



**UNIVERSIDAD DEL AZUAY**

**FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA**

**ESCUELA DE INGENIERÍA EN MINAS**

**Evaluación de la Cinética de Molienda de clínker considerando  
variación del factor de llenado y la distribución de tamaño de  
los elementos moledores.**

**Trabajo de graduación previo a la obtención del título de:**

**INGENIERO EN MINAS**

**Autor**

**CRISTIAN ISRAEL GONZÁLEZ PAREDES**

**Director**

**FERNANDO TULIO VALENCIA GUARICELA**

**CUENCA, ECUADOR**

**2019**

## **DEDICATORIA**

Dedico esto a mis padres que me apoyaron para cumplir esta meta y a la idea que hizo nacer en mí las ganas de seguir esta carrera.

## **AGRADECIMIENTOS**

Agradezco a mi familia, amigos y profesores por lo que en su momento pudieron y quisieron aportar.

## ÍNDICE DE CONTENIDOS

DEDICATORIA .....	ii
AGRADECIMIENTOS .....	iii
ÍNDICE DE CONTENIDOS .....	iv
ÍNDICE DE FIGURAS .....	vi
ÍNDICE DE TABLAS .....	viii
ÍNDICE DE ANEXOS .....	ix
RESUMEN .....	x
ABSTRACT .....	xi
<b>INTRODUCCIÓN</b> .....	<b>1</b>
<b>CAPÍTULO I: MARCO TEÓRICO</b> .....	<b>3</b>
1.1. Antecedentes de la investigación .....	3
1.2. Características del clínker .....	5
1.3. Aspectos de la conminución .....	5
1.3.1. Molino rotatorio de bolas .....	6
1.3.2. Molinos para cemento .....	7
1.3.3. Proceso de molienda .....	9
1.3.4. Acción de los elementos moledores .....	12
1.3.5. Límites de reducción de tamaño .....	15
1.4. Parámetros de molienda .....	17
1.4.1. Factor de llenado .....	17
1.4.2. Distribución de los elementos moledores .....	20
1.4.3. Velocidad .....	21
1.4.4. Área específica .....	23
1.5. Distribución de tamaño de partículas .....	24
1.5.1. Tamizado .....	25
1.5.2. Rosin Rammler .....	26
1.6. Molienda circuito cerrado .....	27
1.7. Modelos matemáticos .....	28
1.8. Molienda por lotes (Batch) .....	28

1.9. Cinética de molienda.....	29
<b>CAPÍTULO II: MATERIALES Y MÉTODOS .....</b>	<b>32</b>
2.1. Descripción del molino de bolas del laboratorio.....	32
2.2. Matriz de experimentación.....	35
2.3. Diseño de la Investigación .....	35
2.4. Generación de datos y curvas granulométricas .....	39
<b>CAPÍTULO III: ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS .....</b>	<b>50</b>
3.1. Análisis de resultados.....	50
3.2. Comparación de datos .....	53
3.3. Discusión de resultados.....	54
<b>CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES .....</b>	<b>57</b>
<b>BIBLIOGRAFÍA.....</b>	<b>59</b>
<b>ANEXOS.....</b>	<b>61</b>

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1. Molino de Bolas cementero. ....	9
Figura 1.2. Movimiento de los cuerpos moledores en el interior de un molino. ....	10
Figura 1.3. En el siguiente grafico se presenta un esquema general de la fractura de partículas. Las reacciones dependen las características de las fuerzas, de las características mecánicas del material, su homogeneidad y de las micro fisuras. ....	11
Figura 1.4. Gráfica del movimiento de rotación de un molino cilíndrico. ....	12
Figura 1.5. Fracturamiento por impacto. ....	13
Figura 1.6. Fracturamiento por atrición. ....	13
Figura 1.7. Representación del aplastamiento de material mediante el impacto de dos bolas. ....	14
Figura 1.8. Movimiento de los elementos moledores en el interior del molino, y el impacto que llega a moler las partículas. ....	15
Figura 1.9. Bolas de Molienda cubiertas de polvo de: (a) cemento, (b) mármol, (c) sílice, (d) silicio, (e) corindón. ....	16
Figura 1.10. Interior del molino. ....	18
Figura 1.11. Elección del tamaño de las bolas. Las curvas y rectas de las representaciones significan: I, material duro; II, material de dureza media; III, material blando. ....	20
Figura 1.12. Relación de los parámetros de Factor de Llenado y Porcentaje de la Velocidad Crítica. ....	22
Figura 1.13. Ilustración de la fracción de material fracturado desde un monotamaño, que queda en un intervalo de tamaño determinado. ....	25
Figura 2.1. Trituración clínker. ....	36
Figura 2.2. Clínker homogenizado. ....	36
Figura 2.3. Pesaje de las bolas. ....	37
Figura 2.4. Molino y material. ....	38
Figura 2.5. Molino de bolas. ....	38
Figura 2.6. Tamizado. ....	39
Figura 2.7. J1 y Distribución de llenado 37 mm, 80%; 25 mm, 10%; y 15 mm, 10%. ....	41
Figura 2.8. J1 y Distribución de Llenado 37 mm, 10%; 25 mm, 80%; y 15 mm, 10%. ....	42

Figura 2.9. J1 y Distribución de Llenado 37 mm, 10%; 25 mm, 10%; y 15 mm, 80%. .....	43
Figura 2.10. J2 y Distribución de Llenado 37 mm, 80%; 25 mm, 10%; y 15 mm, 10%. ....	44
Figura 2.11. J2 y Distribución de Llenado 37 mm, 10%; 25 mm, 80%; y 15 mm, 10%. ....	45
Figura 2.12. J2 y Distribución de Llenado 37 mm, 10%; 25 mm, 10%; y 15 mm, 80%. ....	46
Figura 2.13. J3 y Distribución de Llenado 37 mm, 80%; 25 mm, 10%; y 15 mm, 10%. ....	47
Figura 2.14. J3 y Distribución de Llenado 37 mm, 10%; 25 mm, 80%; y 15 mm, 10%. ....	48
Figura 2.15. J3 y Distribución de Llenado 37 mm, 10%; 25 mm, 10%; y 15 mm, 80%. ....	49
Figura 3.1. Granulometría de las pruebas a los tres minutos.....	51
Figura 3.2. Granulometría de las pruebas a los seis minutos. ....	51
Figura 3.3. Granulometría de las pruebas a los diez minutos.....	52
Figura 3.4. Granulometría de las pruebas a los quince minutos.....	52
Figura 3.5. Variación del porcentaje de masa menor a 75 micras a través del tiempo. ....	54
Figura 3.6. Rangos de tamaño de variación, a los 15 minutos de molienda. ....	55

