



**UNIVERSIDAD
DEL AZUAY**

FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA

ESCUELA DE INGENIERÍA CIVIL

**Propuesta de un enfoque híbrido para modelos de propagación de
crecidas aplicado a la cuenca del río Yanuncay**

Trabajo de grado previo a la obtención del título de:

INGENIERO CIVIL

Autores:

LUIS DAVID APOLO AGUILAR

NATASHA MADELINE BARRETO ENCALADA

Directora:

ING. PATRICIA ALEJANDRA PALACIOS ROMERO

CUENCA – ECUADOR

2026

DEDICATORIA

A Dios, a quien mis principios me llevan a reconocer como el autor de mi vida, por el amor, la fortaleza y la esperanza que sembró en mi corazón, y que hoy me permiten culminar este importante capítulo.

A mis padres, Luis Alberto y Denisse, por brindarme su fuerza cuando sentí agotada la mía; por enseñarme lo esencial y más puro del ser humano: no desfallecer, luchar con perseverancia y trabajar cada día por aquello que se anhela. Hoy me siento profundamente orgulloso y afortunado de tenerlos en mi vida.

A mi hermano, Alberto Joel, compañero de vida, quien me ha dejado más enseñanzas de las que podría expresar en un simple párrafo.

A mi abuela Isabel, por enseñarme que el ser humano puede ser tan fuerte como se lo proponga.

A mis abuelos maternos, tíos y tías, quienes me han tratado como a un hijo más, estando siempre pendientes de mí. Su cariño, apoyo y motivación han sido una razón constante para seguir trabajando por mis metas.

A quien hoy vive plenamente en lo más profundo de mi corazón: gracias, Don Luchito.

Luis David Apolo Aguilar

AGRADECIMIENTOS

Quiero expresar mi sincero agradecimiento a todo el equipo de profesionales de la Escuela de Ingeniería Civil de la Universidad del Azuay, por el compromiso, la exigencia y los conocimientos impartidos en las aulas. Llevo conmigo sus enseñanzas, con la certeza de que, con la bendición de Dios, sabré ponerlas al servicio de la sociedad.

Expreso un especial reconocimiento a la Ing. Patricia Alejandra Palacios Romero, directora de este trabajo de titulación, por su acompañamiento técnico, orientación y valiosas recomendaciones durante todo el proceso. Su profesionalismo y experiencia constituyeron un aporte fundamental para el desarrollo de este proyecto.

A todos aquellos docentes que dejaron en mí una enseñanza profunda sobre la verdadera esencia del profesionalismo. De manera especial, al Ing. Mateo Narváez, por el apoyo, la confianza y la apertura brindada, los cuales hicieron más llevadera mi última etapa académica.

A Natasha, por brindarme su sincera amistad, su apoyo incondicional y por compartir conmigo momentos significativos durante este camino. Gracias por el compromiso asumido desde el primer día. Extiendo también mi agradecimiento a su familia y, de manera especial, a su madre, la Sra. Sandra Encalada.

Finalmente, agradezco a todos mis compañeros de carrera por las vivencias, aprendizajes y momentos compartidos. ¡Les deseo muchos éxitos en su vida profesional!

Luis David Apolo Aguilar

DEDICATORIA

Con profundo amor, dedico este trabajo:

A mi madre, quien fue mi ejemplo, mi pilar principal y mi modelo a seguir, por cada uno de sus sacrificios, por todo el apoyo incondicional que me brindo desde el vientre.

A mi abuelito y padre a la vez “papi Jaime”, desde que tengo uso de razón, quien siempre me acompaño en mis momentos difíciles, quien ha sido mi compañía, mi apoyo y mi fortaleza, quien a pesar de estar en el cielo me sigue cuidando y guiando.

A mi segunda madre, mi abuelita “Lolita” quien con cariño y cuidado ha estado siempre tras de mis pasos.

A toda mi familia, que me han impulsado con cariño durante cada peldaño alcanzado no solo en esta carrera sino en cada uno de mis logros y el apoyo en mi vida.

A la persona que se volvió más que un compañero de clase, por su valiosa compañía y por el apoyo brindado durante el desarrollo de esta etapa.

A mis amigos que me acompañaron en este paso por la universidad, con quienes hemos compartido cada momento alegre, triste, de sorpresa, en fin, cada risa, cada travesura mientras nos convertimos en profesionales para la vida.

Natasha Madeline Barreto Encalada

AGRADECIMIENTOS

La culminación de este trabajo de titulación ha sido posible gracias al apoyo y la guía de personas a las que deseo expresar mi profunda gratitud.

En primer lugar, a mi tutora, Ing. Patricia Palacios, por su paciencia, su tiempo y su invaluable orientación. Sus conocimientos, exigencia académica y acertadas correcciones fueron fundamentales para llevar a buen término este trabajo.

A mi compañero de tesis, Luis Apolo. Gracias por el compromiso, la responsabilidad y la extrema paciencia en el trabajo demostrado a lo largo de este proyecto. Superamos juntos cada reto, demostrando que el trabajo en equipo es la mejor herramienta para el éxito.

Finalmente, a la Universidad del Azuay y a la Escuela de Ingeniería Civil, así como a todos los docentes que a lo largo de la carrera compartieron su experiencia y contribuyeron a mi formación profesional.

Natasha Madeline Barreto Encalada

RESUMEN

Las cuencas andinas presentan dinámicas hidrológicas complejas debido a su topografía abrupta y alta variabilidad espacio-temporal de flujos. Para modelar la propagación de ondas de crecida en cauces naturales, se propone un esquema de enrutamiento híbrido que integra el modelo de Muskingum no lineal con flujo lateral y el algoritmo de optimización PSO-GA. El preprocesamiento de las señales incluyó la reducción de ruido mediante el filtro Savitzky-Golay (SG) y el emparejamiento espacio-temporal de eventos hidrométricos.

Dichos eventos se clasificaron evaluando la relación de caudales pico entre estaciones (aguas arriba y abajo), diferenciando dos comportamientos marcados: con y sin influencia de aporte lateral (ganancia y pérdida). Empleando una partición 70:30 para entrenamiento y prueba, el modelo se optimizó mediante una función objetivo multicriterio basada en el coeficiente de Kling-Gupta (KGE), introduciendo penalizaciones al tiempo al pico, caudal máximo y curva de recesión para reproducir fielmente las componentes del hidrograma.

La discretización de eventos permitió representar de manera más consistente la respuesta física del tramo. En la validación, el KGE superó 0.450 y 0.710 para las categorías de ganancia y pérdida, respectivamente. La diferencia en el tiempo al pico osciló entre 0 y 190 minutos, siendo proporcional a la duración del evento. Finalmente, el parámetro de aporte lateral reflejó adecuadamente la dinámica de cada grupo, adoptando valores negativos en eventos de pérdida y superiores a uno en los de ganancia.

Palabras clave: tránsito de avenidas, modelo híbrido, Muskingum no lineal, flujo lateral, machine learning, PSO-GA, río Yanuncay.

ABSTRACT

Andean catchments exhibit complex hydrological dynamics due to their steep topography and high spatio-temporal flow variability. This study proposes a hybrid routing scheme that integrates the nonlinear Muskingum model with lateral flow and the PSO-GA optimization algorithm to simulate flood wave propagation in natural channels. Prior to calibration, hydrometric signals were preprocessed through noise reduction using the Savitzky-Golay (SG) filter and spatio-temporal matching of events between upstream and downstream stations. The events were classified according to the relationship between peak flows at both stations, distinguishing two marked behaviors: gain and loss conditions associated with the presence or absence of lateral flow influence. A 70:30 training–testing partition was applied, and the model was optimized using a multicriteria objective function based on the Kling-Gupta Efficiency coefficient (KGE), incorporating penalties related to peak time, maximum discharge, and recession curve representation. The event discretization improved the physical consistency of the modeled reach response. During validation, aggregated KGE values exceeded 0.450 and 0.710 for gain and loss categories, respectively. Differences between observed and simulated peak times ranged from 0 to 190 minutes and were proportional to total event duration. Finally, the lateral flow parameter adequately reflected the dynamics of each group, adopting negative values for loss events and values greater than one for gain events.

Keywords: flood routing, hybrid model, nonlinear Muskingum, lateral flow, machine learning, PSO-GA, Yanuncay river.

ÍNDICE DE CONTENIDOS

RESUMEN	V
ABSTRACT	VI
ÍNDICE DE CONTENIDOS	VII
ÍNDICE DE FIGURAS	IX
ÍNDICE DE TABLAS	X
INTRODUCCIÓN	1
PROBLEMÁTICA Y JUSTIFICACIÓN	1
OBJETIVOS	3
OBJETIVO GENERAL	3
OBJETIVOS ESPECÍFICOS	3
1. CAPÍTULO I: MARCO TEÓRICO Y ESTADO DEL ARTE	4
1.1. TRÁNSITO DE AVENIDAS Y MODELO FÍSICO DE MUSKINGUM	4
1.2. MODELOS BASADOS EN DATOS E INTELIGENCIA ARTIFICIAL	7
1.3. MODELOS HÍBRIDOS PARA LA PROPAGACIÓN DE CRECIDAS	8
1.4. ESTADO DEL ARTE	8
2. CAPÍTULO II: PROCESAMIENTO DE LA INFORMACIÓN EXISTENTE	20
2.1. ÁREA DE ESTUDIO	20
2.2. ESTACIONES EXISTENTES	20
2.3. CURVA DE DESCARGA	23
2.4. DEPURACIÓN DE DATOS	25
2.5. OBTENCIÓN DE HIDROGRAMAS	26
2.6. FILTRO DE DATOS SAVITZKY – GOLAY	28
2.7. EMPAREJAMIENTO DE LOS EVENTOS	32
3. CAPÍTULO III: IMPLEMENTACIÓN DEL MODELO HÍBRIDO DE MUSKINGUM	33
3.1. PREPROCESAMIENTO, CONTROL DE CALIDAD Y CLASIFICACIÓN DE EVENTOS	33
3.2. DIVISIÓN DEL CONJUNTO DE EVENTOS PARA ENTRENAMIENTO Y PRUEBA	39
3.3. FORMULACIÓN DEL MODELO Y DISCRETIZACIÓN TEMPORAL DEL RUTEO HIDROLÓGICO	40
3.3.1. <i>Muskingum no lineal</i>	41
3.3.2. <i>Método de ruteo</i>	42
3.3.3. <i>Discretización temporal</i>	42
3.3.4. <i>Resolución del modelo</i>	43
3.3.5. <i>Algoritmo de Optimización por Enjambre de Partículas (PSO)</i>	44

3.3.6.	<i>Algoritmo Genético (GA)</i>	45
3.4.	MÉTRICAS DE ERROR: FUNCIÓN OBJETIVO Y COMPLEMENTARIAS	46
3.4.1.	<i>Eficiencia de Kling-Gupta (KGE)</i>	46
3.4.2.	<i>Eficiencia de Nash Sutcliffe (NSE)</i>	47
3.4.3.	<i>Índice de Varianza (Varex Q)</i>	47
3.4.4.	<i>Raíz del Error Cuadrático Medio (RMSE)</i>	47
3.4.5.	<i>Error del caudal al pico</i>	47
3.4.6.	<i>Error del tiempo al pico</i>	48
3.4.7.	<i>Sesgo Porcentual (PBIAS)</i>	48
3.4.8.	<i>RMSE relativo al núcleo del pico</i>	49
3.4.9.	<i>Función objetivo (J)</i>	50
3.5.	IMPLEMENTACIÓN, JUSTIFICACIÓN Y CALIBRACIÓN DEL MODELO	51
CONCLUSIONES		56
REFERENCIAS		58

ÍNDICE DE FIGURAS

ILUSTRACIÓN 1-1: ALMACENAMIENTO POR PRISMA Y POR CUÑA EN EL TRAMO DE UN CANAL_____	5
ILUSTRACIÓN 1-2: COMPONENTES DE CAUDAL QUE APORTAN AL ALMACENAMIENTO EN UN TRAMO _____	7
ILUSTRACIÓN 1-3: HIDROGRAMA DE ENTRADA Y SALIDA PARA LA INUNDACIÓN DE WILSON (1974) – CALCULADO A PARTIR DE MÉTODOS DE ESTIMACIÓN _____	10
ILUSTRACIÓN 1-4: RESULTADOS DE LA APLICACIÓN DEL MODELO NLM5-AL EN SEIS PROBLEMAS ENRUTADOS____	13
ILUSTRACIÓN 1-5: RESULTADOS DE LOS HIDROGRAMAS ENRUTADOS Y OBSERVADOS CON Y SIN FLUJO LATERAL __	15
ILUSTRACIÓN 1-6: ALGORITMO PSO-GA HÍBRIDO_____	16
ILUSTRACIÓN 1-7: COMPARACIÓN ENTRE LOS HIDROGRAMAS SIMULADOS Y OBSERVADOS EN LAS ESTACIONES __	19
ILUSTRACIÓN 2-1: UBICACIÓN DE LAS ESTACIONES EN LA CUENCA DEL RIO YANUNCAY _____	21
ILUSTRACIÓN 2-2: MAPA DE COBERTURA DE LA CUENCA DEL RÍO YANUNCAY _____	22
ILUSTRACIÓN 2-3: VÍNCULO ENTRE VARIAS FORMAS DE CANALES SIMÉTRICOS Y LA ECUACIÓN DE DESCARGA ____	24
ILUSTRACIÓN 2-4: REGISTRO HISTÓRICO DE CAUDAL – ESTACIÓN YANUNCAY EN PUCÁN _____	26
ILUSTRACIÓN 2-5: REGISTRO HISTÓRICO DE CAUDAL – ESTACIÓN YANUNCAY AJ TARQUI _____	27
ILUSTRACIÓN 2-6: CORRELACIÓN ENTRE LA SEÑAL SINTÉTICA Y FILTRADA _____	29
ILUSTRACIÓN 2-7:REGISTRO HISTÓRICO DE CAUDAL “SUAVIZADO” – ESTACIÓN YANUNCAY EN PUCÁN_____	30
ILUSTRACIÓN 2-8: REGISTRO HISTÓRICO DE CAUDAL “SUAVIZADO” – ESTACIÓN YANUNCAY AJ TARQUI _____	30
ILUSTRACIÓN 2-9: RESULTADOS DEL FILTRADO SAVITZKY-GOLAY (SG) A EVENTOS DE CRECIDA_____	31
ILUSTRACIÓN 2-10: COMPONENTES DE UN HIDROGRAMA DE CAUDAL DURANTE UN EVENTO DE CRECIDA _____	32
ILUSTRACIÓN 3-1: RESULTADOS DE LA EVALUACIÓN DE LA CORRESPONDENCIA ENTRE EVENTOS HIDROLÓGICOS – GANANCIA DE CAUDAL_____	35
ILUSTRACIÓN 3-2: RESULTADOS DE LA EVALUACIÓN DE LA CORRESPONDENCIA ENTRE EVENTOS HIDROLÓGICOS – PÉRDIDA DE CAUDAL _____	36
ILUSTRACIÓN 3-3: DISTRIBUCIÓN DEL DESFASE TEMPORAL DE AMBAS CATEGORÍAS _____	38
ILUSTRACIÓN 3-4: RELACIÓN ENTRE EL DESFASE TEMPORAL Y EL CAUDAL PICO – AGUAS ARRIBA _____	38
ILUSTRACIÓN 3-5: DISTRIBUCIÓN DEL CAUDAL PICO DE ESCORRENTÍA DIRECTA – AGUAS ARRIBA_____	39
ILUSTRACIÓN 3-6: CLASIFICACIÓN DEL RÉGIMEN HIDROLÓGICO SEGÚN RELACIONES ADIMENSIONALES _____	40
ILUSTRACIÓN 3-7: ALMACENAMIENTO EN UN TRAMO DE UN CAUCE _____	42
ILUSTRACIÓN 3-8: DIAGRAMA DE FLUJO DE LA IMPLEMENTACIÓN DEL MODELO HÍBRIDO DE MUSKINGUM _____	52
ILUSTRACIÓN 3-9: RESULTADOS CATEGORÍA CON INFLUENCIA DE APORTE LATERAL _____	53
ILUSTRACIÓN 3-10: RESULTADOS CATEGORÍA SIN INFLUENCIA DE APORTE LATERAL _____	55

ÍNDICE DE TABLAS

TABLA 1-1: VARIANTES NO LINEALES DEL MODELO FÍSICO DE MUSKINGUM.....	6
TABLA 1-2: VARIANTES DEL MODELO FÍSICO DE MUSKINGUM.....	9
TABLA 1-3 ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS E INDICADORES DE CINCO MÉTODOS EN EL CASO.....	10
TABLA 1-4: COMPARACIÓN DE LOS RESULTADOS NL5-AL CON ESTUDIOS PREVIOS PARA EJEMPLOS 1 AL 6	11
TABLA 1-5: RESULTADOS DE LOS CRITERIOS DE EVALUACIÓN PARA EL ENRUTAMIENTO DE LAS INUNDACIONES	14
TABLA 1-6: COMPARACIÓN DE LOS RESULTADOS DE CADA CASO DE ESTUDIO	17
TABLA 1-7: RELACIÓN ENTRE GASTO MÁXIMO SIMULADO Y OBSERVADO, RESULTADO DE LA VALIDACIÓN EN LA ESTACIÓN PUCÁN	18
TABLA 1-8: RELACIÓN ENTRE EL GASTO MÁXIMO SIMULADO Y OBSERVADO, RESULTADO DE LA VALIDACIÓN EN LA ESTACIÓN BOMBEROS.....	18
TABLA 2-1: CARACTERÍSTICAS FISIGRÁFICAS DE LA CUENCA DEL RÍO YANUNCAY.....	20
TABLA 2-2: ESTACIONES HIDROMETEREOLÓGICAS UBICADAS EN LA CUENCA DEL RIO YANUNCAY.....	22
TABLA 2-3: PROPIEDADES DEL TRAMO ENTRE LAS ESTACIONES SELECCIONADAS	23
TABLA 2-4: ECUACIONES Y CURVAS DE DESCARGA UBICADAS EN LOS EXTREMOS DEL TRAMO DE ESTUDIO	24
TABLA 2-5: DISPONIBILIDAD ANUAL DE DATOS – ESTACIÓN YANUNCAY EN PUCÁN	27
TABLA 2-6: DISPONIBILIDAD ANUAL DE DATOS – ESTACIÓN YANUNCAY AJ TARQUI.....	28
TABLA 3-1: INDICADORES DE COMPARACIÓN ENTRE HIDROGRAMAS AGUAS ARRIBA Y AGUAS ABAJO	34
TABLA 3-2: RESUMEN DE LAS MÉTRICAS EVALUADAS, SUS RANGOS Y CORRESPONDIENTES VALORES ÓPTIMOS	50
TABLA 3-3: RESUMEN DE PARÁMETROS OPTIMIZADOS PARA LA CATEGORÍA CON INFLUENCIA DE APORTE LATERAL ..	53
TABLA 3-4: RESUMEN DE MÉTRICAS PARA LA CATEGORÍA CON INFLUENCIA DE APORTE LATERAL	54
TABLA 3-5: RESUMEN DE PARÁMETROS OPTIMIZADOS PARA LA CATEGORÍA CON INFLUENCIA DE APORTE LATERAL ...	55
TABLA 3-6: RESUMEN DE MÉTRICAS PARA LA CATEGORÍA SIN INFLUENCIA DEL APORTE LATERAL.....	56

INTRODUCCIÓN

La modelación hidrológica constituye una herramienta esencial para la comprensión y gestión de los recursos hídricos, especialmente en regiones donde la variabilidad climática y la complejidad geomorfológica condicionan significativamente el comportamiento de los caudales. En la región andina ecuatoriana, las cuencas de montaña presentan características particulares derivadas de su topografía abrupta, suelos de alta heterogeneidad y regímenes de precipitación altamente variables (Muñoz *et al.*, 2018). Estas condiciones generan episodios de lluvias intensas que provocan crecidas súbitas y potenciales inundaciones con impactos severos sobre la población, las infraestructuras y los ecosistemas locales (Arias *et al.*, 2021).

La ciudad de Cuenca, ubicada en la región Andina, es especialmente vulnerable a estos eventos debido a su localización geográfica y al crecimiento urbano en zonas cercanas a los cauces fluviales. Contar con modelos predictivos precisos y eficientes resulta fundamental para anticipar los picos de caudal, reducir los riesgos asociados a las inundaciones y apoyar la toma de decisiones en la planificación territorial.

El presente estudio propone el desarrollo y validación de un modelo híbrido de propagación de crecidas en un tramo de la cuenca del río Yanuncay. Este enfoque de modelación es aquel que combina métodos basados en la física con técnicas de aprendizaje automático o empíricas, con el objetivo de aprovechar las ventajas de ambos tipos de modelos. En este caso el fundamento físico del método de Muskingum con la capacidad predictiva de algoritmos de machine learning representan una oportunidad para mejorar la precisión empleando menores recursos computacionales (Moradi *et al.*, 2023).

PROBLEMÁTICA Y JUSTIFICACIÓN

En el contexto de la región Andina, los ríos de montaña presentan una complejidad intrínseca debido a sus condiciones hidro-meteorológicas. Estas áreas están caracterizadas por cuencas montañosas con variabilidad espacial y temporal de las precipitaciones, la topografía y las características de la humedad del suelo (Muñoz *et al.*, 2018). Las condiciones hidro-meteorológicas complejas generan episodios frecuentes y localizados de lluvias intensas (Muñoz *et al.*, 2016; Arias *et al.*, 2021) que tienen un impacto directo en los eventos de crecidas. Estos eventos tienen consecuencias

devastadoras para las ciudades e infraestructuras en regiones montañosas debido a su rápida propagación.

Los eventos extremos en una cuenca suelen estar asociados a precipitaciones de gran magnitud que ocurren en épocas específicas del año. En este contexto, contar con equipos de monitoreo y con una base de datos que registre los niveles y caudales en determinados tramos de un río resulta fundamental para la calibración y validación de modelos de propagación de crecidas. Asimismo, disponer de registros históricos confiables permite estimar periodos de retorno, definir escenarios de riesgo y respaldar la toma de decisiones en la gestión de recursos hídricos y en la prevención de desastres. En la ciudad de Cuenca, se dispone de una base de datos con registros históricos del nivel del río Yanuncay, proporcionados por la Empresa Pública Municipal de Telecomunicaciones, Agua Potable, Saneamiento y Gestión Ambiental (ETAPA EP), los cuales pueden procesarse para generar hidrogramas que brinden información de interés técnico y científico.

