de daño en base al valor del EDP seleccionado. A través de ellos, es posible clasificar las respuestas estructurales em distintas categorías según el nivel de afectación. Además, se establecen conjuntos de datos que agrupan los resultados de colapso y no colapso determinados del análisis dinámico aplicado al modelo estructural (Moscoso Vázquez & Díaz Méndez, 2024).

Cabe señalar que, si bien el parámetro seleccionado como EDP, puede introducir cierto sesgo, para el caso de la deriva, usualmente representa el daño concentrado en el nivel donde se evalúa la misma. No obstante, se asume que este valor actúa como un indicador representativo del comportamiento global y del estado promedio del sistema frente a un evento sísmico de una intensidad y características específicas (Medina Jara & Izquierdo Acosta, 2024).

Dado el enfoque adoptado, los umbrales de daño son considerados discretos, es decir, definidos por rangos específicos y no como una variable continua. Por lo tanto, no es posible utilizar un amplio conjunto de valores para representar los estados de daño. Los umbrales de daño adoptados son los propuestos en el manual HAZUS, los cuales se definen en función de derivas máximas de entrepiso. Estos valores fueron determinados según el nivel de exigencia considerado en el diseño sismorresistente, siendo: alto (High-Code), moderado (Moderate-Code), bajo (Low-Code) y sin diseño sismorresistente (Pre-Code) (HAZUS, 2012).

La categorización de los mismos también considera la altura de las edificaciones, diferenciando entre edificios de baja, mediana y gran altura. Para el presente trabajo se utilizaron los umbrales Moderate-Code y High-Code, presentes en la Tabla 4-2 y Tabla 4-3 respectivamente.

Degevineién	Derivas de Entre Piso para cada Estado de Daño			
Descripcion	Leve	Moderado	Extenso	Completo
Edificios de baja altura (Hasta 3 pisos)	0.005	0.0087	0.0233	0.06
Edificios de mediana altura (Hasta 7 pisos)	0.0033	0.0058	0.0156	0.04
Edificios altos (8 pisos en adelante)	0.0025	0.0043	0.0117	0.03

Tabla 4-2: Umbrales de daño (Moderate-Code).

Fuente: Adaptado de HAZUS (2012).

Tabla 4-3: Umbrales de daño (High-Code).

Degevineién	Derivas de Entre Piso para cada Estado de Daño			
Descripcion	Leve	Moderado	Extenso	Completo
Edificios de baja altura (Hasta 3 pisos)	0.005	0.01	0.03	0.08
Edificios de mediana altura (Hasta 7 pisos)	0.0033	0.0067	0.02	0.0533
Edificios altos	0.0025	0.005	0.015	0.04

(8 pisos en adelante) Fuente: Adaptado de HAZUS (2012).

## 5. DISCUSIÓN Y RESULTADOS

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos a partir de la simplificación de un sistema MDOF a un oscilador SDOF. El objetivo del análisis es evaluar la precisión en la metodología propuesta, con el fin de estimar de manera razonable la respuesta de estructuras de hormigón armado, con el fin de reducir el costo computacional, sobre todo en términos de análisis a gran escala. El marco metodológico propuesto se presenta en la Figura 5-1.





 Paso 1: Se realiza un análisis estático no lineal (Pushover) del sistema MDOF. En el presente trabajo se desarrolló un modelo bidimensional detallado en OpenSees con el fin de captar la respuesta no lineal de forma precisa. Previamente a ello se selecciona el patrón de carga descrito en el Capítulo 2.1. Asimismo, se considera

Fuente: Elaboración Propia.

el comportamiento histerético asignado a las rotulas plásticas, coherentes a los objetivos de estudio.