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 2.1. Especificaciones técnicas del molino de laboratorio.....	32
Tabla 2.2. Relación entre el peso de las bolas de acero y el peso del material. ....	33
Tabla 2.3. Variables del Factor de Llenado.....	33
Tabla 2.4. Distribución del tamaño de las bolas.....	34
Tabla 2.5. Matriz de Experimentación. ....	35
Tabla 2.6. J1 y Distribución de llenado 37 mm, 80%; 25 mm, 10%; y 15 mm, 10%. ....	40
Tabla 2.7. J1 y Distribución de Llenado 37 mm, 10%; 25 mm, 80%; y 15 mm, 10%. ....	41
Tabla 2.8. J1 y Distribución de Llenado 37 mm, 10%; 25 mm, 10%; y 15 mm, 80%. ....	42
Tabla 2.9. J2 y Distribución de Llenado 37 mm, 80%; 25 mm, 10%; y 15 mm, 10%. ....	43
Tabla 2.10. J2 y Distribución de Llenado 37 mm, 10%; 25 mm, 80%; y 15 mm, 10%. ....	44
Tabla 2.11. J2 y Distribución de Llenado 37 mm, 10%; 25 mm, 10%; y 15 mm, 80%. ....	45
Tabla 2.12. J3 y Distribución de Llenado 37 mm, 80%; 25 mm, 10%; y 15 mm, 10%. ....	46
Tabla 2.13. J3 y Distribución de Llenado 37 mm, 10%; 25 mm, 80%; y 15 mm, 10%. ....	47
Tabla 2.14. J3 y Distribución de Llenado 37 mm, 10%; 25 mm, 10%; y 15 mm, 80%. ....	48
Tabla 3.1. Granulometría inicial.....	50
Tabla 3.2. Análisis comparativo de la distribución con el 80% de bolas de 37 mm. ....	53

## ÍNDICE DE ANEXOS

Anexo 1. Modelo Rosin Rammler de la combinación J1 - (DTB1), a los 15 minutos.....	61
Anexo 2. Tabla de los datos del Modelo de Rosin Rammler de la combinación J1 - (DTB1), a los 15 minutos.....	61
Anexo 3. Modelo Rosin Rammler de la combinación J2 - (DTB1), a los 15 minutos.....	62
Anexo 4. Tabla de los datos del Modelo de Rosin Rammler de la combinación J2 - (DTB1), a los 15 minutos.....	62
Anexo 5. Modelo Rosin Rammler de la combinación J3 - (DTB1), a los 15 minutos.....	63
Anexo 6. Tabla de los datos del Modelo de Rosin Rammler de la combinación J3 - (DTB1), a los 15 minutos.....	63
Anexo 7. Modelo Rosin Rammler de la combinación J1 - (DTB2), a los 15 minutos.....	64
Anexo 8. Tabla de los datos del Modelo de Rosin Rammler de la combinación J1 - (DTB2), a los 15 minutos.....	64
Anexo 9. Modelo Rosin Rammler de la combinación J2 - (DTB2), a los 15 minutos.....	65
Anexo 10. Tabla de los datos del Modelo de Rosin Rammler de la combinación J2 - (DTB2), a los 15 minutos. ....	65
Anexo 11. Modelo Rosin Rammler de la combinación J3 - (DTB2), a los 15 minutos.....	66
Anexo 12. Tabla de los datos del Modelo de Rosin Rammler de la combinación J3 - (DTB2), a los 15 minutos. ....	66
Anexo 13. Modelo Rosin Rammler de la combinación J1 - (DTB3), a los 15 minutos.....	67
Anexo 14. Tabla de los datos del Modelo de Rosin Rammler de la combinación J1 - (DTB3), a los 15 minutos. ....	67
Anexo 15. Modelo Rosin Rammler de la combinación J2 - (DTB3), a los 15 minutos.....	68
Anexo 16. Tabla de los datos del Modelo de Rosin Rammler de la combinación J2 - (DTB3), a los 15 minutos. ....	68
Anexo 17. Modelo Rosin Rammler de la combinación J3 - (DTB3), a los 15 minutos.....	68
Anexo 18. Tabla de los datos del Modelo de Rosin Rammler de la combinación J3 - (DTB3), a los 15 minutos. ....	69

**EVALUACIÓN DE LA CINÉTICA DE MOLIENDA DE CLÍNKER  
CONSIDERANDO VARIACIÓN DEL FACTOR DE LLENADO Y LA  
DISTRIBUCIÓN DE TAMAÑO DE LOS ELEMENTOS MOLEDORES.**

**RESUMEN**

La investigación propuesta analizó la relación óptima entre el factor de llenado y la distribución de tamaño de los elementos moledores, ambos parámetros de operación de la molienda de clínker. Para ello se realizó pruebas de molienda en laboratorio y análisis granulométricos de los productos, obteniendo como resultado diferentes velocidades de reducción de las cuales la más eficiente tuvo un factor de llenado del 24,8% y una distribución de tamaño de bolas, DTB, del 80% con diámetro de 37 mm, 10% de 25 mm y 10% de 15 mm, destacando ésta distribución como la que más influyó en el proceso.

**Palabras Claves:** Cinética, molienda, llenado, bolas, clínker.



Fernando Tulio Valencia Guaricela  
**Director del Trabajo de Titulación**



Leonardo Aníbal Núñez Rodas  
**Coordinador de Escuela**



Cristian Israel González Paredes

**Autor**

**EVALUATION OF CLINKER MILLING KINETICS CONSIDERING THE VARIATION OF THE FILLING FACTOR AND THE SIZE DISTRIBUTION OF THE GRINDING ELEMENTS.**

**ABSTRACT**

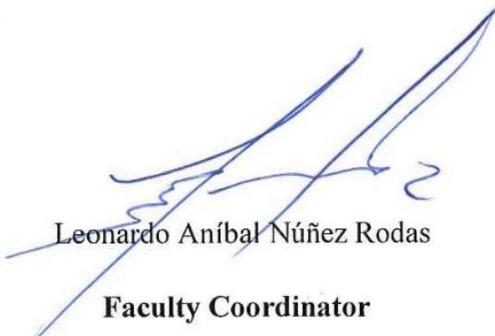
This investigation analyzed the optimal relationship between the filling factor and the size distribution of the grinding elements, which are operating parameters of the clinker grinder. For this, grinding tests were carried out in the laboratory. A granulometric analysis of the products was also performed. As a result, different reduction speeds were obtained. The most efficient had a filling factor of 24.8% and DTB ball size distributions of 80% with a diameter of 37mm, 10% with 25mm and 10% with 15mm. This distribution stood out as the most influential in the process.

**Keywords:** Kinetics, grinding, filling, balls, clinker.



Fernando Tulio Valencia Guaricela

**Thesis Director**



Leonardo Aníbal Núñez Rodas

**Faculty Coordinator**



Cristian Israel González Paredes

**Author**



Translated by  
Ing. Paúl Arpi

Cristian Israel González Paredes

Trabajo de Titulación

Ing. Fernando Tulio Valencia Guaricela. Msc.