La predicción y modelación de crecidas ha evolucionado hacia el uso de modelos hidrológicos e hidráulicos integrados con técnicas de inteligencia artificial y datos de teledetección (Emerton *et al.*, 2016; Annis & Nardi, 2021). Sin embargo, los modelos hidrodinámicos detallados presentan una alta demanda computacional que limita su aplicación en tiempo real (Sun *et al.*, 2019), mientras que los modelos puramente basados en machine learning enfrentan problemas de generalización cuando se aplican a diferentes cuencas (Antwi-Agyakwa *et al.*, 2023). Un modelo hidráulico híbrido es un enfoque de modelación que combina métodos basados en la física con técnicas de aprendizaje automático o empíricas, con el objetivo de aprovechar las ventajas de ambos tipos de modelos. En este caso el fundamento físico del método de Muskingum con la capacidad predictiva de algoritmos de machine learning representan una oportunidad para mejorar la precisión y eficiencia en la propagación de ondas de crecida (Moradi *et al.*, 2023).

La integración de modelos híbridos aprovecha la robustez de los métodos estadísticos tradicionales y la capacidad de aprendizaje adaptativo de las técnicas modernas, promoviendo soluciones más precisas y adaptables. El modelo físico de Muskingum permite mejorar la interpretación de datos históricos, así como facilitar la incorporación de variables adicionales. A su vez, los algoritmos de machine learning potencian la capacidad predictiva y contribuyen a la optimización del procesamiento de la

información, permitiendo obtener resultados con mayor eficiencia y en menores tiempos de operación (KATIPOĞLU, 2022; Moradi *et al.*, 2023).

Objetivos

Objetivo general

Ajustar y validar un modelo híbrido de propagación de crecidas en un tramo de la cuenca del río Yanuncay, integrando técnicas de machine learning y el modelo físico no lineal de Muskingum, para reproducir hidrogramas de eventos de crecida.

Objetivos específicos

- Depurar, procesar y aplicar técnicas de tratamiento de señales a registros históricos de medición de caudal.
- Implementar y entrenar un modelo híbrido aplicando técnicas de machine learning y Muskingum no lineal, para determinar parámetros óptimos a partir de una fracción representativa de los datos históricos procesados.
- Evaluar el modelo híbrido entrenado comparando caudales observados y estimados mediante métricas estadísticas para validar su fiabilidad.

1. CAPÍTULO I: MARCO TEÓRICO Y ESTADO DEL ARTE

1.1. Tránsito de Avenidas y Modelo físico de Muskingum

Para un sistema hidrológico, Chow & Maidment (1998) indican que la entrada $I(t)$, la salida $O(t)$ y el almacenamiento $S(t)$ se relacionan por la ecuación de continuidad (Ecuación 1).

$$\frac{dS}{dt} = I(t) - O(t)$$

Ecuación 1

Donde:

$I(t)$ = Hidrograma de entrada [L^3/T]

$O(t)$ = Hidrograma de salida [L^3/T]

A partir de la ecuación de la continuidad es posible definir una relación caudal-almacenamiento, dando paso posteriormente al estudio del tránsito de avenidas. El tránsito de avenidas se define como el cambio en la forma de un hidrograma a medida que la onda de crecida se desplaza a lo largo del cauce de un río, afectada por los procesos de almacenamiento, fricción y morfología fluvial (Lee *et al.*, 2018). Entre los métodos más empleados para este análisis se encuentra el modelo de Muskingum (Ecuación 2), que describe la relación entre el caudal de entrada, el caudal de salida y el almacenamiento en un tramo del río (Arriola *et al.*, 2021).

$$S = K[X * I + (1 - X) * O]$$

Ecuación 2

Donde:

S = Almacenamiento en el tramo [L^3]

K = Coeficiente de proporcionalidad [T]

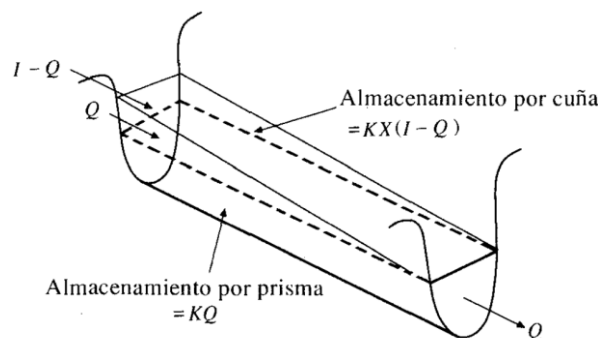
X = Factor de ponderación espacial [ad.]

$I =$ Caudal de entrada [L^3T^{-1}]

$O =$ Caudal de salida [L^3T^{-1}]

En la Ilustración 1-1 se muestra el modelo clásico de Muskingum, el cual plantea que el almacenamiento total (S) en el tramo fluvial es una combinación entre el almacenamiento en prisma, proporcional al caudal de salida, y el almacenamiento en cuña dependiente de la diferencia entre los caudales de entrada y salida. El coeficiente de proporcionalidad (K) se interpreta físicamente como el tiempo de viaje de la onda entre los puntos de aforo, el cual depende de la geometría, la rugosidad y otras características hidráulicas del canal (Atashi *et al.*, 2023). El factor de ponderación del tramo (X) es la proporción del flujo que entra en el tramo desde la sección aguas arriba, con valores que oscilan entre 0 y 0,3 para los cauces fluviales y 0 y 0,5 para el almacenamiento de embalse (Atashi *et al.*, 2023; Kadhar *et al.*, 2022).

Ilustración 1-1: Almacenamiento por prisma y por cuña en el tramo de un canal



Fuente: Chow & Maidment (1998).

Posteriormente, el modelo fue ampliado hacia variantes no lineales que permiten captar con mayor precisión la dinámica de las ondas de crecida, especialmente en condiciones de caudales elevados o en presencia de aportes laterales (Bozorg Haddad *et al.*, 2015). En casos en donde exista una relación de no linealidad entre el almacenamiento y el caudal, utilizar la variante lineal del modelo físico de Muskingum (Ecuación 2) puede introducir errores (Papamichail & Georgiou, 1994). En estos casos se puede emplear variantes no lineales como las que se muestran en la Tabla 1-1.

Tabla 1-1: Variantes no lineales del modelo físico de Muskingum

Variante del modelo de Muskingum		Autor
$S = K[XI^\alpha + (1 - X)O^\alpha]$	Ecuación 3	Gill, Tung
$S = K[XI^{\alpha_1} + (1 - X)O^{\alpha_2}]$	Ecuación 4	Papamichail & Georgiou
$S = K[XI + (1 - X)O]^\beta$	Ecuación 5	Yoon & Padmanabhan

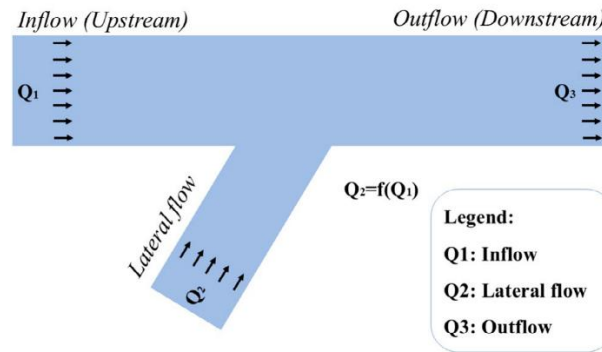
Fuente: Adaptado de Papamichail & Georgiou (1994).

Estas versiones mejoradas ofrecen una calibración más flexible de los parámetros, permitiendo incorporar dependencias funcionales complejas entre los caudales y el almacenamiento. No obstante, el método presenta limitaciones, como la alta sensibilidad a los parámetros calibrados y la pérdida de precisión ante datos hidrométricos incompletos o de baja resolución (Akbari & HeReyhanehssami-Kermani, 2022).

En ciertos casos, los tramos de estudio presentan múltiples afluentes que confluyen al cauce principal a lo largo de su recorrido, configurando una red de canales con diferentes longitudes y capacidades de descarga. Bajo estas condiciones, el proceso de enrutamiento hidrológico mediante el modelo de Muskingum puede abordarse mediante la transformación de las entradas múltiples en una única entrada equivalente (Choudhury *et al.*, 2002). De esta manera, se preserva la estructura conceptual de entrada única propia de la formulación básica del modelo de Muskingum (Choudhury *et al.*, 2002).

Existen diversas formulaciones para incorporar el aporte de caudal lateral en la ecuación del modelo de Muskingum. En una red compuesta por varios canales, cada uno con estaciones de medición que registran las entradas al tramo fluvial, dichas contribuciones generan finalmente un caudal de salida observado. En este contexto, el caudal equivalente en un punto de la cuenca puede definirse como la suma de las aportaciones equivalentes asociadas a todas las entradas independientes registradas en el tramo analizado (ver Ilustración 1-2).

Ilustración 1-2: Componentes de caudal que aportan al almacenamiento en un tramo



Fuente: Anaraki & Farzin (2025).

Entre las formulaciones más empleadas para representar el aporte de caudal lateral se encuentran: la suma explícita de las contribuciones laterales aforadas a lo largo del tramo y la incorporación de un parámetro que exprese el caudal lateral como una fracción del caudal de entrada registrado. La segunda opción resulta de gran utilidad cuando no se dispone de registros de aforo en los puntos de descarga del tramo analizado. A continuación, la Ecuación 6 considera la entrada lateral en una relación lineal entre la entrada en el extremo aguas arriba y la salida en el extremo aguas abajo.

$$S = K[(1 + m)XI + (1 - X)O]$$

Ecuación 6

Donde m es un parámetro adimensional que contabiliza la entrada lateral.

1.2. Modelos Basados en Datos e Inteligencia Artificial

El desarrollo de modelos hidrológicos ha evolucionado notablemente con la incorporación de técnicas de aprendizaje automático (machine learning) y aprendizaje profundo (deep learning), que permiten procesar grandes volúmenes de información y detectar patrones no lineales difíciles de identificar mediante métodos tradicionales (Hayder *et al.*, 2023). Estas herramientas han demostrado su eficacia en la predicción de caudales y el pronóstico de inundaciones, al reducir métricas de error como la Raíz del Error Cuadrático Medio (RMSE) el Error Absoluto Medio (MAE) y la Eficiencia de Nash-Sutcliffe (NSE) (Widiasari & Efendi, 2024).

Entre los algoritmos más utilizados en la optimización de parámetros hidrológicos destacan la Optimización por Enjambre de Partículas (PSO) y el Algoritmo Genético (GA). Ambos métodos emulan procesos naturales; el comportamiento colectivo en el caso de PSO y la evolución biológica en el caso de GA para ajustar de forma iterativa los parámetros del modelo y minimizar los errores de predicción. La combinación de estos algoritmos con modelos hidrológicos físicos como Muskingum ha demostrado un aumento significativo en la precisión de los resultados y una mayor capacidad de generalización (KATİPOĞLU, 2022).

1.3. Modelos Híbridos para la Propagación de Crecidas

Los modelos híbridos surgen como una respuesta a las limitaciones de los enfoques puramente físicos o puramente empíricos. Estos modelos combinan la base conceptual y la interpretación física de los métodos hidrológicos tradicionales con la flexibilidad y capacidad de aprendizaje de las técnicas de inteligencia artificial (Moradi *et al.*, 2023). El enfoque híbrido permite reducir la demanda computacional de los modelos hidrodinámicos detallados (Sun *et al.*, 2019) y superar los problemas de generalización de los modelos de machine learning cuando se aplican a cuencas diferentes (Antwi-Agyakwa *et al.*, 2023).

Este tipo de integración aprovecha la robustez de los métodos estadísticos clásicos, como el modelo físico de Muskingum, y la capacidad adaptativa de los algoritmos modernos. En consecuencia, los modelos híbridos ofrecen soluciones más precisas, eficientes y adaptables a distintas condiciones hidrológicas y geomorfológicas.

1.4. Estado del arte

El modelo de Muskingum es un método ampliamente utilizado por investigadores e ingenieros hidrológicos, debido a su simplicidad y facilidad de uso, pues este método realiza predicciones con menos tipos de datos que los métodos hidráulicos tradicionales (Barati, 2013 citado en Haiati *et al.*, 2025). La

Tabla 1-2 muestra las variantes del modelo físico de Muskingum introducidas al campo de la investigación por diversos autores que buscan mejorar la precisión en los resultados obtenidos al aumentar el número de parámetros o variables a optimizar en cada uno de los modelos.

Tabla 1-2: Variantes del modelo físico de Muskingum

Modelo de Muskingum	Tipo	Referencias	Ecuación	Variables
Modelo de Muskingum lineal (LMM)	LMM	McCarthy (1938)	$S = K(XI + (1 - X)O)$	K, X
Modelo De Muskingum no lineal (NLMM)	NLMM1	Chow Ven (1959)	$S = K(XI^\alpha + (1 - X)O^\alpha)$	K, X, α
	NLMM2	Gavilan and Houck (1985)	$S = K(XI^{\alpha_1} + (1 - X)O^{\alpha_2})$	K, X, α_1, α_2
	NLMM3	Gill (1978)	$S = K(XI + (1 - X)O)^\beta$	K, X, β
	NLMM4	Easa (2013)	$S = K(XI^\alpha + (1 - X)O^\alpha)^\beta$	K, X, α, β
	NLMM5	Haddad <i>et al.</i> (2015)	$S = K[X(C_1I^{\alpha_1}) + (1 - X)(C_2O^{\alpha_2})]^\beta$	K, X, $C_1, C_2, \alpha_1, \alpha_2, \beta$
	NLMM6	Khalifeh <i>et al.</i> (2021)	$S = K\theta[X(C_1I^{\alpha_1}) + (1 - X)(C_2O^{\alpha_2})]^\beta$	K, X, $C_1, C_2, \alpha_1, \alpha_2, \beta, \theta$
Modelo De Muskingum no lineal con flujo lateral (NLMM-L)	LMM-L	O'donnell (1985)	$S = K((1 + m)I + (1 - X)O)$	K, X, m
	NLMM3-L	Karahan (2014)	$S = K(X(1 + m)I + (1 - X)O)^\beta$	K, X, m, β
	NLMM4-L	Zhang <i>et al.</i> (2016)	$S = K(X(1 + m)I^\alpha + (1 - X)O^\alpha)^\beta$	K, X, m, α, β
	NLMM5-L	Moradi <i>et al.</i> (2023)	$S = K[X(C_1I^{\alpha_1}) + QLAT + (1 - X)(C_2O^{\alpha_2})]^\beta$	K, X, $C_1, C_2, \alpha_1, \alpha_2, \beta, w_1, w_2$
Parámetro de la variable no lineal del modelo de Muskingum no lineal (NVPNLM)	NVPNLMM3-L	Zhang <i>et al.</i> (2016)	$S = K(X(1 + m)I + (1 - X)O)^{\beta t}$	K, X, m, β_t
	NVPNLMM4-L	Easa (2013)	$S = K(X(1 + m)I^\alpha + (1 - X)O^\alpha)^{\beta t}$	K, X, α, m, β_t
	NVPNLMM4	Akbari <i>et al.</i> (2020)	$S = K_t(X_tI^{\alpha t} + (1 - X_t)O^{\alpha t})^{\beta t}$	$K_t, X_t, \alpha_t, \beta_t$

Fuente: Adaptado de Haiati *et al.*, (2025).

Inicialmente el modelo de Muskingum se aplicaba utilizando procedimientos convencionales para determinar los valores de las incógnitas a partir de un método gráfico o de prueba y error (Chu, 2009). Los métodos basados en prueba y error son propensos a interpretaciones y estimaciones subjetivas. El conjunto difuso y la lógica difusa se basan en la lógica booleana tradicional, Chu (2009) menciona:

Un sistema de reglas difusas se define como el conjunto de reglas que consiste en un conjunto de variables de entrada o premisas en forma de conjuntos difusos con función de pertenencia, y un conjunto de consecuencias también en forma de conjunto difuso (p. 372).

Jang, (1993) propone la técnica de Sistema de Aprendizaje Neuro Adaptativo (ANFIS), que proporciona un método para que el procedimiento de modelado difuso obtenga información sobre un conjunto de datos. Ahora bien, mediante un procedimiento de aprendizaje híbrido, el ANFIS propuesto puede construir una correspondencia de entrada – salida basado tanto en conocimiento humano como en pares de datos estipulados (Chu, 2009).

Los resultados obtenidos se analizan en la Tabla 1-3 con la información de la inundación de Wilson (1974) en donde se comparan los caudales de entrada y salida observados, con

los enrutados a partir de las diferentes metodologías, aplicadas para la determinación de los parámetros del modelo físico.

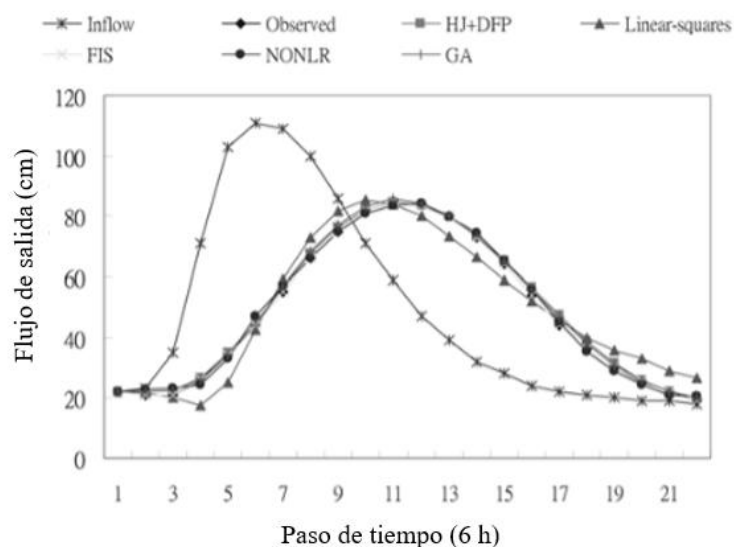
Tabla 1-3 Estimación de parámetros e indicadores de cinco métodos en el caso

Método	K	X	m	CE	EQ _P	ET _P
Cuadrados lineales	0.010	0.250	-	0.94496	0.00471	-1
NONLR	0.060	0.270	2.360	0.99645	-0.00824	1
HJ+DFP	0.0764	0.2677	1.8978	0.99608	-0.00588	0
GA	0.1033	0.2813	1.882	0.99687	0.00824	0
FIS	-	-	-	0.99959	0.00470	0

Fuente: Adaptado de Chu (2009).

Los resultados se representan gráficamente en la Ilustración 1-3 en donde se pueden observar los valores del hidrograma de salida calculado por seis metodologías distintas: Regresión de Mínimos Cuadrados No Lineal (NONLR), el Algoritmo Genético (GA), Redes Neuronales (RNA), Huang – Jow + Davidson – Fletcher – Powell (HJ+DFP), Mínimos Cuadrados Lineales (Linear – squares) y Fuzzy Inference System (FIS).

Ilustración 1-3: Hidrograma de entrada y salida para la inundación de Wilson (1974) – calculado a partir de métodos de estimación



Fuente: Adaptado de Chu (2009).

Las técnicas de modelación híbrida hidrológica comúnmente se aplican utilizando el método de Muskingum debido a que resulta la técnica más eficiente considerando costo y tiempo. En su investigación Moradi *et al.*, (2023a) utilizó la metodología anteriormente descrita para seis (6) casos de estudio aplicado a tramos de distintos ríos. Se empleó la quinta variante del modelo presentado por Bozorg Haddad *et al.*, (2015) en conjunto con el algoritmo de optimización de tropas de gorilas artificiales. El algoritmo se empleó para resolver un problema de optimización, basado en una función objetivo que se define como la minimización de los errores al cuadrado entre el caudal de salida observado y el caudal de salida enrutado en el tramo del río (Moradi *et al.*, 2023).

De esta manera se obtuvieron los resultados que se presentan en la Tabla 1-4, en donde se observan los valores de la suma media de las desviaciones cuadradas (SSQ) entre la medida del caudal de salida observado y el enrutado. Se procede a comparar el SSQ determinado por varios autores en cada uno de los seis casos de estudios analizados. El sexto caso de estudio no presenta investigación previa, siendo esta la primera en realizarse.