- Paso 2: Se define un sistema SDOF equivalente que representa al modelo MDOF inicial en estudio usando la metodología propuesta en FEMA P-2343 y descrita previamente en el Capítulo 3.2. En cuanto a los parámetros de calibración del comportamiento histerético a ser asignados en el resorte, son obtenidos según el Paso 1. Sin embargo, es sumamente importante considerar el modelo constitutivo a utilizarse en el oscilador que capte adecuadamente los diversos fenómenos de degradación de rigidez y resistencia en el oscilador.
- Paso 3: Se deben establecer los estados de daño que permitan evaluar el comportamiento del sistema, en este trabajo los parámetros de daño implementados se presentaron en la Tabla 4-2 y la Tabla 4-3. Posteriormente se generan las funciones de fragilidad correspondientes, de acuerdo al tipo de análisis dinámico no lineal implementado. A partir de estas funciones, se procede a calibrar los parámetros asociados al material del resorte, los cuales influyen en la respuesta no lineal.
- Paso 4: Proceder con la selección de registros sísmicos que sean representativos para el sistema y según la metodología de interés. Este paso resulta de suma importancia puesto que la selección de registros es el insumo de entrada para los análisis dinámicos no lineales, así que es imperativo seleccionarlos adecuadamente, cumpliendo con diversos parámetros de suficiencia, con el fin de que el sistema experimente desplazamientos importantes e ingrese en rango no lineal. Después de ello, se debe realizar el análisis dinámico no lineal con los diversos métodos propuestos en la literatura tales como el Cloud Analysis, IDA, MSA, entre otros.
- Paso 5: Se verifica que la curva pushover y el tiempo historia sean consistentes entre sí, tanto para el modelo MDOF como para el oscilador SDOF. Esto con el fin de corroborar que las propiedades del sistema equivalente (rigidez, masa, etc) sean representativas del modelo inicial.

## 5.1 COMPARACIÓN DE RESULTADOS

Con el fin de evaluar la capacidad del oscilador SDOF propuesto para representar la respuesta no lineal del sistema completo, inicialmente se llevó a cabo una comparación entre las curvas pushover de ambos modelos. Estas se generaron según lo establecido en los Capítulos 2.1 y 3.2 respectivamente.

Los resultados para el análisis estático no lineal muestran buena correlación entre ambas curvas, especialmente en la fase inicial elástica, lo que valida la precisión del oscilador SDOF al representar la rigidez inicial elástica y la fuerza de fluencia, donde la estructura empieza a entrar en rango no lineal, como se presenta en la Figura 5-2.

A medida que la demanda de desplazamientos incrementa, lo que incursiona al sistema en el rango no lineal, las diferencias entre las curvas son relativamente bajas. Esto se debe principalmente a la calibración estática adecuada del resorte que captura la respuesta no lineal en el oscilador, incluye los efectos de deterioro de rigidez, así como los efectos P-Delta, incorporados implícitamente a través de la curva del modelo MDOF.

Es importante destacar que, si bien el modelo MDOF permite observar el comportamiento local de los elementos que lo conforman, como la formación secuencial de las rótulas plásticas y la interacción entre elementos, el modelo SDOF condensa todo este comportamiento en una relación fuerza-desplazamiento única. A pesar de ello la curva resultante captura razonablemente la respuesta no lineal del modelo MDOF.





Fuente: Elaboración propia.

Además, cabe mencionar que, la calibración del modelo capta mejor la respuesta no lineal si es relacionada con la curva histerética envolvente (backbone) del sistema MDOF, sobre todo para realizar análisis dinámicos no lineales. Esto se debe a que la curva envolvente representa la relación fuerza-desplazamiento antes patrones de carga cíclicos, como lo son los sismos (ver Figura 5-3). Documentos técnicos como el PEER/ATC-72-1, NIST GCR 17-917-45, entre otros, abordan este tema, y destacan la importancia de modelar la no linealidad partir de la envolvente cíclica degradada.

Figura 5-3: Curvas backbone idealizadas: a) cuadrante positivo, b) envolvente cíclica.



Fuente: PEER/ATC-72-1 (2010).

Al ser un insumo fundamental de entrada, la curva envolvente influye directamente en las funciones de fragilidad. Sin embargo, se ha observado que dicha curva varía en función del patrón de carga cíclica aplicado, el cual generalmente proviene de un protocolo de carga estandarizando para pruebas de laboratorio, lo cual no representa fielmente el carácter aleatorio de un movimiento sísmico, como se observa en la Figura 5-4. Además, el comportamiento resultante es altamente dependiente del modelo estructural utilizado, lo que dificulta su implementación como insumo en el análisis dinámico del oscilador.