Julio 2019

**EVALUACIÓN DE LA CINÉTICA DE MOLIENDA DE CLÍNKER  
CONSIDERANDO VARIACIÓN DEL FACTOR DE LLENADO Y LA  
DISTRIBUCIÓN DE TAMAÑO DE LOS ELEMENTOS MOLEDORES.**

**INTRODUCCIÓN**

Se puede definir la molienda como una reducción del tamaño de las partículas para mejorar el producto, o para requerimientos de procesos posteriores. En estos procesos se utilizan molinos, los cuales mediante la combinación de esfuerzos de impacto y abrasión logran el objetivo, de reducir de tamaño las partículas. Estos equipos pueden trabajar en seco o en húmedo. La diferencia entre ambos medios se suele caracterizar por una humedad en torno al 8%. Por debajo se considera humedad superficial y el trabajo de los equipos es en seco (Blanco & Calvo, 2016).

El presente trabajo trata acerca de la molienda de clínker, proceso que forma parte en la elaboración del cemento. Este proceso es usado, a parte de la industria cementera, en empresas como: la agrícola, farmacéutica, química, minera, construcción, entre otras. La molienda es la última etapa de la fragmentación industrial, normalmente va después de la trituración, y se caracteriza por producir una mayor cantidad de partículas finas. El molino de bolas es el equipo utilizado para la conminución y elaboración del cemento. El molino de bolas más empleado en la industria cementera es el molino de compartimentos, ya que permite tener un mayor control del tamaño de las partículas.

Una de las características de este proceso es que las partículas de clínker requieren cierto tamaño. Este tamaño define la calidad del cemento, y también influirá en la elaboración del hormigón. Un mal desarrollo de este proceso origina efectos negativos como la sobremolienda o la submolienda, que ocasiona un alto consumo de energía o que el producto no cumpla con los requerimientos técnicos, respectivamente, y que son perjudiciales para la empresa.

Para solucionar este problema de equilibrar el exceso de moler demasiado o moler muy poco, los molinos evacúan el material que ya ha llegado a la granulometría deseada, y evitan la sobremolienda. Para ello se utilizan separadores por aire, en el caso del cemento.

En el marco de la teoría de molienda en laboratorios, la investigación se realizó con una serie de pruebas, en las que se dejó moler el material por lapsos de tiempo, manteniendo la cantidad de material en cada molienda, entre cada cierto período de tiempo se tomó análisis granulométricos, utilizando tamices, y esto permitió ver cómo varió su curva granulométrica.

El objetivo de este trabajo es conocer la cinética de molienda, es decir la velocidad con que se desarrolla el proceso, trabajando con bolas de acero como elementos moledores, en el entorno controlado de un laboratorio. Esto permitirá identificar posibles mejoras y optimizaciones para este proceso, relacionando el factor de llenado y la distribución de tamaño de los elementos moledores para obtener una velocidad de reducción óptima. El estudio del efecto de la combinación de estos parámetros determinantes puede ayudar a establecer condiciones de tiempo de residencia y consumo de energía.

# CAPÍTULO I

## MARCO TEÓRICO

En el presente capítulo se realiza un análisis de los diferentes aspectos que resultan medulares para el desarrollo de la investigación, incluyendo los principales trabajos que han sido tratados sobre el tema en cuestión, para aprovechar sus principales aportes y experiencias. Son empleados temas relacionados con las características generales del clínker y el efecto de los elementos molidores en el proceso de molienda.

### **1.1. Antecedentes de la investigación**

Los procesos de reducción de tamaño de partículas son una operación importante para las industrias, mineras metalúrgica, de energía y química. Existe una gran cantidad de materiales frágiles, tales como rocas, minerales, carbón, productos del cemento u otros, que son necesarios reducir de tamaño, pero, debido a que estas actividades productivas consumen mucha energía, le generan mayores costos a las empresas. La falta de información y por consiguiente de ideas para mejorar estos procesos, dejará estancado la línea de mejora de una empresa.

Se aplica la palabra conminución para referirse a un proceso en el que se aplican fuerzas a una partícula para dividirla en partículas más pequeñas, y así hasta que tenga un tamaño adecuado, el material estará apto para procesos posteriores. En las máquinas de conminución, las partículas se someten a cargas por fuerzas de contacto, si la intensidad de campo de esfuerzos en el interior de las partículas es suficiente para desarrollar al menos una grieta, estas se quiebran. A este evento se le llama fracturamiento y corresponde al proceso elemental de la conminución (Austin & Concha, 1994).

El proceso de molienda forma parte de un sistema. Este sistema está encaminado a la reducción del tamaño de los minerales. La molienda es la última etapa del proceso de conminución, en esta etapa las partículas se reducen de tamaño por una combinación de impacto y abrasión, ya sea por vía seca o por métodos húmedos, donde se añade agua al proceso de molienda, denominándole a la mezcla del material con el agua, “pulpa”. En esta etapa su eficacia va a depender del control que se tenga de la granulometría del producto, evitando tanto la submolienda, que genera un producto muy grueso, como la

sobremolienda, que ocasiona pérdidas de tiempo y energía. Conocer cómo funciona el sistema nos permitirá modelar o evaluar la granulometría de salida.

En la elaboración del cemento casi el 85% del total de la energía invertida corresponde al proceso de conminución de la materia prima; aproximadamente el 75% solo a la molienda (Duda, 1977). Como todos los procesos de molienda consume mucha energía, energía que es disipada por diferentes eventos de fractura.

Otro problema es que la energía entregada al molino, que se convierte enteramente en fractura, se ha calculado que es mucho más baja que las demás formas disipantes de energía que también se dan dentro del molino. De acuerdo con interpretaciones muy diversas, la energía que la molienda utiliza para transformarla en trabajo de desmenuzamiento está situado entre el 2% y el 20% (Duda, 1977). La energía se distribuye en rozamiento en las partículas entre sí, rozamiento de las partículas con las paredes del molino, ruido, calor, vibración, rendimientos del motor y del molino, elevación del material en el molino, entre otros, que consumen gran cantidad de la energía entregada. El nivel del grado de eficiencia de la molienda es objeto de controversia según la definición que se adopte.

La molienda se realiza en molinos de forma cilíndrica que giran alrededor de su eje horizontal y que contienen una carga de cuerpos sueltos de molienda conocidos como “elementos moledores”, los cuales están libres para moverse a medida que el molino gira produciendo la conminución de las partículas. Se tiene evidencia de que el comportamiento de los medios de molienda, afecta la productividad de los equipos, las distribuciones granulométricas generadas, las razones de recirculación, la eficiencia de los separadores de tamaño y en general, de las diferentes operaciones que están alrededor del proceso de molienda. La caracterización del comportamiento del material con respecto a la molienda y el conocimiento de la granulometría de salida permitirá definir las etapas posteriores del procesamiento del mineral hasta su producto final. La función primaria de un molino es inducir esfuerzos en tantas partículas de la carga como sea posible, para provocar fractura con la menor cantidad de energía.