Tabla 1-4: Comparación de los resultados NL5-AL con estudios previos para ejemplos 1 al 6

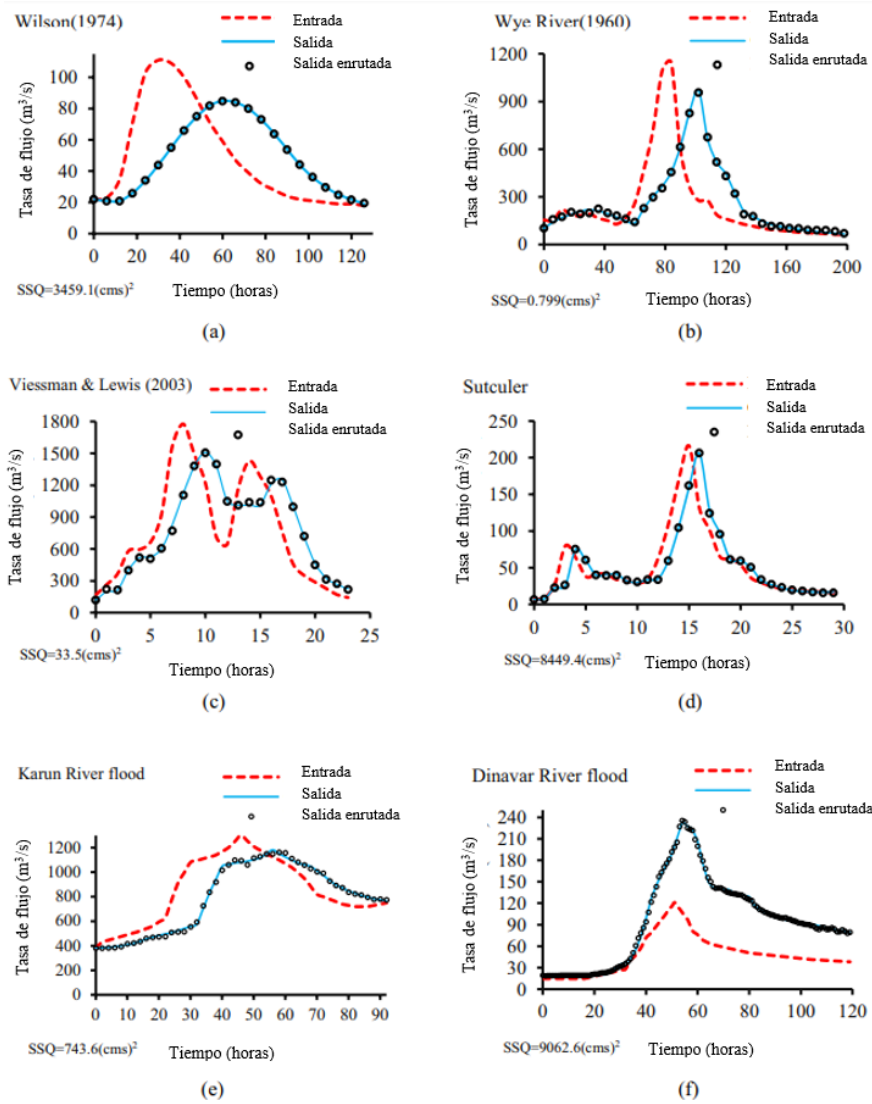
Conjunto de datos	Investigadores	SSQ [m ³ /s] ²
Wilson	(Akabari <i>et al.</i> , 2020)	1.092
	(Ayvaz and Guararlan, 2017)	1.92
	(Farahani <i>et al.</i> , 2019)	5.124
	(Lee, 2021)	4.11
	(Lu <i>et al.</i> , 2021a)	17.55
	(Niazkar and Afzali, 2017)	4.04
	(Vatankhah, 2021)	39.8
	(Bozorg-Haddad <i>et al.</i> , 2020)	0.65
	(Karahhan <i>et al.</i> , 2015)	9.82
	Moradi <i>et al.</i> , (2023a)	0.799
Inundación del río Wye	(Bozorg-Haddad <i>et al.</i> , 2020)	19953
	(Vatankhah, 2021)	18363
	(Karahhan <i>et al.</i> , 2015)	25915.27
	(Lee, 2021)	18816.99

	(Akabari <i>et al.</i> , 2020)	9654.5
	(Akabari and Hessami-Kermani, 2022)	3733
	(Ayvaz and Guararslan, 2017)	5038.8
	(Farahani <i>et al.</i> , 2019)	17121.2
	Moradi <i>et al.</i> , (2023a)	3459.09
	(Vatankhah, 2021)	65324
Viessman and Lewis	(Bozorg-Haddad <i>et al.</i> , 2020)	28855
	(Lu <i>et al.</i> , 2021a)	71708
	Moradi <i>et al.</i> , (2023a)	8449
	(Karahani <i>et al.</i> , 2015)	281.11
Inundación de Sutculer	(Lee, 2021)	217.73
	Moradi <i>et al.</i> , (2023a)	33.50
	(Akabari <i>et al.</i> , 2020)	11792
Inundación del río Karun	Moradi <i>et al.</i> , (2023a)	9062.64
Inundación del río Dinavar	Moradi <i>et al.</i> , (2023a)	743.6

Fuente: Adaptado de Moradi *et al.*, (2023a).

De manera gráfica la Ilustración 1-4 presenta los resultados que se detallaron anteriormente. Se puede observar la comparación de los hidrogramas de entrada, salida observado y salida enrutado. Cabe mencionar que existe gran similitud entre los dos últimos hidrogramas mencionados, acorde a las métricas anteriormente descritas.

Ilustración 1-4: Resultados de la aplicación del modelo NLM5-AL en seis problemas enrutados



Fuente: Adaptado de Moradi et al., (2023a).

En el estudio realizado por Anaraki & Farzin (2025) se utilizó la técnica de integración de los modelos de enrutamiento de inundaciones y el Algoritmo de Optimización del Calamar de Humboldt (HSOA), el Algoritmo de Optimización de Piña (PCOA) y una combinación de ambos con GBO para el enrutamiento de inundaciones en cuatro diferentes casos de estudio. Para llevar a cabo este proceso se utilizó la séptima variante del modelo de Muskingum no lineal, considerada como una de las más precisas. Además, para este caso se incorpora a la ecuación NLM7 el componente de flujo lateral como función del flujo de entrada al canal para representar los procesos de escorrentía superficial que ingresa al tramo de río.

La Tabla 1-5 muestra los resultados para los cuatro casos de estudio analizados con la aplicación de los algoritmos de HSOA-GBO y PCOA-GBO considerando la variante del número siete (7) del modelo no lineal de Muskingum con flujo lateral (Aqlat) y sin flujo lateral.

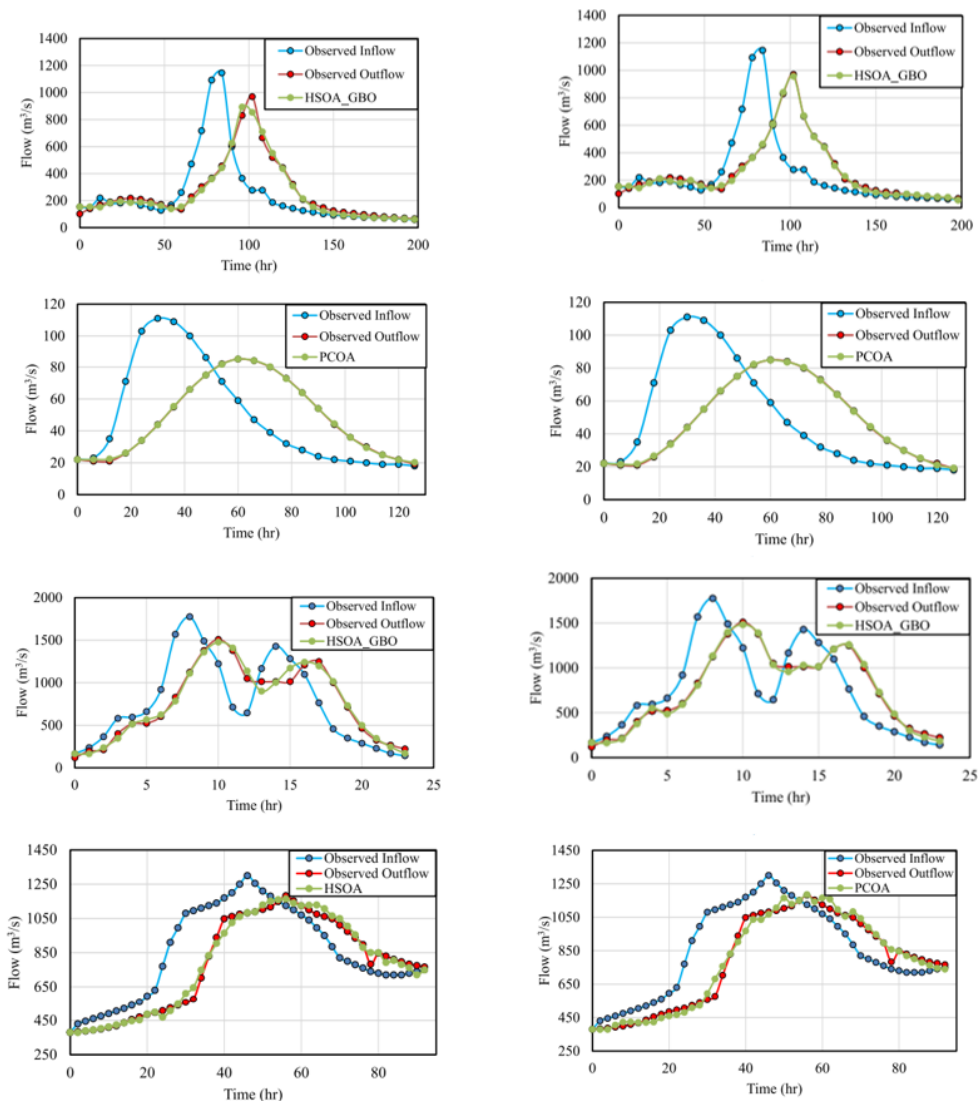
Tabla 1-5: Resultados de los criterios de evaluación para el enrutamiento de las inundaciones

Evento	Algoritmo	SSQ _{min} [m ³ /s ²]	SSQ _{min} [m ³ /s ²]	SAD [m ³ /s ²]	EP	ETP [h]	MARE	V _{arex}	d	SSQ _{min} [m ³ /s ²]	SSQ _{min} [m ³ /s ²]
Karahun	HSOA_GBO	9710.92	30,836.59	736.33	0.08	1.00	0.10	98.14	1.00	3,933.06	32,113.89
	PCOA_GBO	14,088.34	30,864.93	738.06	0.08	1.00	0.11	98.13	1.00	31650.15	31513.90
	HSOA_GBO (NLM7_Aqlat)	4079.43	443.55	0.01	0.00	0.08	99.41	1.00	44,836.12	41,307.32	4079.43
Wilson	PCOA_GBO (NLM7_Aqlat)	591.23	484.91	0.06	0.00	0.08	99.15	1.00	25,973.57	26,699.51	3498.60
	HSOA_GBO	4.59	5.44	6.69	0.00	0.00	0.01	99.96	1.00	8.94	5.87
	PCOA_GBO	4.77	5.44	6.69	0.00	0.00	0.01	99.96	1.00	5.54	5.51
Viessman-Lewis	HSOA_GBO (NLM7_Aqlat)	8.59	7.52	0.00	0.00	99.96	0.01	1.00	303.44	272.63	237.63
	PCOA_GBO (NLM7_Aqlat)	0.10	7.66	0.00	0.00	99.96	0.01	1.00	125.84	118.40	91.78
	HSOA_GBO	68,324.83	978.39	0.02	0.00	0.08	98.43	1.00	76,286.20	71,766.76	24,593.56
Karun	PCOA_GBO	68,347.36	983.40	0.02	0.00	0.08	98.43	1.00	76,286.20	70,259.21	498.43
	HSOA_GBO (NLM7_Aqlat)	17,038.47	545.61	0.02	0.00	0.06	99.61	1.00	82,647.34	80,330.64	28,728.53
	PCOA_GBO (NLM7_Aqlat)	20,712.76	573.33	0.01	0.00	0.06	99.52	1.00	48,581.64	48,100.23	10,399.45
Karun	HSOA_GBO	73,062.38	1176.78	1176.78	0.01	0.03	97.92	0.99	87,415.77	89,093.99	9055.47
	PCOA_GBO	73,176.24	1178.36	1178.36	0.00	0.03	97.92	0.99	80,653.72	81,842.37	2963.91
	HSOA_GBO (NLM7_Aqlat)	46,254.26	1064.20	0.02	2.00	0.03	98.69	1.00	79,557.03	80,731.30	9331.53
Karun	PCOA_GBO (NLM7_Aqlat)	49,363.58	1143.22	0.02	1.00	0.03	98.60	1.00	64,788.96	64,043.55	5194.24

Fuente: Adaptado de Anaraki & Farzin (2025).

La Ilustración 1-5 muestra los resultados obtenidos al implementar el modelo híbrido de la variante NLM7 con el algoritmo de optimización HSOA combinado con GBO (HSOA-GBO). Los resultados muestran una buena estimación del hidrograma enrutado en comparación con el hidrograma de salida observado. A la izquierda se visualizan los resultados sin considerar el flujo lateral y a la derecha considerando este componente en la ecuación NLM7.

Ilustración 1-5: Resultados de los hidrogramas enrutados y observados con y sin flujo lateral



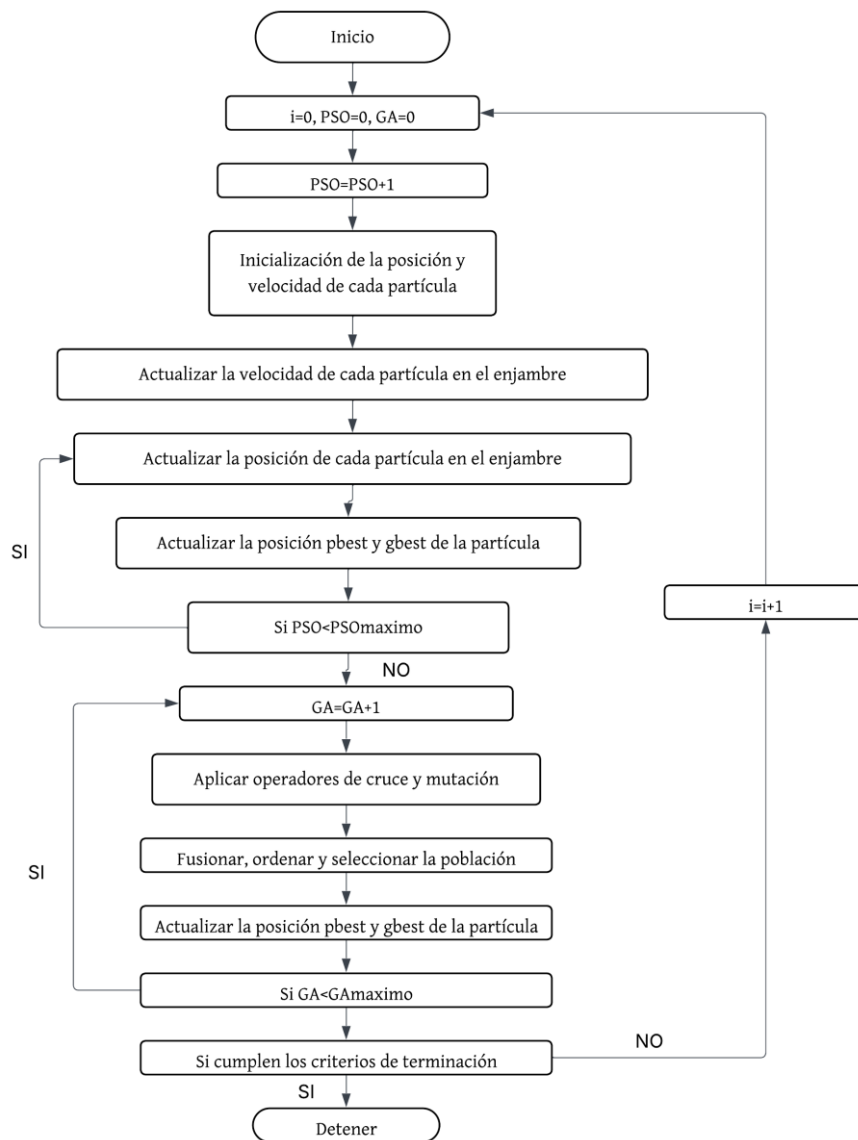
Fuente: Adaptado de Anaraki & Farzin (2025).

En el estudio realizado por Akbari & Hessami-Kermani (2022) utiliza la combinación de dos algoritmos; Optimización por Enjambre de Partículas (PSO) y Algoritmo Genético (GA), aplicado a tres casos de estudio: Wilson, O'Donnell y el río Karun. El desarrollo

de este nuevo algoritmo híbrido (PSO-GA) permite obtener las ventajas y disminuir las desventajas que presentan cada uno de estos de manera individual. El GA optimiza mediante el cruce y mutación, por otro lado, el PSO actualiza la posición y velocidad de las partículas basándose en su propia experiencia y en la mejor experiencia de la población (Akbari & HeReyhanehssami-Kermani, 2022).

La Ilustración 1-6 muestra el proceso llevado a cabo para implementar el algoritmo híbrido PSO-GA.

Ilustración 1-6: Algoritmo PSO-GA híbrido



Fuente: Adaptado de Akbari & HeReyhanehssami-Kermani (2022).

Como se mencionó, el proceso de enrutamiento se realizó en tres hidrogramas que fueron seleccionados para evaluar el desempeño de la Búsqueda Aleatoria o “*Random Search*” (RS). En cada caso, el periodo de inundación se divide en tres subregiones, cada uno de los flujos de entrada se selecciona aleatoriamente y se clasifica en una categoría independiente. Esta búsqueda de parámetros debe ser tal que la función objetivo SSQ se minimice. Los resultados de este proceso se pueden observar en la Tabla 1-6, donde se muestran los diferentes modelos con su correspondiente algoritmo y el valor de la función objetivo (SSQ).

Tabla 1-6: Comparación de los resultados de cada caso de estudio

Caso	Modelo	Algoritmo	SSQ [(m ³ /s) ²]
Inundación de Wilson	Easa (2013)	GA+GRG	24.881
	Moghaddam <i>et al.</i> (2016)	PSO	8.820
	Zhang <i>et al.</i> (2017)	RAGA	5.73
	Farahani <i>et al.</i> (2018)	Kidney	5.65
	Farahani <i>et al.</i> (2019)	Shark	5.124
	Niazkar & Afzali (2017)	MHBMO	4.043
	Kang & Zhou (2018)	Excel solver	2.272
	Akbari <i>et al.</i> (2020)	PSO-GA	1.0921
	Bozorg-Haddad <i>et al.</i> (2020)	Excel solver	0.65
	RS (Este estudio)	PSO-GA	0.6148
Inundación de O’Donnell	Easa (2013)	GA+GRG	35064
	Easa (2014)	GA+GRG	32299.2
	Moghaddam <i>et al.</i> (2016)	PSO	31099.5
	Farahani <i>et al.</i> (2018)	Kindeg	16121.2
	Farahani <i>et al.</i> (2019)	Shark	17121.2
	Kang & Zhou (2018)	Excel Solver	10368
	Akbari <i>et al.</i> (2020)	PSO-GA	9654.5
	Bozorg-Haddad <i>et al.</i> (2020)	Excel Solver	19953
	RS (Este estudio)	PSO-GA	3733.5
Río Karun	Bazargan & Norouzi (2018)	PSO	51301
	RS (Este estudio)	PSO-GA	2192.8

Fuente: Adaptado de Akbari & HeReyhanehssami-Kermani (2022).

El análisis de los resultados permite concluir que el algoritmo PSO-GA optimiza los parámetros de Muskingum con una alta tasa de convergencia y una precisión significativa

(Akbari & HeReyhanehssami-Kermani, 2022), lo cual resulta en la obtención del mejor set de parámetros con un costo mínimo de recursos computacionales.

Finalmente, el modelo lluvia–escorrentía implementado por Fernández de Córdova *et al.*, (2021) y aplicado a la cuenca del río Yanuncay, utilizó registros de precipitación y escurrimiento comprendidos entre 2014 y 2016. Se procedió a seleccionar eventos extremos que produjeron un gasto pico igual o superior a los 20 m³/s en la estación hidrométrica de Bomberos, ubicada en la parte baja de la cuenca. Se fijó el valor antes mencionado debido a que es un valor superior al promedio registrado en el río y por ende podrían generarse desbordamientos.

Como resultado, se seleccionaron 13 eventos de lluvia–escorrentía; 7 se emplearon para la estación de Pucán y 9 para la estación de Bomberos, y los restantes se utilizaron para el proceso de validación. Este último proceso consideró criterios tales como; que el caudal simulado sea igual o superior al observado y que el gasto pico se presente antes que el caudal observado. De esta manera se presentan los resultados de la estación Pucán en la Tabla 1-7.

Tabla 1-7: Relación entre gasto máximo simulado y observado, resultado de la validación en la estación Pucán

Eventos	Variable	Simulado	Observado	Diferencia %
(11-16) jun 2015	Gasto Pico (m ³ /s)	62,4	No hay registro en la estación	
	Tiempo Pico	14 jun 2015, 18:00		
(08-14) feb 2016	Gasto Pico (m ³ /s)	32,6	27,4	15%
	Tiempo Pico	11 feb 2016, 10:00	11 feb 2016, 10:00	-1h
(15-21) mar 2016	Gasto Pico (m ³ /s)	40,5	36	11%
	Tiempo Pico	18 jun 2016, 17:00	18 jun 2016, 17:00	-2h
(09-15) jun 2016	Gasto Pico (m ³ /s)	116,6	94,8	18%
	Tiempo Pico	12 jun 2016, 19:00	12 jun 2016, 21:00	-2h

Fuente: Tomado de Fernández de Córdova *et al.*, (2021).

De manera similar, los resultados para la estación Bomberos se presentan en la Tabla 1-8.

Tabla 1-8: Relación entre el gasto máximo simulado y observado, resultado de la validación en la estación Bomberos

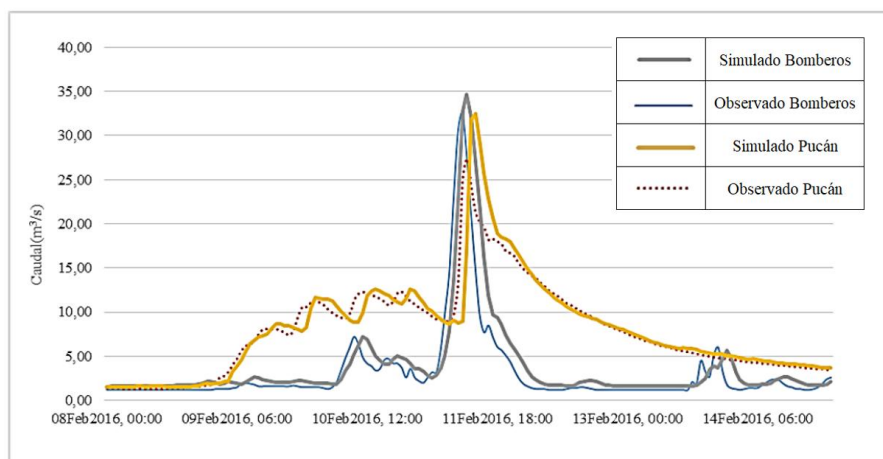
Eventos	Variable	Simulado	Observado	Diferencia
(11-16) jun 2015	Gasto Pico (m ³ /s)	60,7	56,1	4,6
	Tiempo Pico	14 jun 2015, 19:00	14 jun 2015, 20:00	-1h
(08-14) feb 2016	Gasto Pico (m ³ /s)	34,7	27,4	2,2
	Tiempo Pico	11 feb 2016, 11:00	11 feb 2016, 10:00	-2h

(15-21)	Gasto Pico (m ³ /s)	47,9	36	2,5	5%
mar 2016	Tiempo Pico	18 jun 2016, 17:00	18 jun 2016, 17:00	-2h	
(09-15)	Gasto Pico (m ³ /s)	121,1	94,8	2,9	2%
jun 2016	Tiempo Pico	12 jun 2016, 19:00	12 jun 2016, 21:00	-1h	

Fuente: Tomado de Fernández de Córdoba et al., (2021).