#### Fuente: Elaboración propia.

Con base en lo expuesto, se presenta uno de los análisis tiempo historia realizados sobre el oscilador equivalente, esto con el fin de evaluar su capacidad para capturar la respuesta dinámica del sistema completo. Para ello se seleccionó una señal de la base de datos de registros sísmicos, la cual es presentada en la Figura 5-5.





Fuente: Elaboración propia.

Los resultados de la historia de desplazamientos se presentan en la Figura 5-6, donde se compara la respuesta dinámica del modelo completo con el oscilador equivalente, además se destacan los desplazamientos máximos de cada uno. Con el objetivo de cuantificar la diferencia entre ambas respuestas, se determinó el error medio existente entre los análisis tiempo historia, presentes en la Tabla 5-1. Tanto de forma numérica como gráfica, se valida nuevamente una adecuada correlación, lo que respalda la validación del oscilador equivalente.





Fuente: Elaboración propia.

Parámetro	MDOF	SDOF	
Señal	KBU000.AT2_NPTS_3201_dt_0.01		
Aceleración Máxima (g)	0.34		
Desplazamiento Máximo	0.83	0.96	
Error (%)	13.54		

Tabla 5-1: Comparación tiempo historia entre modelos.

Fuente: Elaboración propia.

Validado el oscilador equivalente respecto a su comportamiento dinámico, se presenta el desempeño de la estructura mediante las curvas de fragilidad. A pesar de que la variación en la respuesta dinámica es aceptable, no puede asumirse directamente que el análisis de fragilidad se comporte de manera similar para ambos modelos. En la Figura 5-7 se presenta la regresión determinada para el cloud analysis, donde se puede observar que la desviación estándar ( $\beta$ ) se mantiene dentro de los parámetros recomendados en la literatura. La Tabla 5-2 presenta el error medio presente entre los modelos.

Figura 5-7: Regresiones lineales: a) MDOF, b) SDOF.



Fuente: Elaboración propia.

Parámetro	MDOF	SDOF	
Desviación Estándar	0.17 0.23		
Error (%)	26	.09	

Fuente: Elaboración propia.

En cuanto a las curvas de fragilidad, en la Figura 5-8 se presentan los distintos estados de daño definidos para cada modelo, lo que permite establecer una comparación directa entre la respuesta del sistema completo y la del oscilador equivalente ante diferentes niveles de

intensidad. Esta etapa resulta clave para validar el desempeño final del oscilador, ya que permite evaluar la probabilidad de excedencia de los distintos estados de daño, aportando así una medida cuantitativa de su capacidad para replicar el comportamiento inicial del sistema completo.



Figura 5-8: Curvas de fragilidad: a) MDOF, b) SDOF.

Las curvas exhiben una variación mínima en cuanto a los dos estados de daño iniciales (leve y moderado) al comparar el oscilador con el modelo completo (ver Figura 5-9). Esta concordancia resalta la capacidad del oscilador en representar adecuadamente la respuesta ante niveles de intensidad bajos, dominados por la pendiente inicial de las curvas envolventes.





Fuente: Elaboración propia.

En cuanto al estado de daño extenso comienza a existir diferencia. En este punto la estructura incursiona en el rango no lineal, donde experimenta deformaciones inelásticas, afectando a diversos elementos y la interacción entre los diversos modos de falla. A pesar de diferencia razonable, se hace evidente la limitación del oscilador en capturar la respuesta no lineal ante demandas altas de desplazamientos.