## **1.2. Características del clínker**

El clínker es formado a partir de una mezcla de caliza y arcilla, seguidamente la mezcla es calcinada a una temperatura de 1350 a 1450°C, para posteriormente ser molida, y mediante la añadidura de otros componentes formar el cemento. Por lo tanto la molienda es el último escalón para llegar al producto, y el último que definirá la calidad del clínker.

El valor de la finura en la molienda será el que decida la calidad del cemento, cuanto más fino, mayor será la superficie por unidad de peso del cemento y las reacciones de hidrólisis se producirán con mayor frecuencia y facilidad. Esto quiere decir que mayor será el área de contacto que tenga el material con el agua, en la elaboración del hormigón, dando lugar a un mayor desarrollo en la formación de los hidrosilicatos, hidroaluminatos y geles por unidad de volumen, aumentando la gradiente de resistencia a la compresión en el endurecimiento, sobre todo a corto plazo. La superficie específica está relacionada con la distribución de tamaños de partículas y éste a su vez con el proceso de molienda (Abad & Martínez, 2009).

Se ha relacionado la eficiencia de la granulometría de las partículas del cemento con un tamaño entre 10-30  $\mu\text{m}$ , para que las reacciones de hidratación se realicen con mayor rapidez, ocasionando el incremento de la resistencia del cemento. Las partículas muy grandes no hidratan completamente, lo que lleva a una disminución de la calidad, y las partículas muy finas solamente mejoran las resistencias iniciales, además de provocar una demanda de molienda extra, que resulta ser muy costosa. No se trata de conseguir la mayor área específica posible, en el proceso de molienda, si no que el producto molido cumpla determinadas leyes relativas a la granulometría del producto (Abad & Martínez, 2009).

## **1.3. Aspectos de la conminución**

La conminución depende mucho de la dureza del mineral y de las características de los equipos. La resistencia de las partículas a ser molidas es debida a su cohesión. La resistencia cohesiva puede ser definida como la unión de varios planos de moléculas sujetas a una tensión unidimensional simple, que permite se mantengan en equilibrio. Pero este equilibrio puede ser vencido aplicando la fuerza suficiente venciendo las fuerzas de atracción.

Otra forma de romper el material es por las grietas macroscópicas que existen, es probable que solo se necesiten esfuerzos pequeños, comparados con la energía necesaria para romper la cohesión del mineral. Las partículas más pequeñas tienen claramente una menor probabilidad de contener fallas. En principio las partículas muy pequeñas se aproximan a una resistencia ideal.

El aspecto importante de la conminución es conocer cómo reducir de tamaño la partícula, pero para este proceso intervienen muchos factores, y el estudio se hace muy amplio. Medir la eficiencia de este proceso no necesita de tantos factores, uno de ellos es el tamaño de la partícula, como indica la siguiente fórmula matemática (Jaico, 2009):

$$E_{conminución} = \left[ \frac{f(x)_{alimento} - f(x)_{producto}}{f(x)_{alimento}} \right] * 1 \quad (1.1)$$

Donde  $f(x)$  representa el porcentaje del peso que pasa la malla de tamaño  $x$ .

### 1.3.1. Molino rotatorio de bolas

El molino es un reactor cilíndrico de acero, que gira en su propio eje, y transforma la alimentación de gran tamaño, desmenuzándolos, en granos más finos. Una característica distintiva de los molinos rotatorios es el uso de cuerpos de molienda. Estos son grandes y pesados con relación al material a moler, pero pequeñas con relación al volumen del molino, y que ocupan menos de la mitad del volumen del molino. Si se analiza fijamente el comportamiento de elementos moledores, el efecto del choque y rozamiento entre estos, el material y las paredes blindadas del molino, generan el fracturamiento y desmenuzamiento de las partículas, esto es parte de la operación de molienda.

En el proceso de conminución lo más importante es la potencia que consume el molino, que es proporcional a la capacidad que éste desarrolla, por lo general a más potencia, más volumen de trabajo y más fracturamiento de las partículas en el interior del molino. El fraccionamiento de las partículas, está en función creciente del consumo de energía, por aquellas partículas y fragmentos que se están rompiendo por acción de los medios de molienda.

Es de mucha importancia conocer el modo de operación de un molino rotatorio de bolas, al igual que la manera de fracturar un cuerpo sólido. Este requiere la aplicación de

esfuerzos suficientes sobre el material para romper los enlaces entre los átomos de la red cristalina. Al impactar los elementos moledores y los esfuerzos no sobrepasan la resistencia del material, éste no se fracturara. Las partículas de minerales son de naturaleza heterogénea, de modo que pueden estar conformadas por dos o más componentes con diferentes comportamientos de deformación. Para los materiales no metálicos, el tamaño de la partícula y el área superficial cambian continuamente durante la molienda. El área superficial total del polvo aumenta mientras que el tamaño de partícula disminuye (Heredia Tejada, 2016).

### **1.3.2. Molinos para cemento**

El cemento Portland se produce moliendo juntos clínker y sulfatos tales como yeso y anhidrita. En los cementos compuestos hay otros constituyentes, tales como escoria granulada de alto horno, puzolanas artificiales o naturales o filler calizo. Las adiciones se pueden moler junto con el clínker o pueden necesitar secarse y molerse por separado (Evaluación Ambiental Dirección General de Calidad, Canales, Giménez, & Avellaneda, 2003).

El tipo de molienda del cemento y el diseño de la instalación, dependen del tipo de cemento que se vaya a producir. Tienen gran importancia la molturabilidad, la humedad y la abrasión de los componentes del cemento producido.

Debido a la variedad de tipos de cemento requeridos por el mercado, predominan los sistemas de molienda de última generación equipados con separador dinámico de aire.

Los sistemas de molienda más empleados son (Evaluación Ambiental Dirección General de Calidad et al., 2003):

- molino de bolas en circuito cerrado.
- molino vertical de rodillos
- prensa de rodillos

Otros sistemas de molienda son:

- molino de bolas en circuito abierto

- molino de bolas en circuito cerrado con separador mecánico de aire o separador de aire de ciclones de antiguas generaciones
- molino horizontal de rodillos

La distribución granulométrica de las partículas del producto que sale de la molienda de cemento es de gran importancia para la calidad del cemento. La regulación de estos parámetros se logra por el ajuste del separador.

El molino de bolas que es utilizado en la industria del cemento puede ser de uno o más cámaras. Aquellas que tienen dos o más cámaras están divididas mediante diafragmas, cada cámara tiene una cantidad y distribución de elementos moledores diferente, por lo tanto un funcionamiento en el proceso de molienda diferente.