A partir de los resultados que se observan en la Ilustración 1-7 se puede concluir que los parámetros calibrados para representar los procesos hidrológicos que tienen lugar en la cuenca del río Yanuncay son aceptables. La diferencia entre los caudales máximos en la estación Pucán como promedio es menor al 15% y la estación Bomberos es aproximadamente un 5%. Además, el caudal pico en todos los casos se presenta antes, lo cual indica que ambos resultados están en total correspondencia con los criterios que se mencionaron anteriormente.

Ilustración 1-7: Comparación entre los hidrogramas simulados y observados en las estaciones



Fuente: Adaptado de Fernández de Córdoba et al., (2021).

Los resultados obtenidos permiten aproximar los patrones generales de respuesta hidrológica de la cuenca; sin embargo, su interpretación debe considerar la limitada cantidad de eventos analizados. Esta condición representa una restricción para alcanzar mayores niveles de precisión, debido a que reduce la capacidad del modelo para capturar la complejidad y variabilidad interna del sistema. En este sentido, si bien existen antecedentes metodológicos en otras áreas de estudio que integran modelos físicos y técnicas de optimización mediante aprendizaje automático, en la cuenca analizada todavía no se han desarrollado aplicaciones basadas en enfoques híbridos.

2. CAPÍTULO II: Procesamiento de la información existente

2.1. Área de estudio

El área de estudio se encuentra ubicada dentro del cantón Cuenca en la provincia del Azuay, al sur del Ecuador. La ciudad de Cuenca se encuentra atravesada por cuatro ríos importantes; Machángara, Tomebamba, Tarqui y Yanuncay. La cuenca del río Yanuncay forma parte de la cuenca del río Paute, el cual a su vez está dentro de la macro cuenca del río Santiago. La Tabla 2-1 presenta las características morfométricas y fisiográficas de la cuenca del río Yanuncay hasta su zona de cierra en la confluencia con el río Tarqui.

Tabla 2-1: Características fisiográficas de la cuenca del río Yanuncay

Propiedad	Unidad	Valor
Características geométricas		
Área	km ²	416
Perímetro	km	135.5
Características de relieve		
Pendiente media	%	20.8
Elevación media	m	3638.7
Pendiente media de la corriente principal	%	2.355
Forma de la cuenca		
Índice de Gravelius	-	1.86
Factor de forma	-	0.24
Sistema de drenaje		
Densidad de drenaje		
Extensión de la escorrentía superficial	km	0.14
Sinuosidad de las corrientes de agua	-	1.16

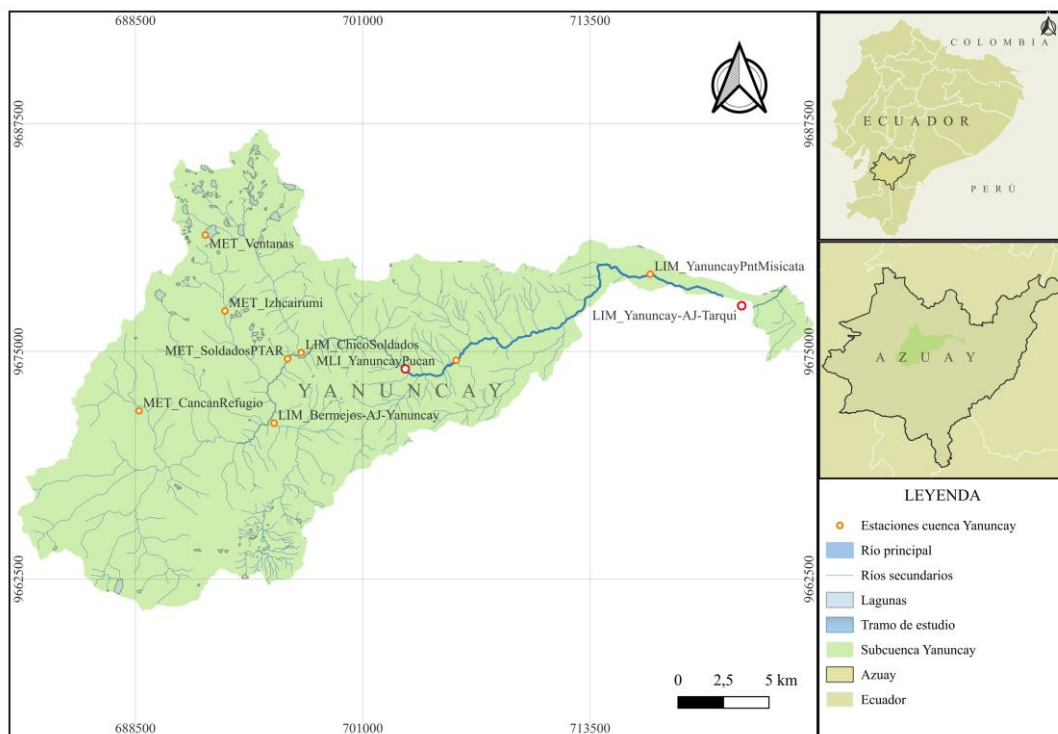
Fuente: Tomado de Fernández de Córdova et al., (2021).

2.2. Estaciones existentes

La base de datos corresponde a registros de nivel de lámina de agua obtenidos de estaciones limnimétricas administradas por ETAPA EP, ubicadas en puntos estratégicos del cauce principal del río Yanuncay, en el cantón Cuenca. Estas estaciones, integradas a una red de monitoreo hidrometeorológico (limnimétricas, meteorológicas o mixtas),

permiten el seguimiento del comportamiento hídrico, la gestión de recursos y la alerta temprana ante eventos extremos. En la cuenca del río Yanuncay se dispone de diez estaciones, distribuidas desde la cuenca media alta hasta la cuenca media baja urbana (ver Ilustración 2-1), con series de registro de entre dos (2) y diez (10) años que presentan interrupciones tanto puntuales como en periodos completos, y una frecuencia de medición de cinco minutos.

Ilustración 2-1: Ubicación de las estaciones en la cuenca del río Yanuncay



Fuente: Elaboración propia (2026) con base en datos de ETAPA EP, Subgerencia de Gestión Ambiental (s.f.).

Para el desarrollo del presente trabajo se seleccionaron dos estaciones hidrométricas del río Yanuncay. La estación Yanuncay en Pucán se localiza aguas arriba del tramo de análisis, en la cuenca media-alta, y corresponde a una estación de tipo limnigráfica y meteorológica, con un registro histórico de 3 años. La estación Yanuncay antes de la junta con el río Tarqui, Yanuncay AJ Tarqui, se ubica aguas abajo, en la zona urbana consolidada de la ciudad de Cuenca, próxima al tramo final del río antes de su confluencia con el Tarqui. Esta última corresponde a una estación limnigráfica y cuenta con 10 años

de registros. En la Tabla 2-2 se presenta el tipo de estación y las coordenadas UTM correspondientes a su ubicación.

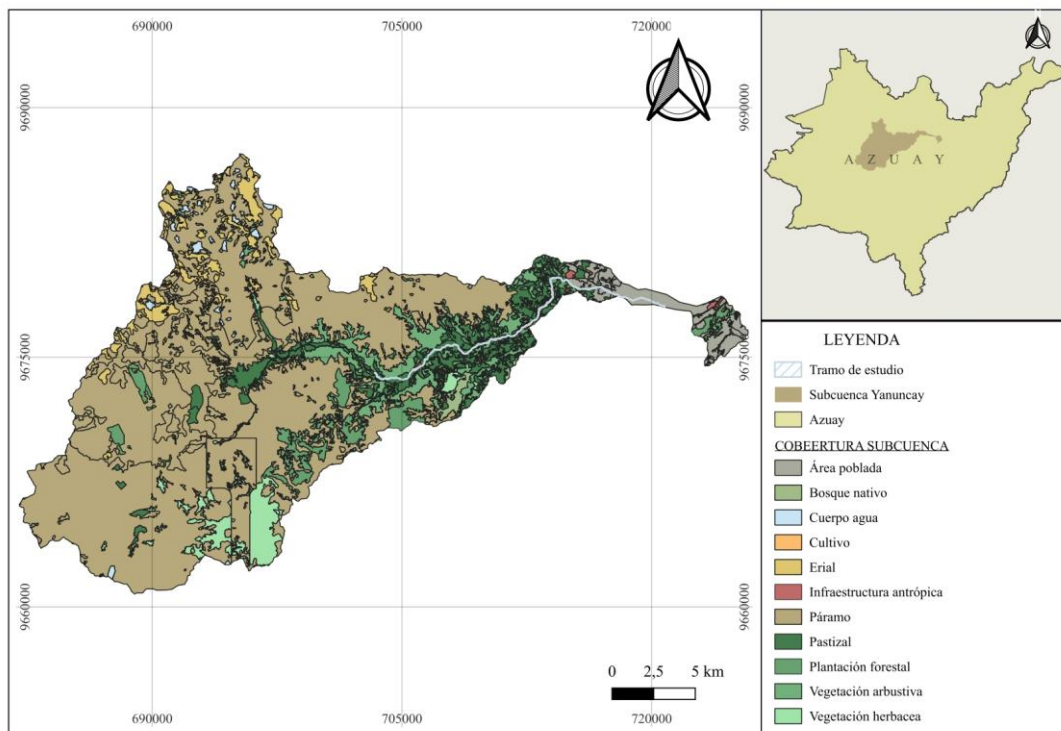
Tabla 2-2: Estaciones hidrometeorológicas ubicadas en la cuenca del río Yanuncay

Nombre	Tipo	X_UTM	Y_UTM
		[m]	[m]
Yanuncay en Pucán	Limnigráfica y Metereológica	703342.00	9674051.00
Yanuncay AJ Tarqui	Limnigráfica	721839.09	9677520.03

Fuente: Elaboración propia (2026) con base en datos de ETAPA EP, Subgerencia de Gestión Ambiental (s.f.).

La cobertura del suelo en la cuenca presenta una alta variabilidad espacial, abarcando desde páramo en la cuenca media alta hasta áreas urbanizadas en la cuenca media baja. En el tramo de estudio se identificaron cuatro coberturas predominantes: pastizal, plantación forestal, vegetación arbustiva y áreas pobladas (ver Ilustración 2-2).

Ilustración 2-2: Mapa de cobertura de la cuenca del río Yanuncay



Fuente: Elaboración propia (2026) con base en datos de Instituto de Estudios de Régimen Seccional del Ecuador [IERSE] (s.f.).

La Tabla 2-3 resumen las propiedades hidráulicas y geomorfológicas del tramo comprendido entre las estaciones seleccionadas para el análisis de datos.

Tabla 2-3: Propiedades del tramo entre las estaciones seleccionadas

Propiedad	Autor	Unidad	Valor
Longitud	Propia	[km]	24,00
Uso de suelo	IERSE	[-]	Vegetación arbustiva, pastizal, urbano, plantación forestal
Pendiente media	Fernández de Córdova et. al	[%]	2,355
n de Manning	Casa editora UDA & CUJAE	[ad.]	0,38

Fuente: Elaboración propia (2026).

2.3. Curva de descarga

Una curva de descarga o curva de caudal es una relación específica para cada sección y tiempo que se utiliza para generar registros continuos del caudal a partir de mediciones del nivel del agua (Hamilton *et al.*, 2019). La forma específica de una curva de descarga depende de cómo las características del canal clasificado resisten al flujo. Es decir, cuanto mayor sea la resistencia, mayor será la profundidad del agua necesaria para transportar un volumen de flujo determinado por unidad de tiempo. Los elementos resistentes son denominados colectivamente como “control”, los cuales incluyen todas las características como la forma, el tamaño, la pendiente, la rugosidad, la alineación, la constricción y la expansión del canal que a su vez crean la resistencia al flujo (Kennedy, 1984).

La forma física de la sección de control del canal está vinculada a la forma de la ecuación de descarga a partir de su ecuación matemática (caudal vs nivel de agua) (Meteorological Organization, 1980). Los parámetros que intervienen en la ecuación de descarga son un coeficiente (a), un desplazamiento (H_o) y un exponente (p), que se relacionan respectivamente con la escala y la resistencia al flujo que exista en ese punto del canal, la elevación del control y la forma del control (ver Ilustración 2-3) (Hamilton *et al.*, 2019).

$$Q = a(H - H_o)^p$$

Ecuación 7

Donde:

$$Q = \text{Caudal [m}^3/\text{s]}$$

a = Coeficiente relacionado a la escala y resistencia al flujo [ad.]

H = Nivel de aguas registrado [cm]

H_o = Desplazamiento o nivel en la sección de control [cm]

p = Exponente relacionado a la forma de la sección de control [ad.]

Ilustración 2-3: Vínculo entre varias formas de canales simétricos y la ecuación de descarga

Control Shape	Stage-Radius $R=C_3(H-e)$	Stage-Area $A=C_4(H-e)^b$	Radius-Velocity $V=C_2R^x$	Stage-Discharge $Q = C_2 C_3^x C_4 (H - e)^{(b+x)}$
	$C_3 = 1$	$b = 1$	$x = 0.67$	$Q=C_2(H-e)^{1.67}$
	$C_3 = 0.67$	$b = 1.25$	$x = 0.67$	$Q=C_2(H-e)^{1.92}$
	$C_3 = 0.63$	$b = 1.5$	$x = 0.67$	$Q=C_2(H-e)^{2.17}$
	$C_3 = 0.67$	$b = 1.5$	$x = 0.67$	$Q=C_2(H-e)^{2.17}$
	$C_3 = 0.54$	$b = 1.75$	$x = 0.67$	$Q=C_2(H-e)^{2.42}$
	$C_3 = 0.5$	$b = 2.0$	$x = 0.67$	$Q=C_2(H-e)^{2.67}$

Fuente: Hamilton et al. (2019).

Las curvas de descarga correspondientes a las estaciones Yanuncay en Pucán y Yanuncay AJ Tarqui se presentan en la Tabla 2-4.

Tabla 2-4: Ecuaciones y curvas de descarga ubicadas en los extremos del tramo de estudio

Yanuncay en Pucán	Yanuncay AJ Tarqui
$Q = 1,08097 \times 10^{-8}(H - 38)^{4,46471}$	$Q = 1,45966 \times 10^{-6}(H - 20)^{3,3435}$
<i>Ecuación 8</i>	<i>Ecuación 9</i>

Fuente: Elaboración propia (2026) con base en datos de ETAPA EP, Subgerencia de Gestión Ambiental (s.f.).

Donde:

Q = Caudal [m^3/s]

H = Nivel de aguas registrado [cm]

2.4. Depuración de datos

El punto de partida del análisis se sitúa en la organización de los datos crudos provenientes de archivos con los registros hidrométricos para dar estructura y sentido temporal a los registros, asegurando que cada medición quede correctamente ubicada dentro de la secuencia cronológica. Esta disposición ordenada permite observar la serie como un proceso continuo y facilita una primera exploración visual, en la que pueden advertirse tendencias generales, posibles interrupciones y comportamientos atípicos que orientan las etapas posteriores del estudio.

Como parte del control de calidad, se emplean filtros blandos y filtros duros con funciones complementarias. Los filtros blandos cumplen un rol diagnóstico, pues permiten cuantificar valores iguales a cero, registros negativos, datos que superan límites físicamente admisibles y valores nulos, sin alterar la información original. Esta revisión ofrece una visión clara del estado de la base de datos y de las posibles inconsistencias en las mediciones. En contraste, los filtros duros tienen un carácter correctivo: los datos considerados inválidos son sustituidos por valores faltantes estandarizados, evitando que registros erróneos distorsionen los cálculos posteriores y preservando la coherencia de la serie temporal.

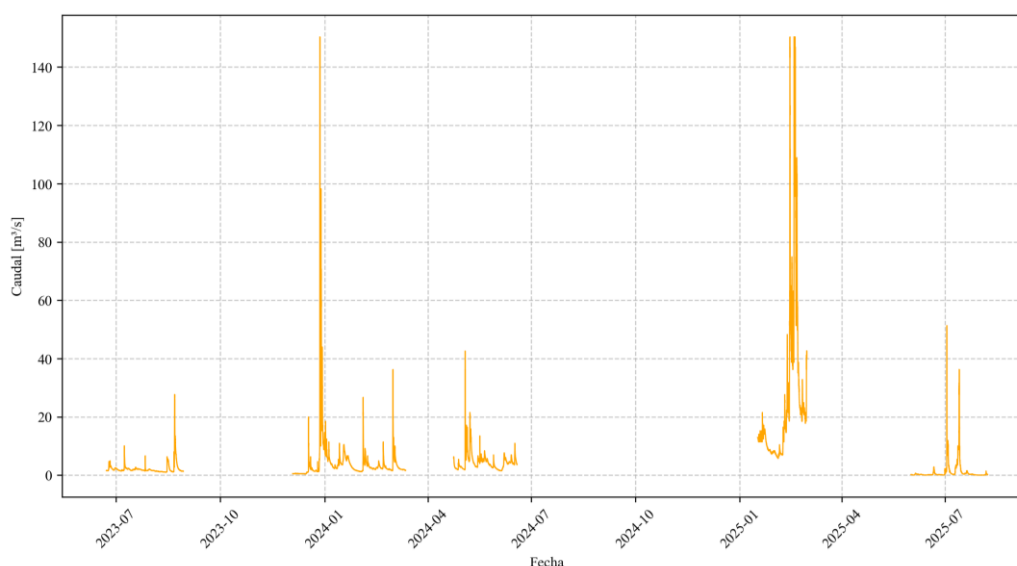
Superada la fase de depuración, se procede a estimar el caudal a partir de los niveles registrados mediante la aplicación de la curva de descarga (Ecuación 8 y Ecuación 9) correspondiente a cada estación. Con el propósito de garantizar la continuidad temporal, se establece un índice cronológico con intervalos regulares de cinco minutos, al cual se ajustan los datos depurados. Este procedimiento permite identificar formalmente los periodos sin registro y cuantificar los vacíos de información. Finalmente, se determina el porcentaje anual de disponibilidad de datos, indicador clave para evaluar la representatividad estadística de cada año hidrológico y valorar la idoneidad de la serie antes de su aplicación en el proceso de enrutamiento de hidrogramas de crecidas.

2.5. Obtención de hidrogramas

Los hidrogramas constituyen el insumo principal para el proceso de calibración del modelo de propagación de crecidas. A partir de la información hidrométrica disponible, se obtuvieron los hidrogramas junto con sus respectivas series temporales, en las cuales se representa la variación del caudal en función del tiempo a lo largo de los años registrados. En las gráficas generadas es posible identificar las partes características de un hidrograma, tales como el inicio del evento de precipitación, el caudal pico y la curva de agotamiento para restablecer nuevamente el caudal base del tramo. Asimismo, pueden determinarse parámetros temporales relevantes, como el tiempo de respuesta, el tiempo de crecida y la duración total de la crecida.

Los resultados de este proceso corresponden a hidrogramas obtenidos tras una etapa de depuración de datos. En consecuencia, dentro de la serie temporal se observan intervalos sin registros, atribuibles a la eliminación de valores atípicos (negativos y/o excesivamente altos) o a la ausencia de mediciones durante determinados periodos. A continuación, la Ilustración 2-4 presenta el registro histórico de caudales medidos en la estación Yanuncay en Pucán.

Ilustración 2-4: Registro histórico de caudal – estación Yanuncay en Pucán



Fuente: Elaboración propia (2026) con base en datos de ETAPA EP, Subgerencia de Gestión Ambiental (s.f.).

Se observa el registro de hidrogramas históricos comprendidos entre junio de 2023 y julio de 2025. Durante este periodo se identificaron valores atípicos, los cuales fueron

excluidos del análisis, así como vacíos asociados a discontinuidades en las series limnigráficas. La Tabla 2-5 resume la disponibilidad anual de datos en la estación Yanuncay en Pucán.

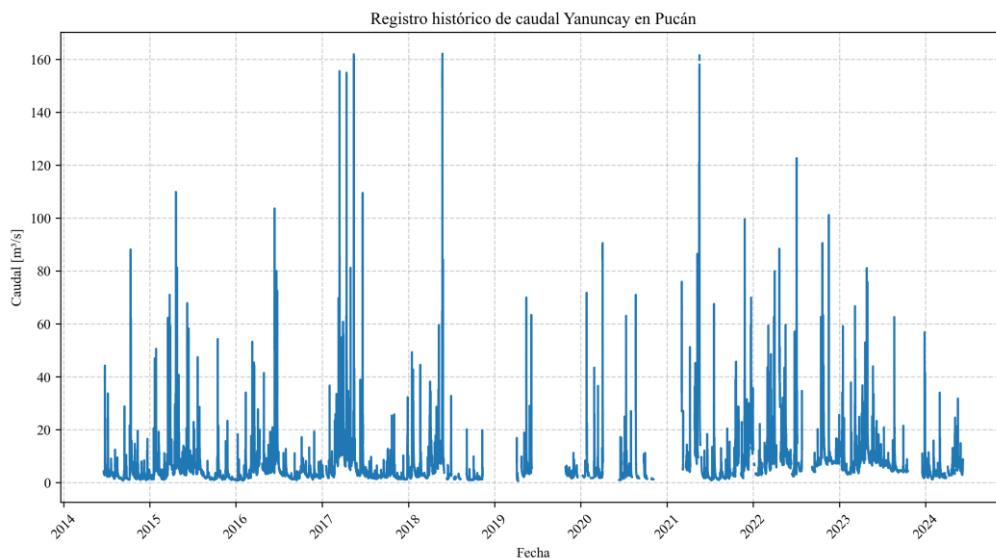
Tabla 2-5: Disponibilidad anual de datos – estación Yanuncay en Pucán

Año	Porcentaje de disponibilidad
2023	25%
2024	34%
2025	30%

Fuente: Elaboración propia (2026) con base en datos de ETAPA EP, Subgerencia de Gestión Ambiental (s.f).