La mayor variación se presenta en el estado de daño completo, lo cual es esperado en este tipo de análisis dado que la estructura experimenta grandes desplazamientos, lo que origina modos de falla complejos como el pandeo en barras, deslizamiento del acero de refuerzo, entre otros, y juegan un papel crucial. Dichos mecanismos pueden representarse razonablemente en los modelos completos, sin embargo, representarlos en una simplificación de todo el problema como lo es el oscilador conlleva errores de ajuste, lo cual se limita a capturar el comportamiento global a través de un único modo de falla. En la Figura 5-10 se presenta el análisis tiempo historia de una señal que indujo a la estructura en grandes desplazamientos, donde puede observarse que el oscilador presenta mayores desplazamientos residuales en comparación al modelo completo, exhibiendo las limitaciones presentadas. Sin embargo, para estimar el daño, el parámetro más representativo suele ser la respuesta máxima.



Figura 5-10: Comparación del análisis no lineal tiempo historia.

Fuente: Elaboración propia.

# CONCLUSIONES

Se puede concluir que, los resultados del presente trabajo revelan aspectos fundamentales sobre la capacidad en capturar razonablemente el comportamiento estructural del modelo simplificado de un grado de libertad (SDOF) y el modelo de múltiples grados de libertad (MDOF).

En cuanto al comportamiento estático no lineal, el oscilador simple exhibe una capacidad adecuada para representar el modelo completo, reproduciendo una curva pushover muy similar a la del modelo completo. Esta correspondencia se manifiesta mediante la coincidencia de la rigidez inicial, confirmando que los parámetros de simplificación tales como la masa y rigidez del oscilador equivalente pueden determinarse adecuadamente. El punto donde la estructura presenta un cambio de rigidez e ingresa en rango no lineal, no presenta variaciones significativas, por lo que pueden determinarse con precisión el cortante basal máximo, así como el desplazamiento asociado a este.

Sin embargo, para lograr una mejor representación del comportamiento, deben implementarse consideraciones adicionales relacionadas a la degradación de rigidez y resistencia, propias del comportamiento cíclico tales como los sismos. Esto generalmente se presenta después del "capping point" de la curva, lo cual puede generar variaciones en los resultados de la simplificación, tendiendo a presentar pendientes distintas luego de este punto característico. Estas particularidades pueden influir en la caracterización final del sistema.

Por otra parte, en los análisis dinámicos las diferencias empiezan a ser más notables, producto de la incertidumbre inherente al proceso de simplificación, donde se presenta una considerable reducción de parámetros dominantes que deben ser representados por el oscilador. A pesar de estas limitaciones, se logró una correlación aceptable entre la historia de desplazamientos del modelo MDOF y del oscilador SDOF. Esto sugiere que, bajo condiciones de carga bajas, que no induzcan al sistema en grandes desplazamientos, el oscilador puede capturar adecuadamente el comportamiento dinámico del sistema global.

No obstante, la simplificación conlleva inevitablemente a la pérdida de información asociada a la influencia de modos superiores, interacción entre elementos estructurales y sus modos de falla, redistribución de esfuerzos y rigideces, entre otros. Los cuales son considerables sobre todo cuando la estructura es inducida en grandes desplazamientos, como se pudo evidenciar en uno de los análisis tiempo historia, donde el oscilador presentó derivas residuales notables con respecto al modelo completo. Esto dependiendo del tipo de estudio que se esté realizando es de considerable importancia a tomar en cuenta, para generar resultados y criterios razonablemente válidos. Sin embrago para el objetivo de este trabajo, la tendencia relacionada a la respuesta máxima de los sistemas fue aceptable.

En cuanto a las funciones de fragilidad determinadas para ambos modelos, se pudo evidenciar resultados importantes al momento de estimar la probabilidad de excedencia para cierto estado de daño, cuantificando desde otra perspectiva el comportamiento estructural de ambos sistemas.

Los resultados obtenidos muestran una concordancia aceptable entre ambos modelos. El oscilador logra capturar razonablemente la respuesta del sistema completo en niveles de daño leves y moderados. Esta coherencia evidencia que, en rangos de demanda sísmica bajos a intermedios, donde la estructura se mantiene elástica o incursiona ligeramente en rango no lineal, el modelo SDOF es capaz de capturar notablemente esta respuesta. Esto se puede atribuir a que dichos estados de daño pueden estar influenciados principalmente por la respuesta de los modos fundamentales, generalmente atribuidos a esta simplificación.