El proceso de molienda se compone de dos o más fases, determinadas por las cámaras del molino. Se puede decir que en la primera fase, se realiza un molido grueso al mezclar y triturar los ingredientes iniciales: el clínker y los aditivos, la primera cámara lleva las bolas de mayor tamaño para aplastar los nódulos de clínker más grandes. El resultado de esta etapa es un material triturado capaz de pasar a través de un diafragma a la segunda cámara. El espesor de las partículas es determinado por el diafragma y este puede ser personalizado dependiendo las necesidades de producción y calidad. La última cámara lleva las partículas de menor tamaño para refinar el material. Al final del proceso y debido a la fineza del material, éste es arrastrado por un flujo de aire. Posteriormente este material será guiado a la siguiente fase, clasificación y almacenaje.

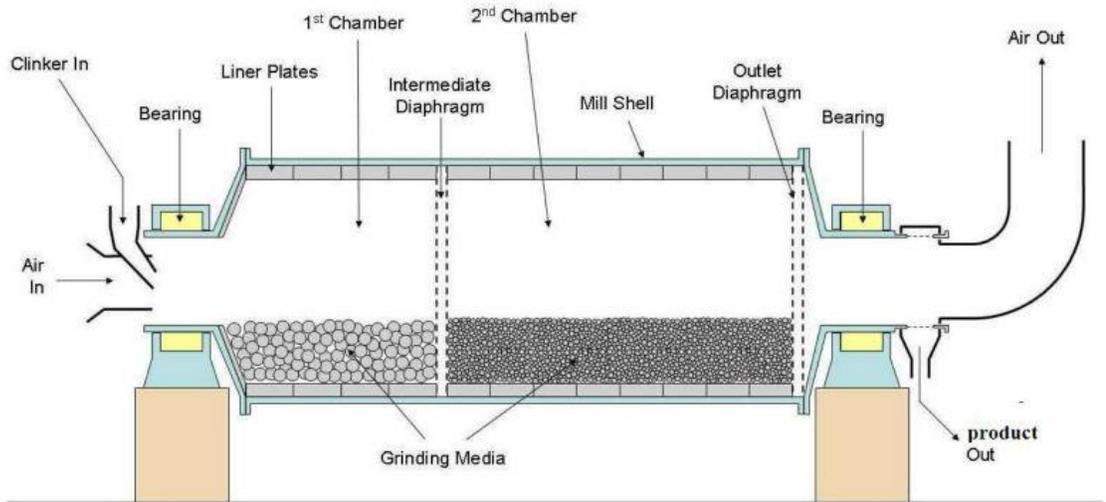


Figura 1.1. Molino de Bolas cementero.

Fuente: (alibaba.com, s.f.).

La función del diafragma es impedir el paso de partículas sobredimensionadas a la cámara próxima; por esto las ranuras abiertas del diafragma sólo dejan pasar material de un determinado tamaño. El tamaño de las aberturas del diafragma tiene gran influencia sobre la finura del producto molido así como del caudal entre cámaras.

El comportamiento dinámico del molino de cemento, que está influenciado por la calidad del clínker requerido y las condiciones operacionales del sistema, tiene repercusión en la productividad del cemento.

### 1.3.3. Proceso de molienda

Observando los procesos de reducción de tamaño en los molinos, se puede constatar una transformación de energía. La energía que es entregada al molino crea movimiento dentro del tambor, se pueden distinguir tres tipos de movimiento de los elementos moledores en el molino rotatorio:

- a) Deslizamiento sobre la superficie interior del molino.
- b) Caída en cascada, donde los medios bajan rodando por la superficie de los otros cuerpos.
- c) Caída en catarata que corresponde a la caída libre de los medios de molienda sobre el pie de la carga.

El movimiento que eleva la carga moledora y el material, proporciona suficiente energía potencial. La magnitud del elevamiento que sufren los medios de molienda depende de la velocidad de rotación del molino. Al caer los elementos van generando una sucesión de colisiones, que golpean el polvo atrapado entre las bolas; las bolas de acero viajan a diversas velocidades en el interior del molino; por lo tanto, la fuerza de colisión, dirección y la energía cinética entre dos o más elementos varía considerablemente dentro de la carga de bolas. En la cámara de fractura mientras parte de la carga de bolas asciende por acción de la rotación de molino, otra parte de la carga descende en cascada; este movimiento origina un gradiente de velocidad el cual estará relacionado a una tasa de cizalladura. Por otro lado la rodadura de las bolas en el lecho va frotando las partículas entre ellas; las fuerzas de fricción durante el desgaste o el frotamiento actúan en las partículas, tal como la energía de colisión.

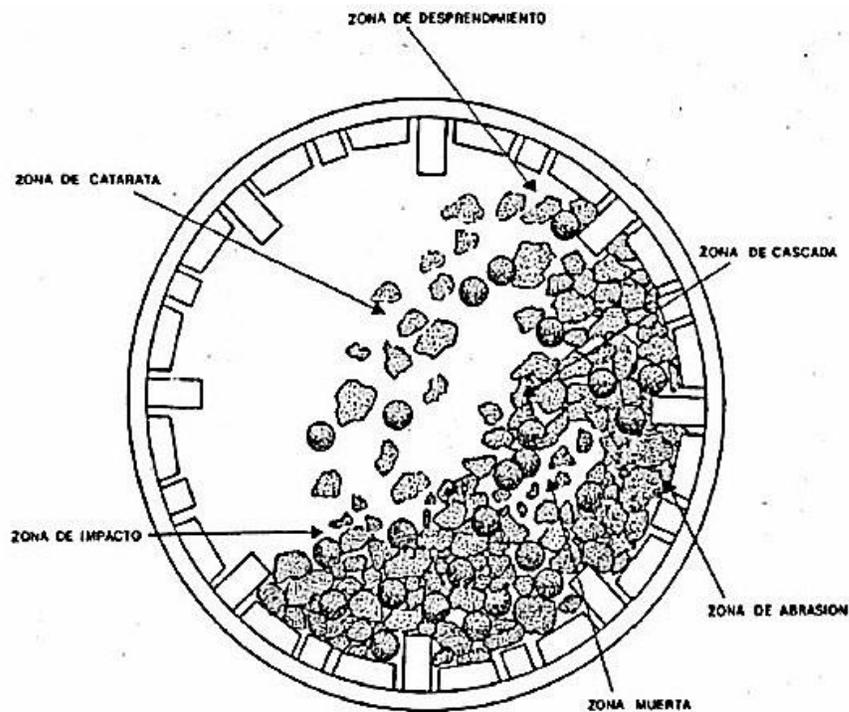


Figura 1.2. Movimiento de los cuerpos moledores en el interior de un molino.