Los resultados de la estación Yanuncay AJ Tarqui se muestran en la Ilustración 2-5.

Ilustración 2-5: Registro histórico de caudal – estación Yanuncay AJ Tarqui



Fuente: Elaboración propia (2026) con base en datos de ETAPA EP, Subgerencia de Gestión Ambiental (s.f).

Para esta estación se analizaron hidrogramas históricos correspondientes al periodo comprendido entre mediados de 2014 y 2024, con una extensión aproximada de diez (10) años de registros no continuos. Al igual que en el caso anterior, se identificaron y filtraron valores inconsistentes con el comportamiento físico del sistema, así como vacíos en la serie temporal atribuibles a fallas instrumentales, interrupciones en la adquisición de datos o pérdidas de registro. La Tabla 2-6 presenta la disponibilidad anual de datos en la estación Yanuncay AJ Tarqui.

Tabla 2-6: Disponibilidad anual de datos – estación Yanuncay AJ Tarqui

Año	Porcentaje de disponibilidad
2014	53%
2015	98%
2016	95%
2017	97%
2018	68%
2019	23%
2020	42%
2021	62%
2022	76%
2023	81%
2024	41%

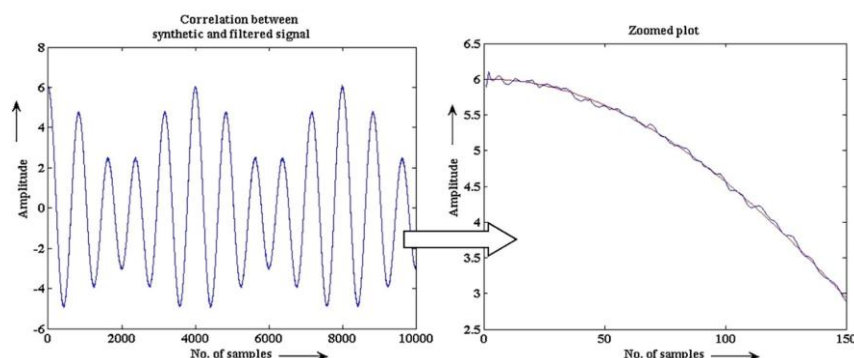
Fuente: Elaboración propia (2026) con base en datos de ETAPA EP, Subgerencia de Gestión Ambiental (s.f.).

En síntesis, el análisis y la depuración de los registros hidrométricos permitieron disponer de series temporales consistentes para ambas estaciones, preservando la estructura general de los hidrogramas y sus parámetros característicos. No obstante, aun después del filtrado inicial de valores atípicos y de la eliminación de datos no físicamente representativos, las series conservan fluctuaciones de alta frecuencia asociadas al ruido propio del proceso de medición y registro. Estas variaciones pueden afectar la interpretación de los datos durante el proceso de calibración debido a tendencias erróneas como picos y valles que no necesariamente están relacionados con el inicio y fin de los eventos de precipitación.

2.6. Filtro de datos Savitzky – Golay

El filtro Savitzky – Golay (SG) corresponde una herramienta empleada en el tratamiento de señales con el objetivo de suavizar o eliminar el “ruido” sin distorsionar la tendencia de la señal (Seong, 2017). Las mediciones hidrométricas presentan fluctuaciones espacio temporales generadas por la hidrodinámica del flujo, las cuales resultan en variaciones de alta frecuencia que no necesariamente representan cambios reales del nivel medido del flujo. Este filtro es eficaz en la reducir oscilaciones preservando las propiedades del hidrograma (Seong, 2017), principalmente los picos de caudal. La Ilustración 2-6 muestra el proceso de suavizado aplicado a un registro de señal en donde se evidencia la conservación de la tendencia original de ésta.

Ilustración 2-6: Correlación entre la señal sintética y filtrada



Fuente: Acharya *et al.*, (2016).

El principio de funcionamiento del filtro SG se basa en la construcción de una ventana impar ($2m + 1$) centrada en un punto determinado. Dentro de esta ventana se ajusta un polinomio de grado p (con $p \leq 2m$) el cual aproxima el comportamiento local de la señal. Este proceso se repite desplazando la ventana a través de toda la serie temporal de datos, obteniendo así una nueva serie “suavizada” (Wang *et al.*, 2019).

Durante este procedimiento, las componentes de alta frecuencia asociadas al ruido son atenuadas, mientras que las componentes de baja frecuencia, que contienen la información esencial de la señal, se preservan. De esta manera, el filtro no solo elimina fluctuaciones indeseadas, sino que también mantiene la tendencia general del hidrograma (Wang *et al.*, 2019).

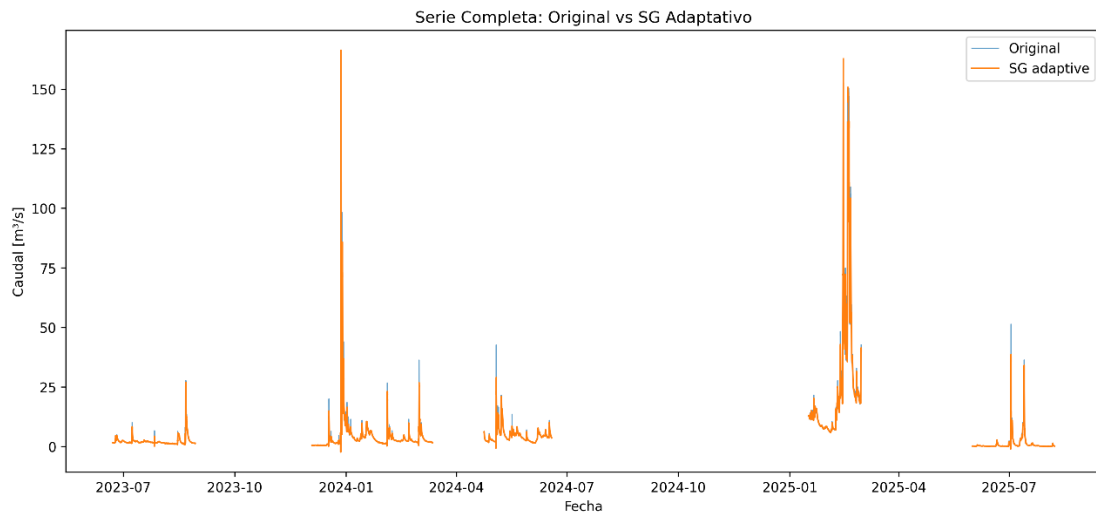
Una mejora sustancial del filtro Savitzky–Golay (SG) es su variante adaptativa. Esta versión evalúa múltiples combinaciones del tamaño de la ventana móvil dentro de un rango predefinido, con el objetivo de identificar la configuración que proporcione el mejor desempeño de filtrado. A diferencia del enfoque convencional, el filtro adaptativo ajusta dinámicamente el tamaño de la ventana en función del comportamiento local de los datos, utilizando el análisis del gradiente de la señal: un gradiente bajo indica ausencia de cambios bruscos, mientras que un gradiente alto evidencia la presencia de transiciones abruptas o picos.

El análisis del gradiente permite al algoritmo priorizar el uso de una ventana larga o una ventana corta según la dinámica local del hidrograma. Las ventanas largas se emplean en zonas de gradiente bajo como durante lluvias leves o en la fase de recesión del flujo base, donde se busca maximizar la eliminación de fluctuaciones (Acharya *et al.*, 2016). En

contraste, las ventanas cortas se aplican en sectores de gradiente alto, con el fin de preservar la magnitud y la forma de los picos de crecida asociados a eventos de precipitación intensa.

La Ilustración 2-7 presenta los resultados del proceso de filtrado aplicando el filtro SG adaptativo, para los hidrogramas de la estación Yanuncay en Pucán.

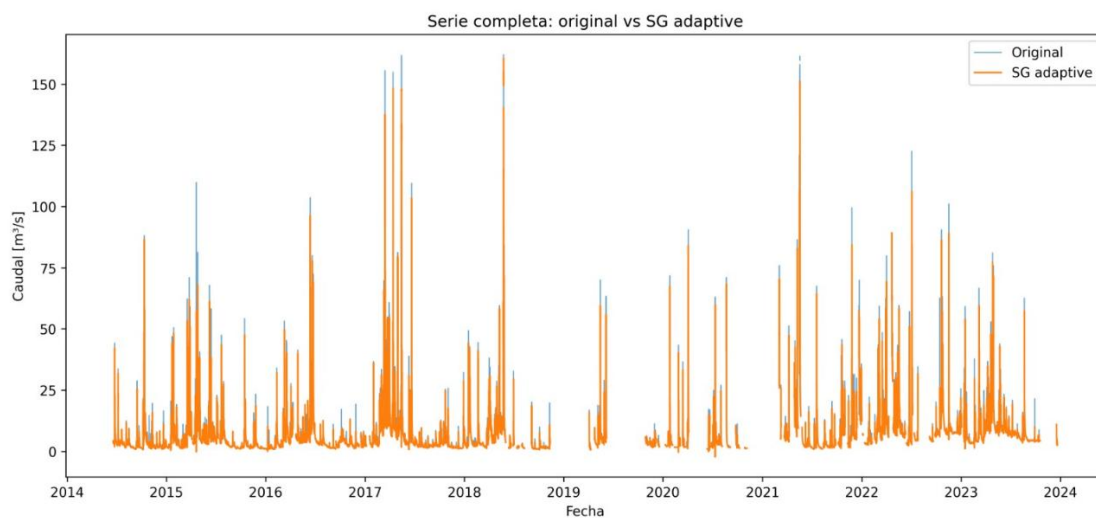
Ilustración 2-7: Registro histórico de caudal “suavizado” – estación Yanuncay en Pucán



Fuente: Elaboración propia (2026) con base en datos de ETAPA EP, Subgerencia de Gestión Ambiental (s.f.).

De la misma manera, la Ilustración 2-8 muestra los resultados de la estación Yanuncay AJ Tarqui.

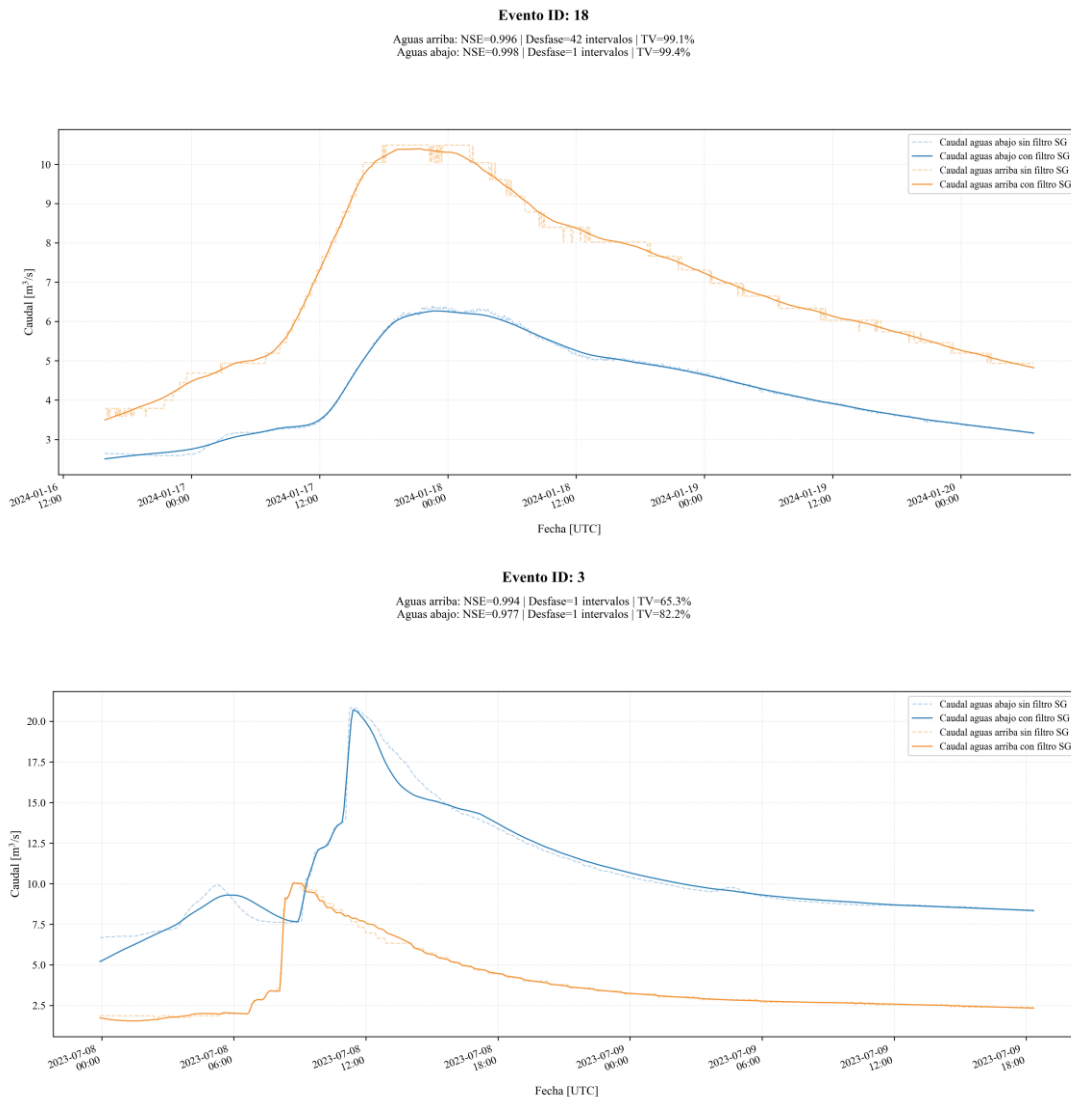
Ilustración 2-8: Registro histórico de caudal “suavizado” – estación Yanuncay AJ Tarqui



Fuente: Elaboración propia (2026) con base en datos de ETAPA EP, Subgerencia de Gestión Ambiental (s.f.).

Para los registros transformados a caudal se obtuvo una nueva serie esta vez suavizada y con una reducción significativa del ruido, en la que se conserva razonablemente los picos de caudal a lo largo de la serie temporal. La Ilustración 2-9 presenta los resultados de la aplicación del filtro SG adaptativo a dos eventos, en la parte superior de la gráfica se reportan las métricas de ajuste obtenidas tras aplicar el filtro a caudales registrados en ambas estaciones.

Ilustración 2-9: Resultados del filtrado Savitzky-Golay (SG) a eventos de crecida



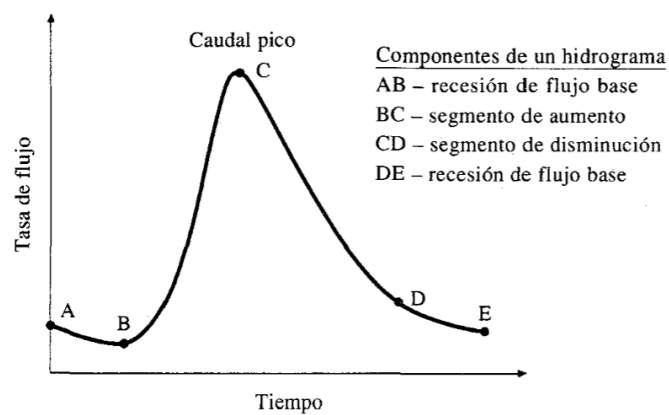
Fuente: Elaboración propia (2026) con base en datos de ETAPA EP, Subgerencia de Gestión Ambiental (s.f.).

Para ambas estaciones se trabajó con un ancho de ventana móvil variable cuyos límites se fijaron de manera predeterminada tras un proceso de prueba y error, verificando que el registro suavizado se adapte a la curva original y mantenga sus valores característicos a lo largo de la duración y transición del evento.

2.7. Emparejamiento de los eventos

La separación del flujo base es el proceso mediante el cual se identifica y discretiza el componente del caudal caracterizado por variaciones mínimas durante periodos sin precipitación (Chow & Maidment, 1998). Este componente se diferencia de la escorrentía directa a través de modelos analíticos que representan la recesión del flujo base como un decaimiento exponencial del caudal posterior al pico del evento. Adicionalmente, existen métodos alternativos que realizan esta separación de forma directa sobre la gráfica observada del hidrograma correspondiente a cada evento.

Ilustración 2-10: Componentes de un hidrograma de caudal durante un evento de crecida



Fuente: Chow & Maidment (1998).

El emparejamiento de los eventos es un procedimiento que consiste en la comparación de los registros de una de las estaciones y la respuesta registrada en la otra estación ubicada en el extremo opuesto del tramo de estudio. La variable usada para emparejar es el flujo rápido (o escorrentía directa) y no el caudal total, buscando así la respuesta directa del evento. De forma particular, se empareja cada evento hidrológico detectado en aguas arriba, con su respuesta más probable en aguas abajo considerando criterios como: completitud de los datos, tiempo/pico, volumen y correlación.

3. CAPÍTULO III: Implementación del modelo híbrido de Muskingum

La implementación del modelo híbrido de Muskingum se desarrolló en tres etapas secuenciales: selección de eventos representativos, partición de los eventos en conjuntos de calibración y validación, y aplicación del modelo híbrido de Muskingum, cuyos parámetros fueron determinados mediante el algoritmo híbrido basado en Optimización por Enjambre de Partículas (PSO) y Algoritmo Genético (GA).

En la primera etapa, la selección de eventos se realizó con el propósito de excluir aquellos registros que presentan características atípicas o inconsistentes, cuya inclusión podría introducir sesgos y afectar la robustez de los procesos posteriores. A partir del conjunto depurado, los eventos fueron clasificados en función de su comportamiento hidrométrico, mediante la comparación simultánea de los hidrogramas registrados en las estaciones aguas arriba y aguas abajo. Este análisis permitió identificar la influencia del aporte lateral en el tramo de estudio, definiéndose así dos categorías: eventos con influencia de aporte lateral y eventos sin influencia de aporte lateral.

Posteriormente, cada categoría se subdividió aleatoriamente en dos subconjuntos independientes, destinados a las etapas de entrenamiento (train) y evaluación (test) del modelo. Finalmente, se realizó la calibración de los parámetros del modelo de Muskingum mediante la minimización de una función objetivo, con el propósito de determinar el conjunto de parámetros por categoría que mejor reproduce la dinámica de propagación de crecidas en el tramo analizado.

3.1. Preprocesamiento, control de calidad y clasificación de eventos

Con el propósito de evaluar la correspondencia entre los eventos identificados en las estaciones aguas arriba y aguas abajo, se empleó un conjunto de métricas descriptivas orientadas a analizar diferentes dimensiones de la respuesta hidrológica. En particular, se consideraron indicadores relacionados con el desfase temporal, la calidad global del emparejamiento, la similitud de la forma de los hidrogramas y la variación en la magnitud del caudal pico. En conjunto, estas métricas constituyen una base objetiva para la comparación de eventos y facilitan la interpretación de la señal hidrológica entre ambas

estaciones de registro, cuyas definiciones y criterios de interpretación se detallan en la Tabla 3-1.

Tabla 3-1: Indicadores de comparación entre hidrogramas aguas arriba y aguas abajo

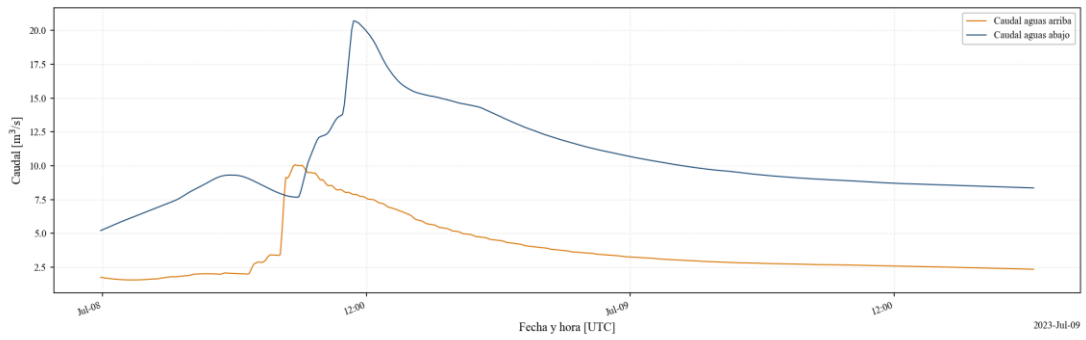
Métrica	Símbolo	Definición	Expresión/Cálculo	Interpretación
Desfase temporal	Lag	Diferencia entre los tiempos de ocurrencia de los caudales pico de escorrentía directa en las estaciones aguas abajo y aguas arriba.	$Lag = t_{p,DN} - t_{p,UP}$	- Lag > 0: Retardo en la propagación. - Lag ≈ 0: Respuesta simultánea.
Puntaje De ajuste	Score	Índice compuesto que cuantifica la correspondencia global entre eventos, considerando tiempo, magnitud y volumen.	$Score = W_{time} * S_{time} + W_{peak} * S_{peak} + W_{vol} * S_{vol}$	Valores cercanos a 0 indican mejor ajuste; valores mayores reflejan menor correspondencia.
Correlación	Corr	Medida de similitud entre las formas de los hidrogramas de escorrentía directa, una vez alineados temporalmente.	Coefficiente de correlación de Pearson entre las series desplazadas	- Corr → 1: Alta similitud. - Corr → 0: Baja relación.
Relaciones	$Q_{p,DN}/Q_{p,UP}$	Relación entre las magnitudes de los caudales pico en ambas estaciones.	$R = \frac{Q_{p,DN}}{Q_{p,UP}}$	- R > 1: Amplificación. - R < 1: Atenuación. - R ≈ 1: Conservación del pico.

Fuente: Elaboración propia (2026).