A medida que se analizan estados de daño más severos, especialmente el daño completo, se presentan variaciones notables entre los modelos. Esto viene dado por la incertidumbre en el comportamiento no lineal cuando se alcanzan grandes desplazamientos, tanto del modelo MDOF como del oscilador SDOF, además del complejo comportamiento de los diversos modos de falla e interacción de los elementos que conforman la estructura, así como los efectos de segundo orden, entre otros, que resultan más evidentes cuando el sistema se encuentra en un nivel avanzado de no linealidad.

Además de las limitaciones en cuanto al comportamiento físico, existen otros factores que pueden generar mayor incertidumbre en los análisis. Entre las cuales se puede mencionar que es un análisis bidimensional, interacción suelo estructura, selección de las señales sísmicas, entre otras, además no se consideran las patologías estructurales que pueden presentarse, puesto que el presente trabajo fue realizado únicamente para estructuras nuevas y bajo lineamientos de diseño considerables.

Durante la fundamentación de la base teórica detrás de la metodología, se ha corroborado la existencia de diversas propuestas para estimar la respuesta mediante osciladores simples. Es por ello que no existe una metodología general que precise al 100% el comportamiento y garantice los mejores resultados en todos los casos posibles. La selección del enfoque más adecuado dependerá en gran medida de los objetivos del estudio a emplearse, además de la disponibilidad de información y recursos. Esta elección influye directamente en la precisión de los resultados obtenidos, así como el tiempo requerido para los análisis y el nivel de detalle que el modelo exija.

La implementación de este tipo de osciladores está enfocada en un análisis de riesgo a nivel macro o de carácter regional, debido a la baja demanda computacional que requiere el modelo para su análisis. No obstante, es importante realizar una calibración adecuada del oscilador, sobre todo en la parte no lineal, donde se vio reflejada la mayor incertidumbre inherente al tipo de modelo.

Finalmente, se puede concluir que el uso de osciladores simples de un grado de libertad, resultan una herramienta útil y razonablemente precisa para representar el comportamiento de una estructura más detallada. Su desempeño es adecuado en análisis estáticos y dinámicos no lineales dentro de los rangos de daño leves a moderados, así como en una estimación inicial del comportamiento estructural. No obstante, su aplicación debe ser verificada más exhaustivamente cuando se requiere inducir al sistema en grandes desplazamientos, donde se evidencian mayores niveles de daño. Las curvas de fragilidad no son muy certeras para estos niveles de daño, sin embargo, pueden llegar a ser útiles para análisis a gran escala, ya que su respuesta es razonable y el costo computacional como tiempo de análisis es reducido.

## RECOMENDACIONES

Se recomienda realizar una verificación detallada de las diversas variables estructurales que puedan atribuir considerablemente en los análisis dinámicos no lineales, particularmente cuando el sistema pasa el "capping point". Esto permitiría establecer un procedimiento de calibración más generalizado, optimizando así el proceso de generación de modelos simplificados de un grado de libertad. Bajo este contexto, resulta pertinente realizar otros tipos de análisis iniciales como un pushover cíclico o el pushover modal (MPA), donde se considera la influencia de los modos superiores de vibrar y la degradación cíclica. No obstante, ambos enfoques deberán ser validados debidamente con la literatura pertinente. También pueden implementarse algoritmos de optimización para mejorar la correlación entre ambas respuestas y calibrar el oscilador con los parámetros adecuados para los análisis.

Adicionalmente, se recomienda incorporar los diversos parámetros que influyen en la degradación de resistencia y rigidez en los sistemas, considerando los diversos modos de falla e interacción, que se presentan comúnmente en las estructuras de hormigón armado. también es recomendable ampliar el análisis incluyendo de un mayor número de estructuras con distinta geometría, sistema, etc.; y que incluyan las patologías inherentes a la construcción, puesto que en análisis a gran escala no suele presentarse una única estructura tipo.