Fuente: (procesaminerales.blogspot.com)

Cuando se adhiere un esfuerzo a un sólido este se concentra en la continuación de las fallas o grietas, originando que esas fracturas crezcan y con ello se parta el material. Existe un esfuerzo de tensión transversal en la cara de la fractura. La teoría de Griffith indica que

la resistencia a la tensión de las partículas va a depender del número de fallas que posee el material y que el número de fallas se hace menor a medida que el material se hace más pequeño. Por lo tanto el límite de la capacidad de molienda se alcanza en la partícula más diminuta (Austin & Concha, 1994). Generalmente, cuando el proceso de la conminución se realiza durante un largo tiempo, debido a que se busca un tamaño más fino del material, se necesitara un incremento del esfuerzo para que la fractura de la partícula suceda.

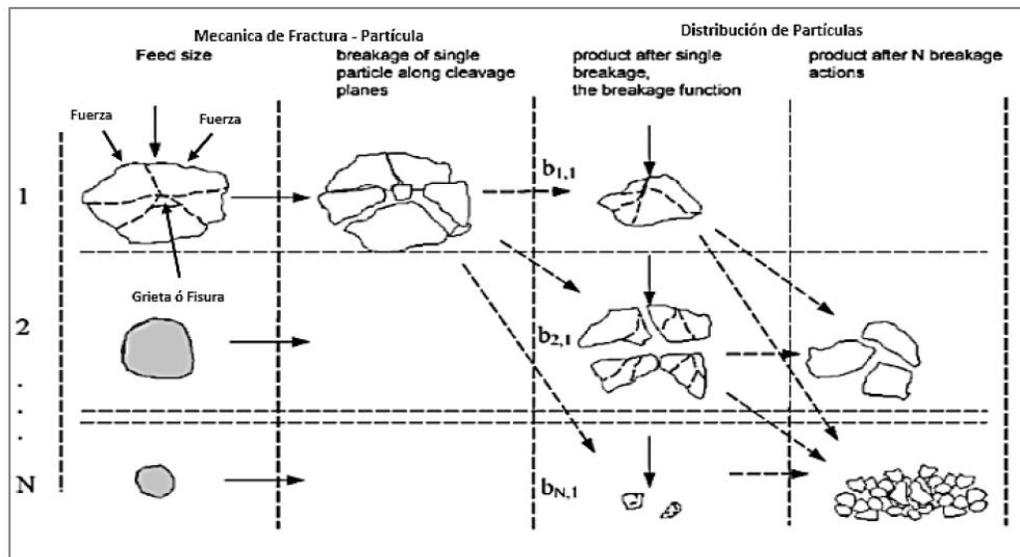


Figura 1.3. En el siguiente grafico se presenta un esquema general de la fractura de partículas. Las reacciones dependen las características de las fuerzas, de las características mecánicas del material, su homogeneidad y de las micro fisuras.

Fuente: (Heredia Tejada, 2016).

En cualquier molino rotatorio, bajo condiciones normales, estarán presentes todos los mecanismos de reducción de tamaño. Los valores mesurables de la velocidad específica de fractura son el resultado de la suma de los mecanismos de reducción. Los valores de la granulometría del producto es el promedio total de los fragmentos producidos por dichos mecanismos. Si las condiciones del molino cambian, el efecto de cada uno de los mecanismos de reducción variaría, obteniendo una curva granulométrica diferente a la anterior.

No obstante, está claro que, dentro de la cámara del molino, además de la reducción de tamaño ocurren otros eventos que disipan la energía, tales como generación de ruido,

incremento de la temperatura desarrollado por el proceso de fricción, transporte de masa entre la entrada y salida de la cámara de molienda, astillamiento-abrasión de partículas y desgaste de medios molidores y forros internos del molino (Austin & Concha, 1994).

#### 1.3.4. Acción de los elementos molidores

Debido a la acción de giro del molino, que hace que el montón formado por los elementos molidores y el material, que se encuentran en el interior del cilindro del molino, se eleve por un costado, hasta un valor óptimo de altura ( $h$ ), donde empiezan a caer para producir su acción molturadora. La energía potencial entregada por la rotación del molino a las bolas genera colisiones, la colisión de las bolas con el material produce fracturamiento, y por consiguiente la reducción de tamaño.

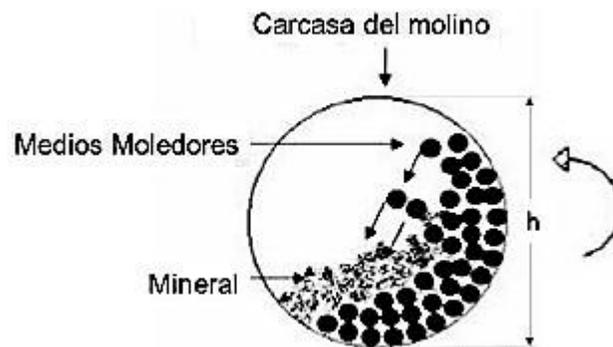


Figura 1.4. Gráfica del movimiento de rotación de un molino cilíndrico.

Fuente: (Porrás Alzate, 2019).

Se distinguen varios diferentes tipos de fractura que pueden suceder dentro del molino por acción de los elementos molidores. En primer lugar, el impacto masivo produce desintegración completa de una partícula (fractura), la fuerza de impacto es directamente proporcional a la masa del medio de molienda. En segundo lugar, un golpe de refilón puede astillar una esquina (astillamiento). En tercer lugar, la fricción produce desgaste de las superficies (abrasión). El astillamiento y la abrasión conducirán a la producción de material fino. Su efecto combinado se denomina atrición. Y cada uno de esos mecanismos puede mejorar o empeorar la eficiencia de la molienda, según se varíen las magnitudes siguientes:

- a) Velocidades de rotación óptima correspondiente al diámetro del molino.

- b) Cantidad y tipo de los cuerpos moledores.
- c) Tamaño del recinto de molienda.
- d) Molturabilidad del material (Duda, 1977).

**Impacto:** Ocurre cuando la energía aplicada está sobre la partícula es excedida de aquella necesaria para fracturar la partícula. El resultado es un gran número de partículas con un amplio rango de tamaños



Figura 1.5. Fracturamiento por impacto.

Fuente: (Slideshare.net)

**Atrición:** Ocurre cuando la energía aplicada es insuficiente para causar fractura significativa en la partícula. En este caso, ocurren tensiones localizadas resultando fracturas en áreas superficiales pequeñas, dando como resultado una distribución de partículas.

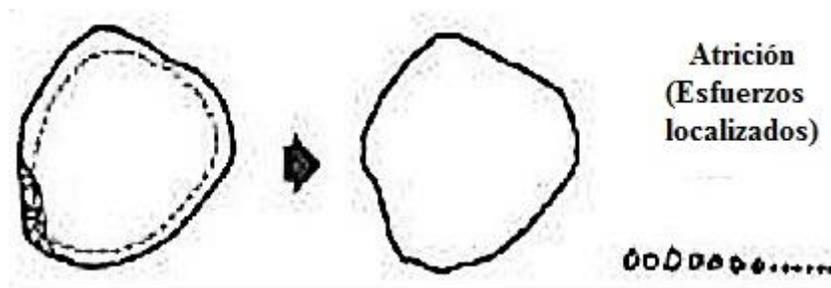


Figura 1.6. Fracturamiento por atrición.