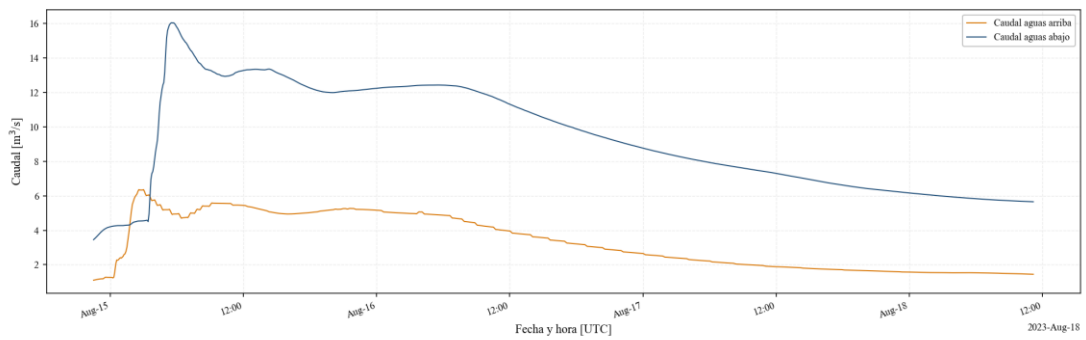
Los resultados derivados de la aplicación de las métricas descritas se presentan en la Ilustración 3-1, donde se resumen el comportamiento comparativo de los eventos analizados para la categoría con amplificación o ganancia de caudal respecto de la estación aguas arriba.

Ilustración 3-1: Resultados de la evaluación de la correspondencia entre eventos hidrológicos – ganancia de caudal

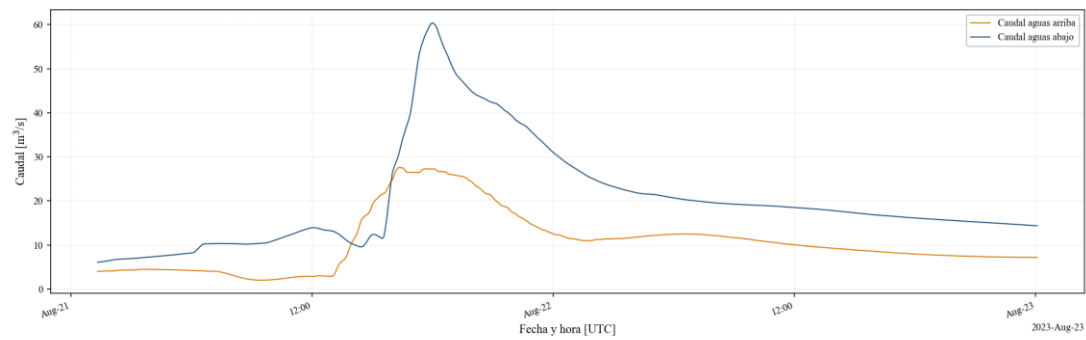
ID: 3
Lag: 160.0 min | Score: 1.799 | Corr: 0.939 | QpDN/QpUP: 1.79



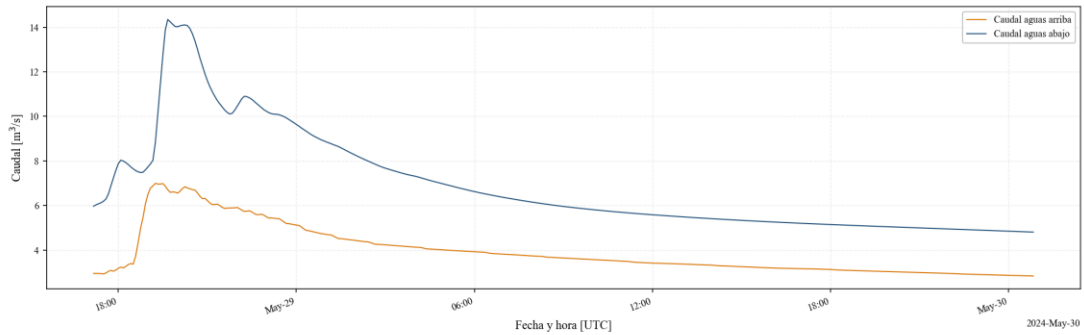
ID: 7
Lag: 180.0 min | Score: 2.200 | Corr: 0.989 | QpDN/QpUP: 2.37



ID: 8
Lag: 95.0 min | Score: 1.673 | Corr: 0.967 | QpDN/QpUP: 2.28



ID: 36
Lag: 25.0 min | Score: 1.102 | Corr: 0.961 | QpDN/QpUP: 2.09

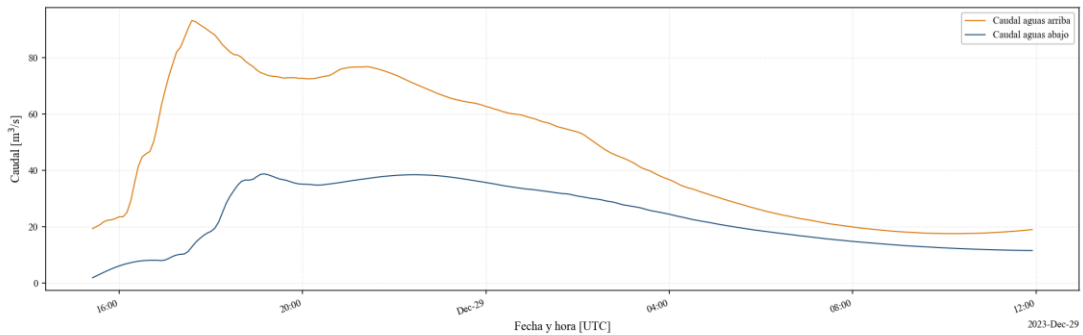


Fuente: Elaboración propia (2026) con base en datos de ETAPA EP, Subgerencia de Gestión Ambiental (s.f.).

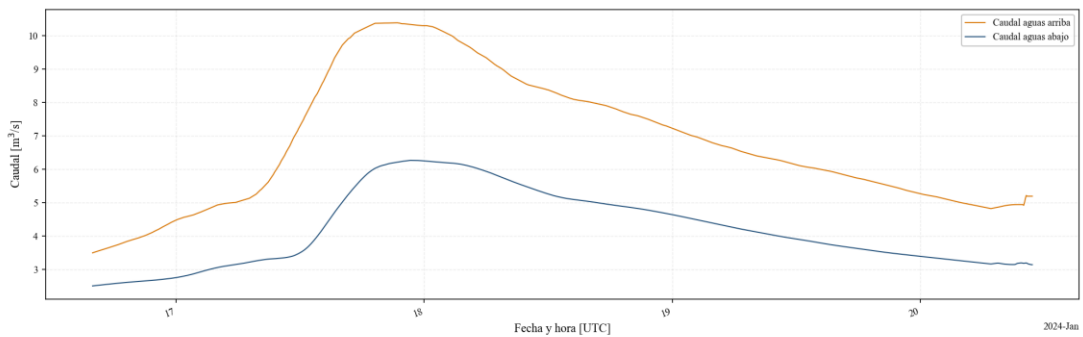
De manera similar, la Ilustración 3-2 presenta los resultados para la categoría con atenuación o pérdida de caudal respecto de la estación aguas arriba.

Ilustración 3-2: Resultados de la evaluación de la correspondencia entre eventos hidrológicos – pérdida de caudal

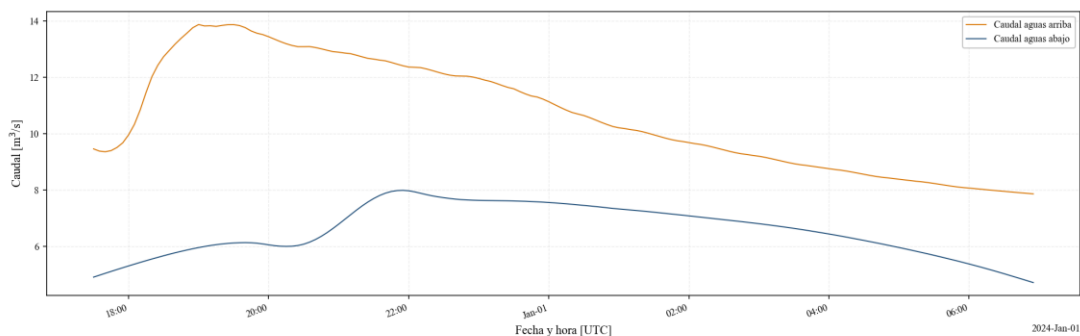
ID: 10
Lag: 90.0 min | Score: 1.484 | Corr: 0.988 | QpDN/QpUP: 0.47



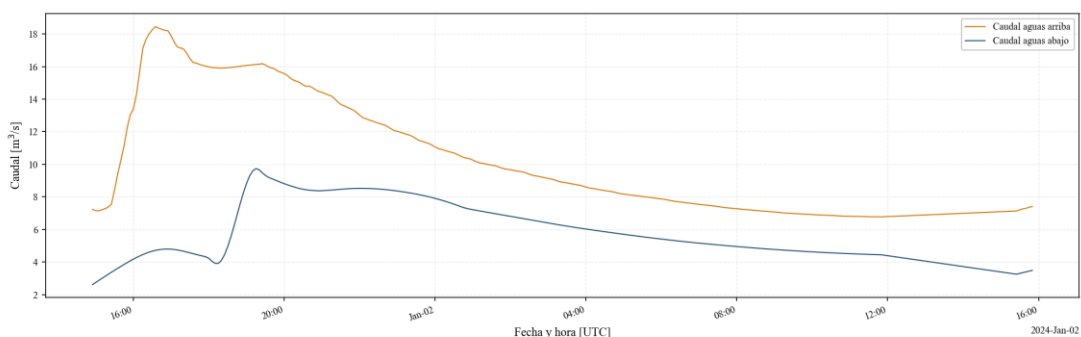
ID: 18
Lag: 205.0 min | Score: 1.920 | Corr: 0.996 | QpDN/QpUP: 0.55



ID: 12
Lag: 140.0 min | Score: 1.129 | Corr: 0.911 | QpDN/QpUP: 0.68



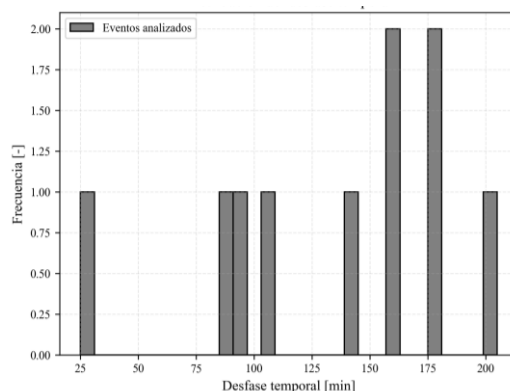
ID: 13
Lag: 160.0 min | Score: 1.492 | Corr: 0.986 | QpDN/QpUP: 0.60



Fuente: Elaboración propia (2026) con base en datos de ETAPA EP, Subgerencia de Gestión Ambiental (s.f.).

La distribución del desfase temporal permite identificar la frecuencia con la que ocurren distintos tiempos de propagación entre las estaciones aguas arriba y aguas abajo. Su análisis facilita reconocer un tiempo de traslado predominante, evaluar la variabilidad entre eventos y detectar posibles comportamientos atípicos o agrupamientos hidrológicos diferenciados. La Ilustración 3-3 muestra la distribución del desfase temporal para los eventos que conforman ambas categorías.

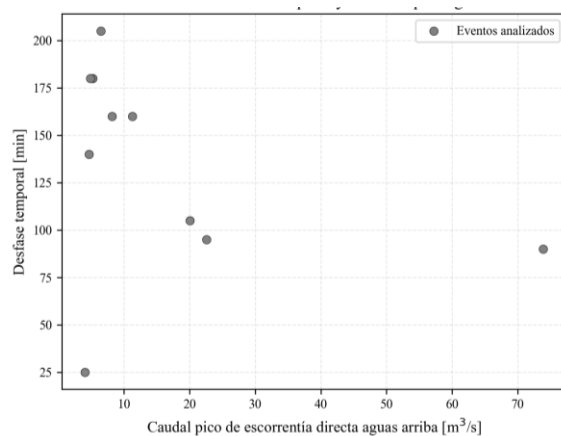
Ilustración 3-3: Distribución del desfase temporal de ambas categorías



Fuente: Elaboración propia (2026) con base en datos de ETAPA EP, Subgerencia de Gestión Ambiental (s.f.).

La relación entre el desfase temporal y el caudal pico aguas arriba permite analizar si la magnitud del evento de entrada influye en el tiempo de propagación hacia la estación aguas abajo. Esta relación proporciona información que resulta útil para identificar tendencias, evaluar la dependencia entre ambas variables y reconocer la presencia de dispersión o comportamientos atípicos en la respuesta hidrológica del tramo de estudio. La Ilustración 3-4 muestra esta relación para los eventos definidos para ambas categorías.

Ilustración 3-4: Relación entre el desfase temporal y el caudal pico – aguas arriba

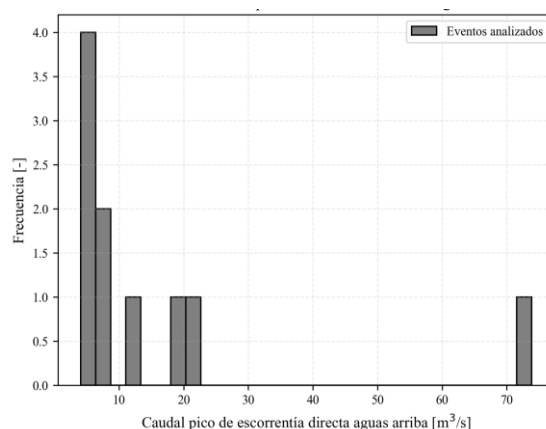


Fuente: Elaboración propia (2026) con base en datos de ETAPA EP, Subgerencia de Gestión Ambiental (s.f.).

La distribución del caudal pico de escorrentía directa aguas arriba permite evaluar la magnitud predominante de los eventos analizados y la frecuencia con la que ocurren distintos rangos de caudal pico. La interpretación de la distribución facilita identificar el tipo de respuesta hidrológica que domina el tramo de estudio; eventos de baja, media o alta magnitud, así como reconocer la variabilidad y la presencia de eventos extremos

dentro del conjunto estudiado. La Ilustración 3-5 indica la frecuencia con la que se presentan las distintas magnitudes de caudal registrados en la estación aguas arriba.

Ilustración 3-5: Distribución del caudal pico de escorrentía directa – aguas arriba



Fuente: Elaboración propia (2026) con base en datos de ETAPA EP, Subgerencia de Gestión Ambiental (s.f.).

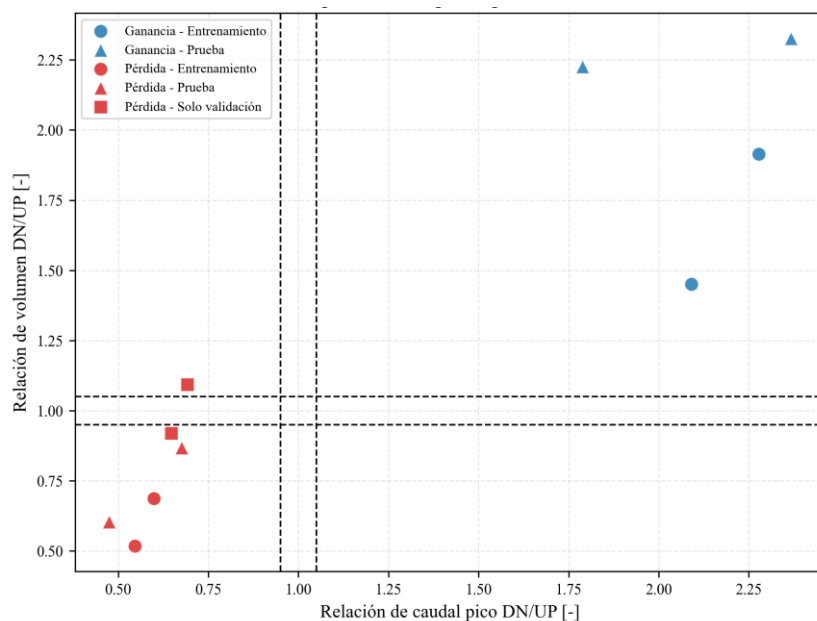
3.2. División del conjunto de eventos para entrenamiento y prueba

En esta etapa se dividió el conjunto de datos de cada régimen en dos subconjuntos; uno de entrenamiento y otro de prueba. La etapa de prueba garantiza que el modelo pueda evaluarse con datos nunca antes vistos, es decir, que no hayan intervenido en la etapa de entrenamiento, obteniendo de esta manera una evaluación íntegra del modelo. Los eventos se dividieron en una proporción determinada: 70% para entrenamiento y 30% para evaluación.

La clasificación del régimen hidrológico se llevó a cabo mediante el análisis de relaciones adimensionales que comparan la magnitud del caudal pico y el volumen de escorrentía registrados en las estaciones aguas abajo respecto a los correspondientes valores observados aguas arriba. Este procedimiento permite evaluar de manera conjunta las variaciones en intensidad y volumen a lo largo del tramo, proporcionando un criterio sistemático para la identificación de comportamientos asociados a ganancia, pérdida o una respuesta mixta. Asimismo, la proximidad de ambas relaciones a la unidad se interpreta como indicativa de una condición aproximadamente conservativa en el sistema.

Los resultados derivados de este análisis se presentan en la Ilustración 3-6, donde se sintetiza la clasificación de los eventos evaluados.

Ilustración 3-6: Clasificación del régimen hidrológico según relaciones adimensionales



Fuente: Elaboración propia (2026) con base en datos de ETAPA EP, Subgerencia de Gestión Ambiental (s.f.).

El análisis de la distribución de eventos según su régimen hidrológico y su asignación a los conjuntos de entrenamiento y prueba se abordó mediante una representación que integra ambos criterios de clasificación. Este enfoque permite examinar de manera conjunta la composición de la muestra, así como la coherencia en la partición de los datos destinada a las etapas de entrenamiento, prueba, validación y exclusión. Los resultados de este proceso se resumen en la selección de cuatro (4) eventos por régimen hidrológico, de los cuales dos (2) están destinados a la etapa de entrenamiento y los otros dos (2) a la etapa de prueba.

3.3. Formulación del modelo y discretización temporal del ruteo hidrológico

El ruteo hidrológico, o tránsito de crecidas, consiste en la estimación del hidrograma de salida asociado a un evento de crecida a partir de registros observados en estaciones de aforo ubicadas en los extremos del tramo de un cauce. El planteamiento general del modelo implica la cuantificación del almacenamiento volumétrico dentro del tramo analizado, considerando la contribución de dos componentes principales del flujo: el caudal base y el caudal de respuesta rápida. Estos modelos se fundamentan en el principio de conservación de la masa, complementado con una relación funcional que vincula el almacenamiento con los caudales de entrada y salida.

3.3.1. Muskingum no lineal

El modelo físico adoptado corresponde al método de Muskingum no lineal, el cual incorpora un parámetro adicional orientado a representar la influencia del aporte lateral a lo largo del tramo de estudio. La inclusión de este parámetro se justifica por la presencia significativa de tributarios que drenan subcuencas intermedias, cuya contribución modifica la dinámica del flujo entre las estaciones de control. En consecuencia, el caudal registrado en la estación aguas arriba no representa la totalidad del volumen que transita por el tramo, ya que se ve incrementado por aportes laterales. La omisión de este efecto conduce a una subestimación del caudal de entrada efectivo, lo que se traduce en inconsistencias físicas en la representación del sistema y, por ende, en resultados no confiables del modelo.

$$S(t) = K \left[X \left(I_{eff}(t) \right)^\alpha + (1 - X) * \left(O(t) \right)^\alpha \right]^\beta$$

Ecuación 10

$$I_{eff}(t) = (1 + m) * I$$

Ecuación 11

Los parámetros del modelo se definen de la siguiente manera: K corresponde al coeficiente de proporcionalidad, el cual representa el tiempo característico de tránsito o almacenamiento del flujo en el tramo analizado; X es el coeficiente de ponderación que controla la influencia relativa de los caudales de entrada y salida en el almacenamiento; m es el coeficiente de aporte lateral, que representa la proporción del caudal de entrada atribuible a contribuciones laterales; α es el exponente de no linealidad, el cual permite capturar el comportamiento no lineal del almacenamiento hidráulico efectivo en función del caudal; y β es un exponente global que regula la forma en que el almacenamiento escala con la combinación ponderada de los caudales.

Los exponentes α y β permiten representar de manera más realista el comportamiento hidráulico del tramo, particularmente en situaciones donde la atenuación y el tiempo de retardo no permanecen constantes, sino que dependen de la magnitud del caudal.

3.3.2. Método de ruteo

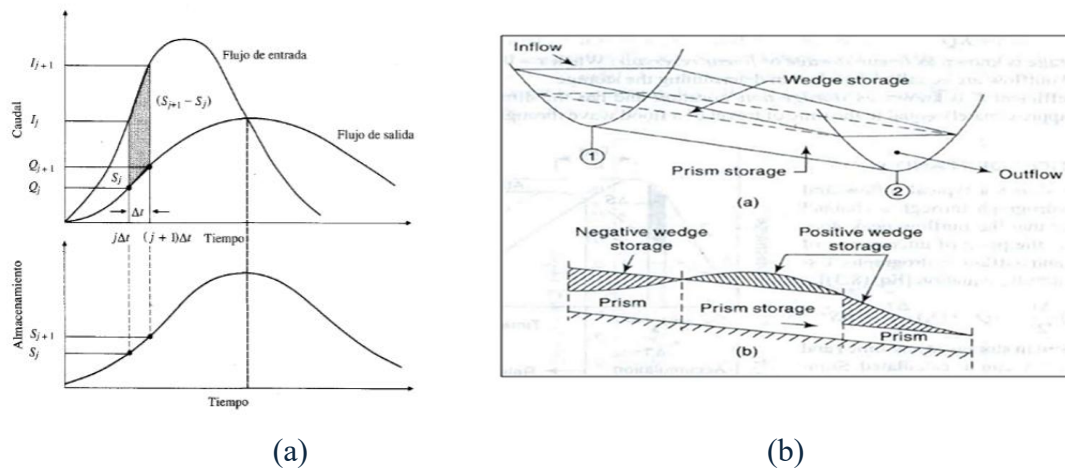
El modelo de ruteo asume que la variación entre los caudales de entrada y salida dentro del intervalo de análisis puede aproximarse mediante un comportamiento lineal. Esta suposición permite establecer una relación funcional entre el cambio de almacenamiento, el intervalo de tiempo y los valores de caudal de entrada y salida considerados. La Ecuación 12 representa dicha relación para un intervalo de tiempo previamente definido.

$$S_{t+\Delta t} = S_t + \frac{\Delta t}{2} [(I_t + I_{t+\Delta t}) - (O_t + O_{t+\Delta t})]$$

Ecuación 12

El almacenamiento se define como el área comprendida entre los hidrogramas de entrada y salida, ver Ilustración 3-7 (a). Cabe destacar que pueden presentarse distintos escenarios: cuando el caudal aguas arriba supera al caudal aguas abajo, se genera una cuña de almacenamiento positiva; en cambio, si el caudal aguas abajo es mayor, se produce una cuña negativa, refiérase a la Ilustración 3-7 (b). Este último caso se asocia principalmente a la incorporación de aportes laterales al cauce principal.