Además, la adecuada selección de los sismos como parámetro de entrada es fundamental, deben utilizarse registros que representen la sismicidad del lugar en estudio y cumplan las diversas medidas de eficiencia y suficiencia. Esto es fundamental para garantizar que la respuesta de los osciladores refleje de manera razonable las demandas sísmicas esperadas y que induzcan al sistema en grandes desplazamientos, lo cual incidirá directamente en la confiabilidad de los resultados obtenidos en los análisis de fragilidad, vulnerabilidad o riesgo.

## **REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

- ACI 318-05. (2005). Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary (ACI 318-05). American Concrete Institute.
- Aguiar, R., Cagua, B., & Pilatasig, J. (2020). Pushover con Acoplamiento de CEINCI-LAB y OpenSees. Monografías de Ingeniería Sísmica: Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería.
- Altoontash, A. (2004). Simulation and Damage Models for Performance Assessment of Reinforced Concrete Beam-Column Joints. PhD Dissertation, Stanford University, California, USA.
- ASCE/SEI 7-05. (2005). Minimum Design Loads and Associated Criteria for Buildings and Other Structures. American Society of Civil Engineers.
- ASCE/SEI 7-22. (2022). Minimum Design Loads and Associated Criteria for Buildings and Other Structures. American Society of Civil Engineers.
- ASCE/SEI 41-22. (2022). Seismic Evaluation and Retrofit of Existing Buildings. American Society of Civil Engineers.
- Baker, J. W. (2015). Efficient Analytical Fragility Function Fitting Using Dynamic
  Structural Analysis. *Earthquake Spectra*, 31(1), 579–599.
  https://doi.org/10.1193/021113EQS025M
- Baker, J. W., & Bradley, B. A. (2017). Intensity Measure Correlations Observed in the NGA-West2 Database, and Dependence of Correlations on Rupture and Site Parameters. *Earthquake Spectra*, 33(1), 145–156. https://doi.org/10.1193/060716EQS095M/SUPPL\_FILE/08\_EERI\_33\_1\_SUPPL\_1 ES1-ES2\_ONLINE.ZIP
- Biskinis, D. E., & Fardis, M. N. (2009). Deformations of Concrete Memebers at Yielding and Ultime Under Monotonic or Cyclic Loading (Including Repaired and Retrofitted Memebers). Report No. SEE 2009-01. Department of Civil Engineering, University of Patras.
- Bravo-Haro, M. A., Liapopoulou, M., & Elghazouli, A. Y. (2020). Seismic collapse capacity assessment of SDOF systems incorporating duration and instability effects.

*Bulletin of Earthquake Engineering*, *18*(7), 3025–3056. https://doi.org/10.1007/s10518-020-00829-9

- Cabrera Vélez, E. M. (2022). Metodología para estimación del daño sísmico en edificios en base a modelos numéricos avanzados y monitorizaciones RAR. Tesis doctoral, Universidad Politécnica de Cataluña. UPC- BarcelonaTech, Barcelona.
- Chopra, A. K. (2017). *Dynamics of Structures, Theory and Applications to Earthquake Engineering* (5th ed.). Pearson Education, Inc.
- Clough, R. W., & Johnston, S. B. (1966). Effect of Stiffness Degradation on Earthquake Ductility Requirements. *Proceedings of 2nd Japan National Conference on Earthquake Engineering*, 227-232.
- Deierlein, G. G., Reinhorn, A. M., & Willford, M. R. (2010). Nonlinear Structural Analysis For Seismic Design: A Guide for Practicing Engineers. NEHRP Seismic Design Technical Brief No. 4. NIST GCR 10-917-5. National Institute of Standards and Technology, U.S. Departament of Commerce.
- FEMA 356. (2000). Prestandard and Commentary for the Seismic Rehabilitation of Buildings. American Society of Civil Engineers & Federal Emergency Management Agency, Washington, DC.
- FEMA 440. (2005). Improvement of Nonlinear Static Seismic Analysis Procedures. Applied Technology Council & Federal Emergency Management Agency, Washington, DC.
- FEMA P695. (2009). *Quantification of Building Seismic Performance Factors*. Applied Technology Council & Federal Emergency Management Agency, Washington, DC.
- FEMA P-2343. (2024). Improving Performance of Buildings in Very High-Seismic Regions (Vol. 1). Applied Technology Council & Federal Emergency Management Agency, Washington, DC.
- González Cuevas, O. M. (2020). Comportamiento no lineal de marcos de concreto reforzado diseñados con diferentes criterios de ductilidad. Reporte Final UAM-A/DMAE-2020-01. Universidad Autónoma Metropolitana.
- Haselton, C. B., Deierleien, G., Bono, S., Ghannoum, W., Hachem, M., Malley, J., Hooper, J., Lignos, D., Mazzoni, S., Pujol, S., Uang, C.-M., Hortascu, A., &