Fuente: (Slideshare.net)

El proceso de impacto es mostrado en la figura 3. Este es el instante en que algunas partículas se quedan atrapadas entre dos bolas que van a impactar entre una nube de polvo causada por el movimiento del molino.

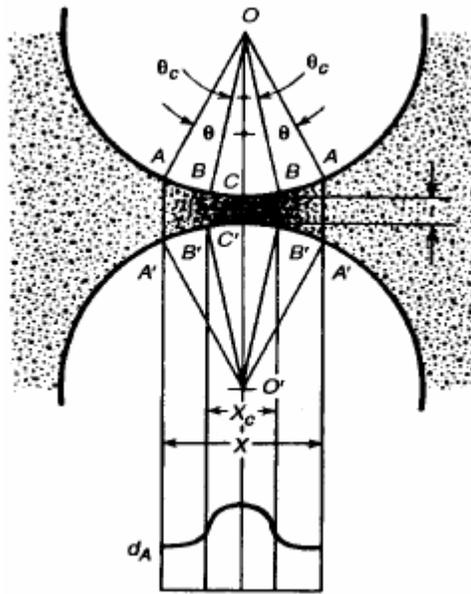


Figura 1.7. Representación del aplastamiento de material mediante el impacto de dos bolas.

Fuente: (Ramírez, 2006).

El número de partículas dentro del espacio BB'-BB', dominado por las fuerzas de impacto, puede tener muchas diminutas partículas o tan solo una, dependiendo del promedio del tamaño de la partícula y el radio de la bola o superficie curvada en contacto con el volumen atrapado. La cantidad de partículas atrapadas en el volumen BB'-BB' es directamente proporcional al diámetro de la bola. Se puede incrementar la probabilidad de atrapamiento e impacto de una partícula entre dos bolas, aumentando la cantidad del material en el molino (Ramírez, 2006).

El efecto de atracción puede darse por el desplazamiento del polvo, que puede ser detenido por fricción entre las partículas y la superficie de las bolas, dependiendo de la aspereza de la partícula o de la superficie de la bola. Puede llegar una etapa en la molienda en la que se reduce la fluidez del polvo, y los espacios entre bolas se llenan parcialmente de partículas finas (Ramírez, 2006).

Para lograr un mejor entendimiento de lo descrito anteriormente, es necesario visualizar las posibles interacciones de bolas y polvo dentro del molino.

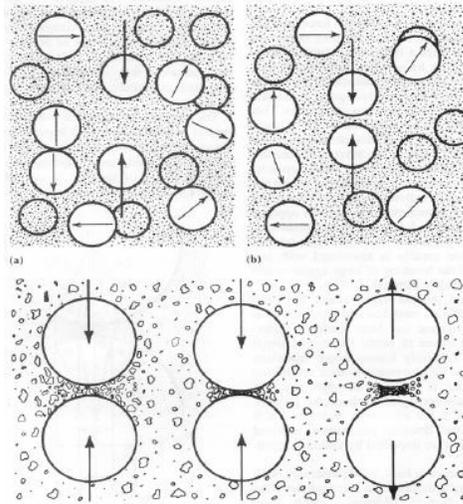


Figura 1.8. Movimiento de los elementos molidores en el interior del molino, y el impacto que llega a moler las partículas.

Fuente: (Ramírez, 2006).

### 1.3.5. Límites de reducción de tamaño

Las partículas que están a punto de ser fracturadas en el microvolumen que existe entre dos bolas, pueden estar rodeadas por partículas ya finas que absorben y disipan la energía de impacto. Las bolas se desaceleran durante el impacto debido al efecto de amortiguamiento del polvo fino atrapado, ocasionando que las partículas se salgan del pequeño volumen (Ramírez, 2006).

Adicionalmente, las partículas tal como sucede con los materiales dúctiles pueden enlazarse a la superficie de las bolas, llegando a cubrirlas totalmente, tal como es mostrado en las figuras.

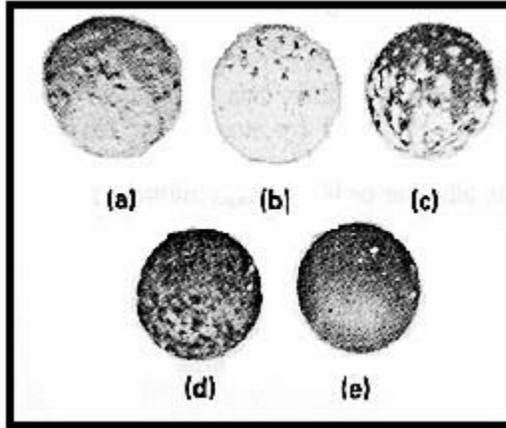


Figura 1.9. Bolas de Molienda cubiertas de polvo de: (a) cemento, (b) mármol, (c) sílice, (d) silicio, (e) corindón.

Fuente: (Ramírez, 2006).

Eventualmente, el proceso de molienda alcanza un límite de efectividad donde por efectos tanto físicos como químicos las partículas se pegan a las superficies, bordes, y esquinas de los elementos molidores para impedir la pulverización. El tamaño de los fragmentos está continuamente disminuyendo, por lo que la tendencia a disminuir el tamaño de las partículas decrece, y la resistencia a la fractura de las mismas, aumenta. La fineza de la partícula alcanza un límite. Los siguientes factores que contribuyen a los límites de molienda son (C.C. Harris, 1967, como se citó en Ramírez, 2006):

- Aumento de la resistencia a la fractura de las partículas.
- Aumento de cohesión entre partículas, con decrecimiento en el tamaño de partícula, causando la aglomeración.
- El medio de molienda se recubre de una capa que consiste de partículas finas las cuales amortiguan el impacto.
- La aspereza superficial del medio de molienda.
- El incremento de la densidad aparente del polvo debido a la disminución de tamaño de la partícula.

A medida que los fragmentos de partículas son más pequeños, es claro que se hace más difícil que las bolas golpeen con ellas. Por ejemplo, considere una granulometría de entrada del molino de 0,5 pulg. Cada vez una colisión bola con bola muerde una partícula,

quizás al punto de fractura. Sin embargo, cuando el trozo es reducido a 10  $\mu\text{m}$  en tamaño, la colisión de bola con bola tiene que impactar muchas partículas pequeñas para golpear la misma cantidad de masa. En cualquier impacto de bola con bola habrá solamente una pequeña fracción de esta masa que estará localizada exactamente en la pequeña región donde las dos superficies entran en colisión.