Ilustración 3-7: Almacenamiento en un tramo de un cauce



Fuente: Chow & Maidment, 1998 (a); Patil & Kherde, 2024 (b)

3.3.3. Discretización temporal

La integración temporal del modelo se realiza mediante una formulación implícita de segundo orden, basada en el esquema trapezoidal (Ecuación 13). En este enfoque, el incremento de almacenamiento entre dos pasos de tiempo consecutivos se calcula como el promedio de los términos de entrada y salida evaluados al inicio y al final del intervalo.

En consecuencia, la variable de salida al tiempo $t + 1$ se obtiene mediante la resolución iterativa de la ecuación implícita resultante.

$$\frac{S_{t+1} - S_t}{\Delta_t} = \frac{(I_t - O_t) + (I_{t+1} - O_{t+1})}{2}$$

Ecuación 13

En tanto que la ecuación del almacenamiento se puede evaluar a partir de la Ecuación 14, resolviendo iterativamente para O_{t+1} .

$$K[X * I_{t+1}^\alpha + (1 - X) * O_{t+1}^\alpha]^\beta = \frac{\Delta_t}{2} [(I_t - O_t) + (I_{t+1} - O_{t+1})]$$

Ecuación 14

3.3.4. Resolución del modelo

La resolución del modelo se efectúa mediante un esquema de avance temporal paso a paso. En cada intervalo de tiempo, la discretización trapezoidal implícita del balance de almacenamiento conduce a una ecuación no lineal para la descarga de salida en el instante $t + 1$. Dicha ecuación se resuelve iterativamente mediante el método de Newton-Raphson y, en caso de no convergencia, se recurre al método de bisección como procedimiento de respaldo para garantizar la estabilidad numérica.

El método de Newton-Raphson usa la deriva de la función:

$$O_{new} = O_{old} - \frac{F(O_{old})}{F'(O_{old})}$$

Ecuación 15

Donde la derivada de la función con respecto al caudal de salida (O) queda definida por la Ecuación 16.

$$F'(O_{old}) = \frac{dS}{dO} = K\beta[X I_{t+1}^\alpha + (1 - X)O^\alpha]^{\beta-1} (1 - X)\alpha O^{\alpha-1}$$

Ecuación 16

Por consiguiente:

$$F'(O) = \frac{dS}{dO} + \frac{\Delta t}{2}$$

Ecuación 17

Ahora bien, el método de bisección no emplea derivadas, únicamente necesita que la función cambie de signo en un intervalo $[a, b]$. Esta condición garantiza, por el teorema del valor intermedio, que existe al menos una raíz dentro del intervalo. Es decir, se subdivide el intervalo hasta encontrar la raíz, lo cual se verifica al presentar un cambio de signo en la función (Ecuación 18).

$$F(a) \cdot F(b) < 0$$

Ecuación 18

3.3.5. Algoritmo de Optimización por Enjambre de Partículas (PSO)

Xu *et al.*, (2019) plantea que el proceso de optimización se basa en una población de partículas que evolucionan en un espacio de búsqueda multidimensional, ajustando sus vectores de velocidad (Ecuación 19) y posición (Ecuación 22) en función de la mejor solución individual y global encontrada.

$$v_{t+1}^i = \chi[v_t^i + c_1 \cdot \text{Rand}(\cdot) \cdot (pbest_t^i - x_t^i) + c_2 \cdot \text{Rand}(\cdot) \cdot (gbest - x_t^i)]$$

Ecuación 19

$$\chi = \frac{2}{2 - \varphi - \sqrt{\varphi^2 - 4\varphi}}$$

Ecuación 20

$$\varphi = c_1 + c_2 \quad \varphi > 4$$

Ecuación 21

$$x_{t+1}^i = x_t^i + v_{t+1}^i$$

Ecuación 22

Donde:

c_1 y c_2 representan los parámetros sociales.

χ es el coeficiente de constricción.

Rand (\cdot) Actúa para un número positivo aleatorio que se calcula mediante una distribución uniforme entre 0 y 1.

$pbest_t^i$ es la mejor posición que la partícula "i" ha ocupado.

x_t^i y v_t^i : Representan la posición y la velocidad de la i-ésima partícula en la t-ésima iteración del espacio de búsqueda.

$gbest_t^i$: Es la mejor posición de toda la población.

3.3.6. Algoritmo Genético (GA)

La optimización en el algoritmo GA se lleva a cabo mediante operadores de cruce (crossover) y mutación (Akbari & HeReyhanehssami-Kermani, 2022). El operador de cruce se define mediante la Ecuación 23, donde los nuevos individuos se generan a partir de la combinación lineal de soluciones parentales.

$$\begin{cases} X_{t+1}^i = c_i * X_t^i + (1 - c_i) * X_t^{i+1} \\ X_{t+1}^i = (1 - c_i) * X_t^i + c_i * X_t^{i+1} \end{cases}$$

Ecuación 23

El operador de mutación se expresa mediante la Ecuación 24, introduciendo una perturbación aleatoria en cada individuo.

$$X_{t+1}^i = X_t^i + c_i'$$

Ecuación 24

Donde:

X_t^i y X_t^{i+1} conforman un par de miembros de la población antes del cruce.

X_t^i y X_t^{i+1} conforman el par después del cruce.

c_i' es un número random que varía entre 0 y 1.

La hibridación de los algoritmos PSO-GA usualmente resulta en una disminución de las desventajas y un incremento de las ventajas que poseen cada de manera independiente (Akbari & HeReyhanehssami-Kermani, 2022).

3.4. Métricas de error: función objetivo y complementarias

3.4.1. Eficiencia de Kling-Gupta (KGE)

El KGE es una métrica que descompone el error en tres componentes fundamentales: correlación, sesgo y variabilidad relativa, evaluando la distancia euclidiana respecto a una condición ideal. Sus valores también varían entre $-\infty$ y 1, donde valores cercanos a 1 indican un mejor desempeño. KGE permite una interpretación más clara de los errores del modelo y es especialmente útil en procesos de calibración multiobjetivo (David & Mota, 2022).

$$KGE = 1 - \sqrt{(r - 1)^2 + (\delta - 1)^2 + (\theta - 1)^2}$$

Ecuación 25

En donde r se conoce como la eficiencia de la correlación de Pearson, la cual mide el grado de asociación entre el caudal de salida observado (O_{obs}) y el simulado (O_{sim}), esta se define a partir de la Ecuación 26.

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (O_{obs,i} - \overline{O_{obs}})(O_{sim,i} - \overline{O_{sim}})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (O_{obs,i} - \overline{O_{obs}})^2 (O_{sim,i} - \overline{O_{sim}})^2}}$$

Ecuación 26

Donde $\overline{O_{obs}}$ y $\overline{O_{sim}}$ son los valores promedio del caudal observado y simulado, respectivamente. Además, δ corresponde al cociente de desviaciones estándar entre los valores predichos (σ_{sim}) y observados (σ_{obs}).

$$\delta = \frac{\sigma_{sim}}{\sigma_{obs}}$$

Ecuación 27

Por último, θ representa la relación o de sesgo representado por el cociente del caudal simulado entre el caudal observado.

$$\theta = \frac{\overline{O_{sim}}}{\overline{O_{obs}}}$$

Ecuación 28

3.4.2. Eficiencia de Nash Sutcliffe (NSE)

El NSE es un indicador que evalúa que tan bien un modelo reproduce las variaciones del caudal en comparación con un modelo simple basado en el valor promedio (Widiasari & Efendi, 2024).

$$NSE = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (O_{obs,i} - Q_{sim,i})^2}{\sum_{i=1}^n (O_{obs,i} - \overline{Q_{obs}})^2}$$

Ecuación 29

3.4.3. Índice de Varianza (Varex Q)

Esta métrica indica el grado de similitud o concordancia entre los hidrogramas predichos y observados (Kadhim *et al.*, 2022).

$$VarexQ = \left[1 - \frac{\sum_{i=1}^n (O_{obs,i} - Q_{sim,i})^2}{\sum_{i=1}^n (O_{obs,i} - \overline{Q_{obs}})^2} \right] * 100$$

Ecuación 30

3.4.4. Raíz del Error Cuadrático Medio (RMSE)

El RMSE es una métrica que proporciona una media del error de la modelo expresada en las mismas unidades que el caudal. Esto facilita una interpretación más directa e intuitiva de cuánto se desvían los valores simulados respecto a los observados (Widiasari & Efendi, 2024).

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (O_{obs,i} - Q_{sim,i})^2}{n}}$$

Ecuación 31

3.4.5. Error del caudal al pico

El error de caudal al pico es una métrica que cuantifica la diferencia entre los caudales previstos y los caudales observados (Kadhim *et al.*, 2022).

$$E_{Qp} = \left| \frac{Q_p^{sim} - Q_p^{obs}}{Q_p^{obs}} \right|$$

Ecuación 32

3.4.6. Error del tiempo al pico

El error del tiempo al pico es la diferencia entre el instante en que el hidrograma simulado alcanza su caudal máximo y el instante en que el hidrograma observado alcanza ese mismo máximo. Mide que tan bien el modelo reproduce la ubicación temporal del pico de caudal, es decir, si la onda de crecida llega antes, después o exactamente en el momento observado. Se expresa a partir de la Ecuación 33.

$$\Delta t_p = (t_p^{sim} - t_p^{obs}) \Delta t$$

Ecuación 33

El error absoluto del tiempo al pico, se define según la Ecuación 34.

$$E_{\Delta t_p} = |\Delta t_p|$$

Ecuación 34

3.4.7. Sesgo Porcentual (PBIAS)

El PBIAS evalúa la tendencia promedio del modelo a sobreestimar o subestimar los valores observados. Valores cercanos a cero indican un bajo sesgo, mientras que valores positivos o negativos sobreestimación o subestimación, respectivamente. Esta métrica es fundamental para analizar el balance de volumen en modelos hidrológicos y cuenta con umbrales de desempeño establecidos en la literatura (David & Mota, 2022).

$$PBIAS = 100 * \frac{\sum_{i=1}^n (O_{obs,i} - Q_{sim,i})}{\sum_{i=1}^n O_{obs,i}}$$

Ecuación 35

$$E_V = \left| \frac{V^{sim} - V^{obs}}{V^{obs}} \right|$$

Ecuación 36

Donde:

El volumen observado se calcula a partir de la sumatoria de la ordenada correspondiente al caudal observado multiplicado por el paso de tiempo o intervalo de registro de las estaciones.

$$V^{obs} = \sum_{t=1}^T Q^{obs}(t)\Delta t$$

Ecuación 37

El volumen simulado se obtiene de la misma manera, pero considerando las ordenadas del caudal simulado.

$$V^{sim} = \sum_{t=1}^T Q^{sim}(t)\Delta t$$

Ecuación 38

3.4.8. RMSE relativo al núcleo del pico

El modelo emplea la métrica RMSE relativo al núcleo del pico para evaluar la capacidad del modelo reproducción de la zona de máximos caudales. Esta cuantifica el error cuadrático medio entre los caudales simulados y observados, restringiendo al núcleo del pico, definido como el conjunto de instantes en los que el caudal alcanza al menos el 90% del pico observado.

La métrica se normaliza respecto al pico observado y se expresa en porcentaje, lo que permite la comparación entre eventos de distinta magnitud. Valores bajos indican un mejor ajuste del modelo en la cresta del hidrograma, mientras que valores elevados reflejan mayores discrepancias. Se adopta un umbral de 10% como criterio de desempeño aceptable.

El núcleo del pico con umbral se define:

$$u = f * Q_{peak_obs}$$

Ecuación 39

Los puntos del núcleo se establecen según:

$$C = \{i: Q_{obs,i} \geq u \text{ o } Q_{sim,i} \geq u\}$$

Ecuación 40

El RMSE relativo al núcleo se calcula como:

$$PC_RMSE = 100 * \sqrt{\frac{1}{|C|} \sum_{i \in C} \left(\frac{O_{sim,i} - O_{obs,i}}{O_{peak_obs}} \right)^2}$$

Ecuación 41

Las métricas, junto con sus rangos de variación y los valores considerados óptimos, se presentan en la Tabla 3-2.

Tabla 3-2: Resumen de las métricas evaluadas, sus rangos y correspondientes valores óptimos

Métrica	Definición	Rango	Valor Óptimo	Unidad
KGE	$KGE = 1 - \sqrt{(r-1)^2 + (\delta-1)^2 + (\theta-1)^2}$	(-Inf, 1)	1	[ad.]
NSE	$NSE = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (O_{obs,i} - Q_{sim,i})^2}{\sum_{i=1}^n (O_{obs,i} - \bar{Q}_{obs})^2}$	(-Inf, 1)	1	[ad.]
Varex Q	$VarexQ = \left[1 - \frac{\sum_{i=1}^n (O_{obs,i} - Q_{sim,i})^2}{\sum_{i=1}^n (O_{obs,i} - \bar{Q}_{obs})^2} \right] * 100$	(-Inf, 100)	100	[%]
RMSE	$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (O_{obs,i} - Q_{sim,i})^2}{n}}$	(0, Inf)	0	[L ³ /T]
E _{Qp}	$E_{Qp} = \left \frac{Q_p^{sim} - Q_p^{obs}}{Q_p^{obs}} \right $	(0,1)	0	[ad.]
E _V	$E_V = \left \frac{V^{sim} - V^{obs}}{V^{obs}} \right $	(0,1)	0	[ad.]
Δ _{t_p}	$\Delta t_p = t_p^{sim} - t_p^{obs}$	(0, Inf)	0	[T]
PBIAS	$PBIAS = 100 * \frac{\sum_{i=1}^n (O_{obs,i} - Q_{sim,i})}{\sum_{i=1}^n O_{obs,i}}$	(-Inf, Inf)	0	[ad.]
PC_RMSE	$PC_RMSE = 100 * \sqrt{\frac{1}{ C } \sum_{i \in C} \left(\frac{O_{sim,i} - O_{obs,i}}{O_{peak_obs}} \right)^2}$	(0, Inf)	0	[ad.]

Fuente: Elaboración propia (2026).

3.4.9. Función objetivo (J)

La función objetivo implementada permite evaluar y optimizar el desempeño del modelo de híbrido de Muskingum durante el proceso de calibración. La forma empleada corresponde a la Ecuación 42.

$$J = 1 - KGE + \lambda_{tp}pen_{tp} + \lambda_{qp}pen_{qp} + \lambda_r pen_r$$

Ecuación 42

Donde:

λ_{tp} es el peso asignado a la penalización al tiempo al pico (pen_{tp}).

λ_{qp} es el peso asignado a la penalización al caudal al pico (pen_{qp}).

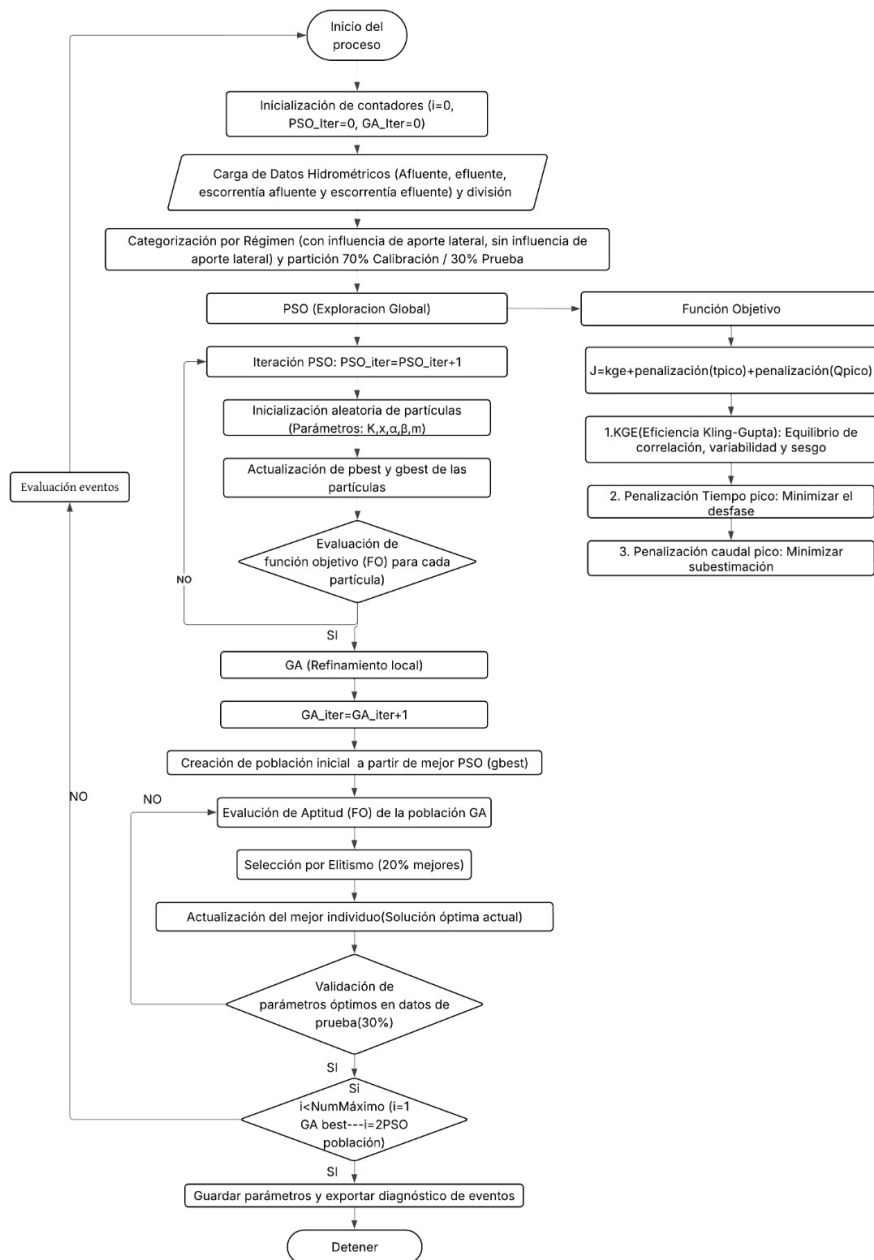
λ_r es el peso asignado al ajuste en la curva de resección (pen_r).

Esta expresión se aplica para cada evento de manera individual, calculando las métricas y penalizadores específicas para cada uno. Lo anterior permite identificar cómo el modelo se ajusta a cada evento observado. Los resultados individuales se combinan utilizando un promedio recortado con un 10% de exclusión en cada extremo para reducir el impacto de valores atípicos.

3.5. Implementación, justificación y calibración del modelo

La resolución paramétrica del Modelo de Muskingum No Lineal con Aporte Lateral (NLM-L) se abordó mediante una arquitectura de optimización computacional. Se implementó un ensamble metaheurístico secuencial de machine learning compuesto por PSO y GA. La metodología integral de este proceso computacional se esquematiza visualmente en la Ilustración 3-8.

Ilustración 3-8: Diagrama de flujo de la implementación del modelo híbrido de Muskingum

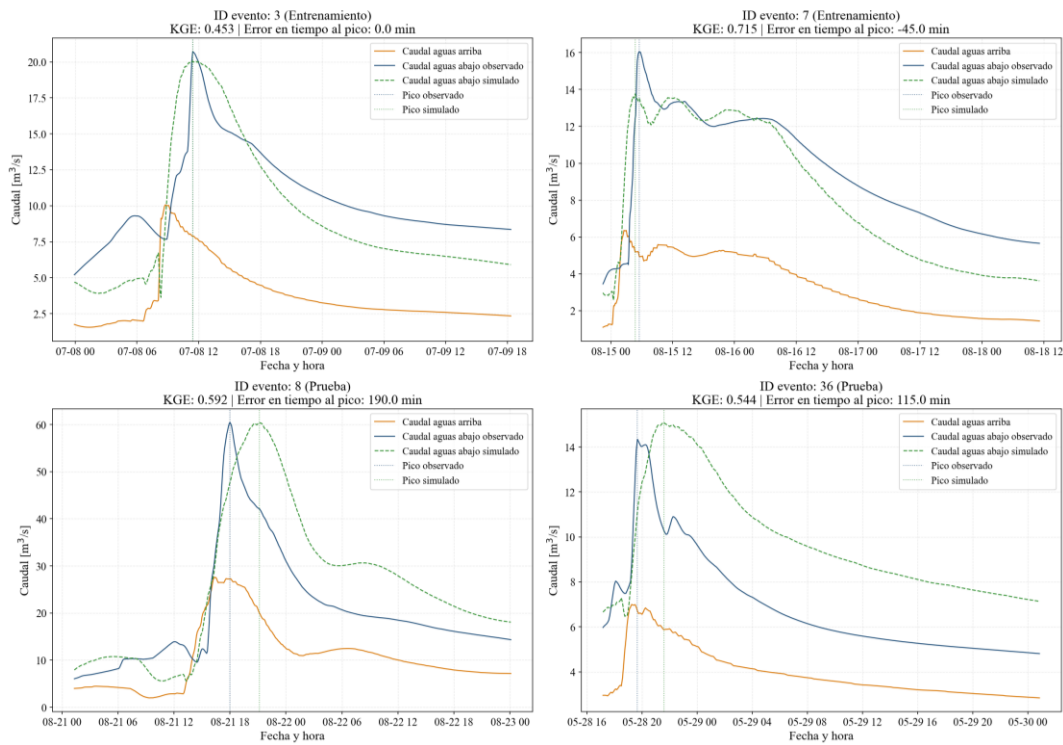


Fuente: Elaboración propia (2026).