Cedillos, V. (2016). *Guidelines on Nonlinear Dynamic Analysis for Performance-Based Seismic Design of Steel and Concrete Moment Frames*. Applied Technology Council, Redwood City, CA.

- Haselton, C. B., & Deierlein, G. G. (2008). Assessing Seismic Collapse Safety of Modern Reinforced Concrete Moment-Frame Buildings. PEER Report 2007/08. Pacific Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, CA.
- Haselton, C. B., Liel, A. B., Deierlein, G. G., Dean, B. S., & Chou, J. H. (2011). Seismic Collapse Safety of Reinforced Concrete Buildings. I: Assessment of Ductile Moment Frames. *Journal of Structural Engineering*, 137(4), 481–491. https://doi.org/10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0000318
- Haselton, C. B., Liel, A. B., Taylor Lange, S., & Deierlein, G. G. (2008). Beam-Column Element Model Calibrated for Predicting Flexural Response Leading to Global Collapse of RC Frame Buildings. PEER Report 2007/03. Pacific Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, CA.
- HAZUS. (2012). *HAZUS–MH 2.1 Technical Manual*. Federal Emergency Management Agency.
- Ibarra, L. F., & Krawinkler, H. (2005). Global Collapse of Frame Structures under Seismic Excitations. PEER Report 2005/06. Pacific Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, CA.
- Ibarra, L. F., Medina, R. A., & Krawinkler, H. (2005). Hysteretic models that incorporate strength and stiffness deterioration. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 34(12), 1489–1511. https://doi.org/10.1002/eqe.495
- Jalayer, F., De Risi, R., & Manfredi, G. (2015). Bayesian Cloud Analysis: Efficient structural fragility assessment using linear regression. *Bulletin of Earthquake Engineering*, 13(4), 1183–1203. https://doi.org/10.1007/s10518-014-9692-z
- Jalayer, F., Ebrahimian, H., Miano, A., Manfredi, G., & Sezen, H. (2017). Analytical fragility assessment using unscaled ground motion records. *Earthquake Engineering* & Structural Dynamics, 46(15), 2639–2663. https://doi.org/10.1002/EQE.2922
- Khanmohammadi, M., & Sayadi, S. (2022). Enhancing displacement coefficient method for multi degree of freedom buildings (MDOF) considering nonlinear soil structure

interaction. *Bulletin of Earthquake Engineering*, 20(15), 8217–8252. https://doi.org/10.1007/S10518-022-01513-W/METRICS

- Kwong, N. S., & Chopra, A. K. (2015). Selection and Scaling of Ground Motions for Nonlinear Response History Analysis of Buildings in Performance-Based Earthquake Engineering. PEER Report 2015/11. Pacific Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, CA.
- Lowes, L. N., Mitra, N., & Altoontash, A. (2004). A Beam-Column Joint Model for Simulating the Earthquake Response of Reinforced Concrete Frames. PEER Report 2003/10. Pacific Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, CA.
- Mazzoni, S., McKenna, F., & Scott, M. (2006). *OpenSees Command Language Manual*. Berkley, USA. University of California.
- Medina Jara, J. C., & Izquierdo Acosta, E. N. (2024). Estimación de la Vulnerabilidad Sísmica Utilizando Osciladores de un Grado de Libertad para Concreto Reforzado [Universidad del Azuay]. http://dspace.uazuay.edu.ec/handle/datos/14578
- Moehle, J. (2015). Seismic Design of Reinforced Concrete Buildings. McGraw-Hill Education.
- Moscoso Vázquez, A. M., & Díaz Méndez, J. S. (2024). *Determinación de la taxonomía, vulnerabilidad estructural y su aplicación al Riesgo Sísmico para Cuenca, Ecuador* [Universidad del Azuay]. http://dspace.uazuay.edu.ec/handle/datos/14596
- NIST. (2011). Selecting and Scaling Earthquake Ground Motions for Performing Response-History Analyses. (NIST GCR 11-917-15) Applied Technology Council for the National Institute of Standards and Technology.
- NIST. (2017). Guidelines for Nonlinear Structural Analysis for Design of Buildings Part I-General. (NIST GCR 17-917-46v1) Applied Technology Council for the National Institute of Standards and Technology. https://doi.org/10.6028/NIST.GCR.17-917-46v1
- NIST. (2017). Recommended Modeling Parameters and Acceptance Criteria for Nonlinear Analysis in Support of Seismic Evaluation, Retrofit, and Design. (NIST

GCR 17-917-45) Applied Technology Council for the National Institute of Standards and Technology.

- PEER/ATC-72-1. (2010). Modeling and Acceptance Criteria for Seismic Design and Analysis of Tall Buildings. Pacific Earthquake Engineering Research Center & Applied Technology Council, Redwood, CA.
- Powell, G. H. (2010). *Modeling for structural analysis Behavior and basics*. Computers and Structures, Inc., Berkeley, CA.
- Quinde Martínez, P. D. (2019). Estudio de las demandas de energía sísmica en el Valle de México y su relación con el daño estructural. (Tesis de Doctorado). Universidad Nacional Autónoma de México, Coordinación General de Estudios de Posgrado, UNAM.
- Rossetto, T., Gehl, P., Minas, S., Galasso, C., Duffour, P., Douglas, J., & Cook, O. (2016). FRACAS: A capacity spectrum approach for seismic fragility assessment including record-to-record variability. *Engineering Structures*, 125, 337–348. https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2016.06.043
- Sengupta, P., & Li, B. (2017). Hysteresis Modeling of Reinforced Concrete Structures: State of the Art. Structural Journal, 114(1), 25–38. https://doi.org/10.14359/51689422
- Takeda, T., Sozen, M. A., & Nielson, N. N. (1970). Reinforced Concrete Response to Simulated Earthquakes. *Journal of the Structural Division, ASCE*, V. 9, 2557–2573.
- Tariq, H., Jampole, E. A., & Bandelt, M. J. (2023). Seismic collapse assessment of archetype frames with ductile concrete beam hinges. *Resilient Cities and Structures*, 2(1), 103–119. https://doi.org/10.1016/j.rcns.2023.02.008
- Vamvatsikos, D., & Allin Cornell, C. (2002). Incremental dynamic analysis. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 31(3), 491–514. https://doi.org/10.1002/EQE.141
- Vargas Alzate, Y. F. (2013). Análisis estructural estático y dinámico probabilista de edificios de hormigón armado. Aspectos metodológicos y aplicaciones a la evaluación del daño. Tesis doctoral, Universidad Politécnica de Cataluña. UPC-BarcelonaTech, Barcelona.

- Vargas-Alzate, Y. F., Lantada, N., González-Drigo, R., & Pujades, L. G. (2020). Seismic Risk Assessment Using Stochastic Nonlinear Models. *Sustainability 2020, Vol. 12, Page 1308, 12*(4), 1308. https://doi.org/10.3390/SU12041308
- Vaseghiamiri, S., Mahsuli, M., Ghannad, M. A., & Zareian, F. (2020). Surrogate SDOF models for probabilistic performance assessment of multistory buildings: Methodology and application for steel special moment frames. *Engineering Structures*, 212, 110276. https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2020.110276