Este diagrama de flujo resume la arquitectura lógica del sistema híbrido aplicado: detalla la categorización inicial de los eventos hidrológicos por régimen (con influencia de aporte lateral y sin influencia de aporte lateral), describe la interacción secuencial de los algoritmos evolutivos (PSO y GA) guiados por una función objetivo multicriterio y establecen el proceso de validación de los parámetros definitivos del modelo hidrológico.

La primera categoría de calibración corresponde a eventos con influencia de aporte lateral o comportamiento de ganancia. Para esta categoría se dispuso de un total de cuatro (4) eventos, los cuales fueron subdivididos en dos (2) eventos para entrenamiento y dos (2) para prueba. Esta partición se adoptó considerando que el número de eventos disponibles resulta insuficiente para aplicar el criterio convencional de distribución 70% - 30% entre entrenamiento y evaluación, por lo que se optó por una asignación equitativa que permita mantener representatividad en ambas etapas. Los resultados se presentan en la Ilustración 3-9, donde se muestra la comparación de caudales observados y simulados, junto con los principales indicadores de desempeño del modelo.

Ilustración 3-9: Resultados categoría con influencia de aporte lateral



Fuente: Elaboración propia (2026) con base en datos de ETAPA EP, Subgerencia de Gestión Ambiental (s.f.).

El conjunto de parámetros que mejor se ajustaron se presentan en la Tabla 3-3.

Tabla 3-3: Resumen de parámetros optimizados para la categoría con influencia de aporte lateral

K	X	m	α	β
$[L^{3(1-\alpha\beta)} * T^{\alpha\beta}]$	[ad.]	[ad.]	[ad.]	[ad.]
20.00	0.29	1.47	1.00	1.50

Fuente: Elaboración propia (2026) con base en datos de ETAPA EP, Subgerencia de Gestión Ambiental (s.f.).

La Tabla 3-4 presenta las métricas obtenidas para la categoría con influencia del aporte lateral. En todos los eventos se obtuvo un valor del coeficiente KGE superior a 0.4 pero con buenas estimaciones del caudal pico; una subestimación máxima del 14% y una sobrestimación del 5%. El tiempo al pico presenta principalmente sobrestimaciones siendo la mayor de 190 min (3h), la cual es proporcional a duración registrada de aproximadamente dos (2) días. En el mejor de los casos se obtuvo un error de tiempo al pico de cero (0) minutos.

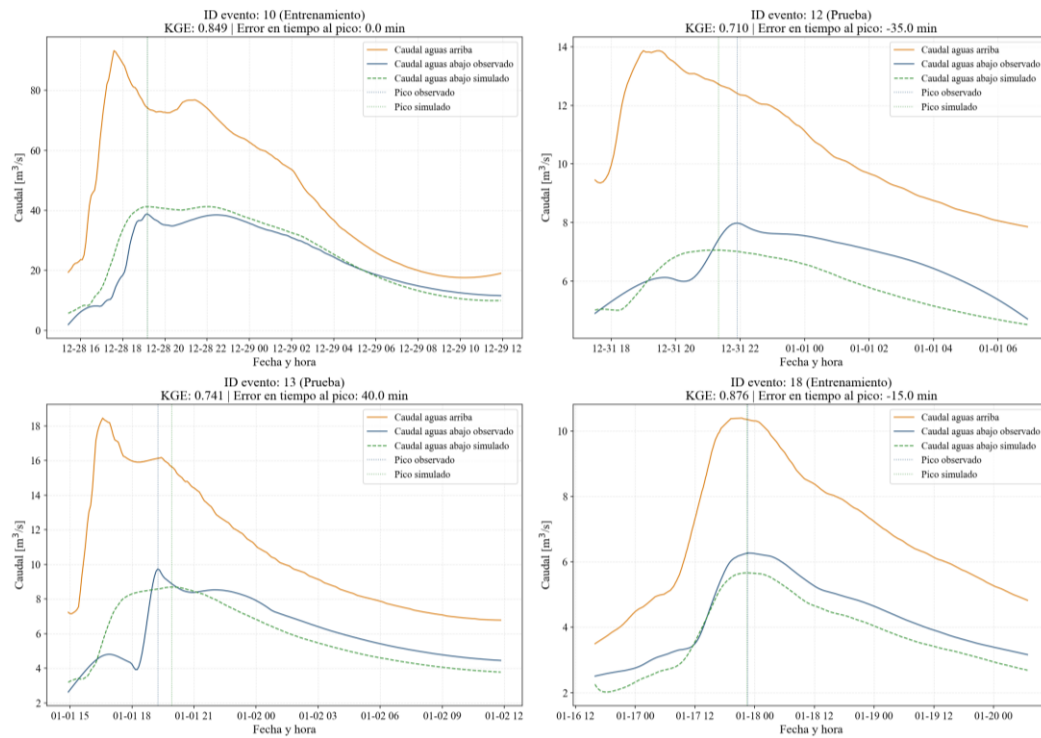
Tabla 3-4: Resumen de métricas para la categoría con influencia de aporte lateral

Eventos	División	KGE	NSE	Varex Q	RMSE	E _{Qp}	E _v	Δ _t	PBIAS
		[ad.]	[ad.]	[%]	[m ³ /s]	[%]	[%]	[min]	[%]
3	E	0.453	0.296	29.644	2.600	-3.174	-9.473	0	-13.218
7	E	0.715	0.611	61.103	1.896	-14.288	-8.346	-45	-12.036
8	P	0.592	0.433	43.302	9.062	-0.084	32.462	190	27.240
36	P	0.544	-0.930	-93.007	3.171	5.186	46.314	115	40.752

Fuente: Elaboración propia (2026) con base en datos de ETAPA EP, Subgerencia de Gestión Ambiental (s.f.).

De forma análoga, la segunda categoría corresponde a eventos sin influencia de aporte lateral o comportamiento de pérdida. Para este caso se dispuso igualmente de cuatro (4) eventos, distribuidos en dos (2) para entrenamiento y dos (2) para prueba, manteniendo el mismo criterio de partición adoptado previamente debido a la limitada disponibilidad de eventos. Los resultados obtenidos se presentan en la Ilustración 3-10, donde se muestra la comparación entre caudales observados y simulados, junto con los principales indicadores de desempeño.

Ilustración 3-10: Resultados categoría sin influencia de aporte lateral



Fuente: Elaboración propia (2026) con base en datos de ETAPA EP, Subgerencia de Gestión Ambiental (s.f.).

El conjunto de parámetros que mejor se ajustaron se presentan en la Tabla 3-5.

Tabla 3-5: Resumen de parámetros optimizados para la categoría con influencia de aporte lateral

K	X	m	α	β
$[L^{3(1-\alpha\beta)} \cdot T^{\alpha\beta}]$	[ad.]	[ad.]	[ad.]	[ad.]
100	0.18	-0.45	1.00	0.94

Fuente: Elaboración propia (2026) con base en datos de ETAPA EP, Subgerencia de Gestión Ambiental (s.f.).

La Tabla 3-6 presenta las métricas obtenidas para la categoría con influencia del aporte lateral. Aquí los resultados indican un mejor ajuste, con un valor del coeficiente KGE superior a 0.7 en todos los eventos. Las simulaciones del caudal pico son relativamente buenas, registrando una subestimación máxima del 11% y una sobrestimación de 6%. Al igual que en la categoría de ganancia, el tiempo al pico presenta principalmente subestimaciones, es decir, simulándose primero que el observado. Los máximos valores de subestimación y sobrestimación son de 35 min y 40 min, respectivamente.

Tabla 3-6: Resumen de métricas para la categoría sin influencia del aporte lateral

Eventos	División	KGE	NSE	Varex Q	RMSE	E _{Qp}	E _v	Δ _t	PBIAS
		[ad.]	[ad.]	[%]	[m ³ /s]	[%]	[%]	[min]	[%]
10	E	0.849	0.872	87.173	3.902	6.435	7.585	0	7.595
18	E	0.876	0.794	79.438	0.515	-9.697	-11.532	-15	-11.532
12	P	0.710	-0.062	-6.167	0.921	-11.556	-10.116	-35	-10.119
13	P	0.741	0.449	44.898	1.265	-10.796	-4.408	40	-4.402

Fuente: Elaboración propia (2026) con base en datos de ETAPA EP, Subgerencia de Gestión Ambiental (s.f.).

Conclusiones

La depuración y procesamiento de los registros hidrométricos permitieron mejorar sustancialmente la calidad de la información utilizada en el análisis. La aplicación de un filtro grueso facilitó la eliminación de valores atípicos y registros inconsistentes, asociados a saltos abruptos o magnitudes no representativas del comportamiento físico del sistema, así como la exclusión de valores negativos que podrían perjudicar los procesos posteriores. Sobre la serie depurada se implementó un filtro de suavizado, logrando atenuar el ruido provocado por las altas frecuencias sin alterar la estructura fundamental de los hidrogramas de crecida. En este proceso se conservaron características clave como la curva de inicio del evento, el caudal pico, el tiempo al pico y la fase de recesión. La consistencia de la señal procesada fue verificada mediante el coeficiente NSE, obteniéndose valores superiores a 0.9.

Se implementó una variante del Modelo de Muskingum no lineal capaz de representar la doble no linealidad del sistema, capturando la relación no lineal entre almacenamiento y caudal. Ante la ausencia de mediciones directas en los aportes tributarios intermedios en el tramo de estudio, la incorporación de un término de aporte lateral definido como una fracción del caudal de entrada demostró ser una aproximación consistente desde el punto de vista físico y matemático. Este planteamiento permitió reproducir los regímenes hidrológicos observados en el tramo, diferenciando eventos con incremento de caudal asociados a contribuciones laterales y eventos con pérdidas aparentes vinculadas a procesos de almacenamiento temporal.

El proceso de calibración estuvo condicionado por la disponibilidad limitada de información, restringida a eventos comprendidos entre los años 2023 y 2024 y caracterizada por una baja densidad temporal. A partir de criterios de selección y depuración, se definió un conjunto, que, aunque reducido, representa el comportamiento

típico entre los distintos regímenes hidrológicos y subdivididos en etapas de entrenamiento y evaluación. La escasa disponibilidad de eventos múltiplos impidió una representación estadística robusta de este tipo de respuestas, debido principalmente a su alta complejidad, por lo que el modelo fue especializado en hidrogramas de un solo pico con recesión completa, priorizando la estabilidad del proceso de calibración y la coherencia de los resultados dentro del rango operativo analizado.

La estimación de los parámetros de cada categoría mediante el algoritmo híbrido PSO-GA evidenció que la adecuada delimitación del espacio de búsqueda constituye un factor determinante en la eficiencia del proceso de optimización. La restricción de las fronteras paramétricas permitió mejorar la convergencia del algoritmo y evitar soluciones inconsistentes.

El desempeño predictivo del enfoque híbrido mostró una alta sensibilidad a la formulación de la función objetivo. La adopción de un enfoque multicriterio resultó fundamental para equilibrar la reproducción simultánea del tiempo de retardo, el caudal pico y el volumen total del hidrograma. Bajo esta configuración, el modelo alcanzó un nivel de precisión operativamente aceptable, reproduciendo adecuadamente las magnitudes máximas y la duración de los eventos, con errores en el tiempo de llegada no superiores a tres (3) horas en relación con la escala temporal de los hidrogramas analizados. En este sentido, la metodología desarrollada prioriza la consistencia física del proceso de propagación de crecidas sobre la optimización estricta de indicadores globales, lo que refuerza su aplicabilidad en contextos con limitaciones presentadas en los registros hidrométricos.

Referencias

- Acharya, D., Rani, A., Agarwal, S., & Singh, V. (2016). Application of adaptive Savitzky–Golay filter for EEG signal processing. *Perspectives in Science*, 8, 677–679. <https://doi.org/10.1016/j.pisc.2016.06.056>
- Ahmadi, N., & Moradinia, S. F. (2024). An approach for flood flow prediction utilizing new hybrids of ANFIS with several optimization techniques: a case study. *Hydrology Research*, 55(5), 560–575. <https://doi.org/10.2166/nh.2024.191>
- Akbari, & HeReyhanehssami-Kermani, M. R. (2022). A new method for dividing flood period in the variable-parameter Muskingum models. *Hydrology Research*, 53(1), 241–257. <https://doi.org/10.2166/NH.2021.192>
- Al, C., & Book, E. J. K. (n.d.). *Techniques of Water-Resources Investigations of the United States Geological Survey DISCHARGE RATINGS AT GAGING STATIONS*
Link back to USGS publications.
- Anaraki, M. V., & Farzin, S. (2025). A New Flood Routing Framework Based on Modified Muskingum Model and Nature-Based Optimization Algorithms. *Journal of Flood Risk Management*, 18(3). <https://doi.org/10.1111/jfr3.70085>
- Annis1, A., & Nardi1, F. (2021). *hidrología Nota técnica GFPLAIN y modelado de asimilación de datos de múltiples fuentes: conceptualización de un marco de pronóstico de inundaciones respaldado por el mapeo rápido de llanuras aluviales hidrogeomórficas.* <https://doi.org/10.3390/hidrología8040143>
- Antwi-Agyakwa, K. T., Afenyo, M. K., & Angnuureng, D. B. (2023). Know to Predict, Forecast to Warn: A Review of Flood Risk Prediction Tools. In *Water (Switzerland)* (Vol. 15, Number 3). MDPI. <https://doi.org/10.3390/w15030427>
- Arias, P. A., Garreaud, R., Poveda, G., Espinoza, J. C., Molina-Carpio, J., Masiokas, M., Viale, M., Scaff, L., & van Oevelen, P. J. (2021). Hydroclimate of the Andes Part II: Hydroclimate Variability and Sub-Continental Patterns. In *Frontiers in Earth Science* (Vol. 8). Frontiers Media SA. <https://doi.org/10.3389/feart.2020.505467>
- Atashi, V., Barati, R., & Lim, Y. H. (2023). Development of a distributed nonlinear Muskingum model by considering snowmelt effects for flood routing in the Red River. *Scientific Reports*, 13(1). <https://doi.org/10.1038/s41598-023-48895-8>

- Bozorg Haddad, O., Hamed, F., Orouji, H., Pazoki, M., & Loáiciga, H. A. (2015). A Re-parameterized and Improved Nonlinear Muskingum Model for Flood Routing. *Water Resources Management*, 29(9), 3419–3440. <https://doi.org/10.1007/s11269-015-1008-9>
- Carrasco, A., Gustavo, G., Granados, V., Mariano, L., Ramos, A., del Carmen, J., Nunura, S., & del Socorro, G. (n.d.). Estimación del tránsito de avenidas empleando el método de Muskingum en la estación El Tambo de la cuenca Chicama. In *Perú. Rev* (Vol. 8, Number 2). Retrieved <https://orcid.org/0000-0002->
- Choudhury, P., Rakesh, ;, Shrivastava, K., & Narulkar, S. M. (n.d.). *Flood Routing in River Networks Using Equivalent Muskingum Inflow*. <https://doi.org/10.1061/ASCE1084-069920027:6413>
- Chow, V. te., & Maidment, D. R. . (1998). *Applied hydrology*. McGraw-Hill.
- Chu, H. J. (2009). The Muskingum flood routing model using a neuro-fuzzy approach. *KSCCE Journal of Civil Engineering*, 13(5), 371–376. <https://doi.org/10.1007/s12205-009-0371-6>
- David, L. M., & Mota, T. M. (2022). Quality Assessment of Small Urban Catchments Stormwater Models: A New Approach Using Old Metrics. *Hydrology*, 9(5). <https://doi.org/10.3390/hydrology9050087>
- Emerton, R. E., Stephens, E. M., Pappenberger, F., Pagano, T. C., Weerts, A. H., Wood, A. W., Salamon, P., Brown, J. D., Hjerdt, N., Donnelly, C., Baugh, C. A., & Cloke, H. L. (2016). Continental and global scale flood forecasting systems. In *Wiley Interdisciplinary Reviews: Water* (Vol. 3, Number 3, pp. 391–418). John Wiley and Sons Inc. <https://doi.org/10.1002/wat2.1137>
- Fernández de Córdova, J., Arias Lastre, P. P., Rodríguez López, Y., & León Méndez, A. J. F. (2021). *Modelo lluvia-escurrimiento para la cuenca del río Yanuncay en Cuenca, Ecuador Rain-runoff model for the Yanuncay river basin in Cuenca, Ecuador: XLII* (Number 3).
- Haiati, F., Yaghoubi, B., & Nazif, S. (2025). Determining the parameters of different Muskingum models with chimp optimization algorithm and verifying them using the Daechung flood of 2014 and 2018. *Applied Water Science*, 15(6). <https://doi.org/10.1007/s13201-025-02477-3>

- Hamilton, S., Watson, M., & Pike, R. (2019). The Role of the Hydrographer in Rating Curve Development. *Confluence: Journal of Watershed Science and Management*, 3(1). <https://doi.org/10.22230/jwsm.2019v3n1a11>
- Hayder, I. M., Al-Amiedy, T. A., Ghaban, W., Saeed, F., Nasser, M., Al-Ali, G. A., & Younis, H. A. (2023). An Intelligent Early Flood Forecasting and Prediction Leveraging Machine and Deep Learning Algorithms with Advanced Alert System. *Processes*, 11(2). <https://doi.org/10.3390/pr11020481>
- Kadhar, K. M. A., Natarajan, N., Vasudevan, M., & Gurusamy, S. (2022). Parameter evaluation of a nonlinear Muskingum model using a constrained self-adaptive differential evolution algorithm. *Water Practice and Technology*, 17(11), 2396–2407. <https://doi.org/10.2166/wpt.2022.137>
- Kadhim, M. A., Al-Bedyry, N. K., & Omran, I. I. (2022). Evaluation of Flood Routing Models and Their Relationship to the Hydraulic Properties of the Diyala River Bed. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, 961(1). <https://doi.org/10.1088/1755-1315/961/1/012058>
- KATIPOĞLU, O. M. (2022). Data division effect on machine learning performance for prediction of streamflow. *DÜMF Mühendislik Dergisi*, 653–660. <https://doi.org/10.24012/dumf.1158748>
- Lee, E. H., Lee, H. M., & Kim, J. H. (2018). Development and Application of Advanced Muskingum Flood Routing Model Considering Continuous Flow. *Water (Switzerland)*, 10(6). <https://doi.org/10.3390/w10060760>
- Meteorological Organization, W. (1980). *Associated Programme on Flood Management c/o Hydrology and Water Resources Department World Meteorological Organization VOLUME II-COMPUTATION OF diSCHARGE QUALITY MANAGEMENT FRAMEWORK MANUAL ON STREAM GAUGING*. www.apfm.info
- Moradi, E., Yaghoubi, B., & Shabanlou, S. (2023a). A new technique for flood routing by nonlinear Muskingum model and artificial gorilla troops algorithm. *Applied Water Science*, 13(2). <https://doi.org/10.1007/s13201-022-01844-8>

- Moradi, E., Yaghoubi, B., & Shabanlou, S. (2023b). A new technique for flood routing by nonlinear Muskingum model and artificial gorilla troops algorithm. *Applied Water Science*, 13(2). <https://doi.org/10.1007/s13201-022-01844-8>
- Muñoz, P., Célleri, R., & Feyen, J. (2016). Effect of the resolution of tipping-bucket rain gauge and calculation method on rainfall intensities in an andean mountain gradient. *Water (Switzerland)*, 8(11). <https://doi.org/10.3390/w8110534>
- Muñoz, P., Orellana-Alvear, J., Willems, P., & Célleri, R. (2018a). Flash-flood forecasting in an andean mountain catchment-development of a step-wise methodology based on the random forest algorithm. *Water (Switzerland)*, 10(11). <https://doi.org/10.3390/w10111519>
- Muñoz, P., Orellana-Alvear, J., Willems, P., & Célleri, R. (2018b). Flash-flood forecasting in an andean mountain catchment-development of a step-wise methodology based on the random forest algorithm. *Water (Switzerland)*, 10(11). <https://doi.org/10.3390/w10111519>
- Papamichail, D., & Georgiou, P. (1994). *Parameter estimation of linear and nonlinear Muskingum models for river flood routing*. www.witpress.com,
- Patil, G., & Kherde, R. (2024). Hydrological Modeling of Large River Basin using Soil Moisture Accounting Model and Monte Carlo Simulation. *Trends in Sciences*, 21(6). <https://doi.org/10.48048/tis.2024.7696>
- Roger Jang, J.-S. (1993). *ANFIS: Adaptive-Ne twork-Based Fuzzy Inference System* (Vol. 23, Number 3).
- Seong, K.-W. (2017). *A Practical Approach Deriving Optimal Unit Hydrograph from Noisy Runoff in absence of Rainfall Data*. <https://doi.org/10.20944/preprints201710.0158.v1>
- Sun, L., Gao, H., Pan, S., & Wang, J.-X. (2019). *Surrogate Modeling for Fluid Flows Based on Physics-Constrained Deep Learning Without Simulation Data*. <https://doi.org/10.1016/j.cma.2019.112732>
- Wang, X., Pan, M., & Xia, C. (2019). *Water Level Data Preprocessing Method Based on Savitzky-Golay Filter*.

- Widiasari, I. R., & Efendi, R. (2024). Utilizing LSTM-GRU for IOT-Based Water Level Prediction Using Multi-Variable Rainfall Time Series Data. *Informatics*, *11*(4). <https://doi.org/10.3390/informatics11040073>
- Xu, G., Cui, Q., Shi, X., Ge, H., Zhan, Z. H., Lee, H. P., Liang, Y., Tai, R., & Wu, C. (2019). Particle swarm optimization based on dimensional learning strategy. *Swarm and Evolutionary Computation*, *45*, 33–51. <https://doi.org/10.1016/j.swevo.2018.12.009>