#### **1.4. Parámetros de molienda**

En el presente proyecto nos enfocamos en la molienda de clínker, para ello es necesario describir algunos de los parámetros que influyen directamente en dicho proceso, y que sean concernientes al tema, los parámetros que influyen en este proceso son:

##### **1.4.1. Factor de llenado**

La acción de volteo de la carga y las velocidades de ruptura dependerán claramente de qué proporción del volumen del molino está lleno con bolas y material. La medida de esta fracción de volumen ocupado es conocida como el factor de llenado.

El factor de llenado se expresa usualmente como la relación entre el volumen ocupado por las bolas, más el material, y el volumen libre de trabajo del molino. El factor de llenado de la carga (a usar en un molino) depende de la dureza del mineral y el tonelaje a procesar, por ejemplo, un aumento del tonelaje a tratar involucra un menor tiempo de residencia, lo que se compensa con una mayor carga de bolas, a fin de aumentar la probabilidad de contacto entre bolas y mineral (Alcántara, 2008). Lo mismo ocurre frente a un mineral que tiene una mayor dureza.

Este porcentaje es recomendado esté entre el 25 al 45% del volumen interno del molino. El porcentaje de carga incluye los espacios vacíos que existen entre la carga de los cuerpos. Por debajo del 25% de llenado, los cuerpos moledores se deslizan sobre el blindaje del molino; por encima del 45% de llenado se originan dificultades en las trayectorias de caída de los cuerpos moledores (Duda, 1977; Jaico, 2009). Debido a que el medio se expande conforme gira el molino, el volumen real de funcionamiento se desconoce.

El factor de llenado se calcula con la siguiente fórmula empírica (Jaico, 2009):

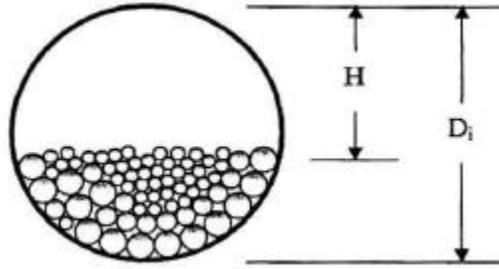


Figura 1.10. Interior del molino.

Fuente: (Porrás Alzate, 2019).

$$\%V_w = 113 - 126 * \frac{H}{D_i} \quad (1.2)$$

Donde:

- $\%V_w$ ; Porcentaje de carga moledora.
- $H$ ; Distancia entre la superficie de las bolas y la parte más alta del molino.
- $D_i$ ; Diámetro interno del molino.

***Carga total de cuerpos moledores.***

Para cálculos más exactos se ha de multiplicar el volumen útil del molino por el correspondiente factor de llenado de las bolas en el apilamiento; con ello se obtiene el volumen el montón que ocupan las bolas (Osorio, et al., 2007).

$$V_{\text{bolas molino}} = V_{\text{molino}} * \frac{\%C_M}{100\%} * 0.52 \quad (1.3)$$

Donde:

- $V_{\text{bolas molino}}$ ; Volumen de los cuerpos moledores, en cm<sup>3</sup>.
- $V_{\text{molino}}$ ; Volumen del molino, en cm<sup>3</sup>.
- $\% C_M$ ; Porcentaje de carga moledora, en %.
- 0.52; Factor de empaquetamiento.

Multiplicándolo por el peso específico aparente del montón ( $g_m$ ) se obtiene el peso de la carga de cuerpos moledores (Duda, 1977):

$$G = g_m * V_{\text{bolas molino}} \quad (1.4)$$

- $g_m$ ; Peso específico.
- $G$ ; Peso de la carga moledora.

El peso del metro cúbico de apilamiento de bolas es, aproximadamente, 4.55 t y varía muy poco con el diámetro de las bolas, en caso de bolas de acero, usuales en la molienda del cemento; el peso específico es 7.8 – 7.9 t/m<sup>3</sup> (Duda, 1977). Para moler materiales frágiles, la resistencia a la fractura es el único criterio de selección de los medios de molienda. A menudo, se debe de realizar una selección de las bolas en tamaño y tipo de material (Ramírez, 2006).

En la molienda, la aplicación de los esfuerzos se da por lo tanto el impacto entre la bola y el material es lo que genera la conminución. Como un dato interesante obtenido de investigaciones, que han demostrado que durante una vuelta del molino, las bolas realizan ciclos de trabajo que varían entre 1.79 hasta 2.85, lo cual significa que, por ejemplo, para carga del molino de 3.401.138 bolas se producen 3.401.138 \* 1.79 impactos por vuelta del molino (Duda, 1977).

***Relación de la carga de polvo con la carga de bolas.***

Con el propósito de relacionar la carga de material con la carga de bolas, se ha creado una variable  $U$ , en la que se compara el volumen aparente de la carga del material con la porosidad del lecho de bolas. Esta variable expresa la fracción de huecos entre las bolas ocupada por el lecho de partículas (Austin & Concha, 1994).

$$U = \frac{\text{volumen del lecho de partículas}}{\text{volumen de huecos en el lecho de bolas}} \quad (1.5)$$

Si el material sólido y llena exactamente los huecos de bola, la razón  $U$  es 1. Se ha encontrado que el rango de  $U$  de 0.6 a 1.1 es una buena proporción de polvo a bolas para dar una fractura eficiente en el molino (Austin & Concha, 1994).

Otra manera diferente de relacionar la carga del material con la masa de bolas es mediante la fracción de peso de las bolas con el peso del material, ya que el peso de la carga del material está en función del peso de las bolas de acero; si se requiere que el material molido sea más fino entonces el cociente que existe entre el peso de las bolas de acero y

el peso del material debe ser mayor (Duda, 1977). Si se ha de lograr una finura que corresponda a un cemento corriente con el máximo aprovechamiento simultaneo de energía de molienda, la relación del llenado de bolas al llenado de clínker, ha de ser igual o mayor que 15, aunque otras investigaciones sugieren que el valor óptimo de esta relación debería estar comprendido entre 8 y 10 para que la carga alcance la máxima superficie de material por unidad de energía consumida (Duda, 1977).

#### 1.4.2. Distribución de los elementos moledores

Generalmente, el tamaño de los medios de molienda se determina por la deformación y la resistencia a la fractura del material a moler, por el tamaño del material que se está tratando y el costo de la carga de bolas. Los medios de molienda para partículas largas y densas deben ser grandes y resistentes, ya que rompe las partículas por choque y rozamiento, mientras que los medios de molienda de diámetro más pequeños son usados para molienda fina, que se disminuye en su mayor parte por rozamiento.

Para obtener una gran superficie específica en el material molido, se han de utilizar cuerpos moledores cuya relación entre sus magnitudes  $S$  (superficie)/ $V$  (volumen), tenga un valor alto. Investigaciones han expresado una opinión de cómo podría ser una relación óptima entre el diámetro de los cuerpos moledores y el tamaño de la partícula del material que se ha de moler, como se ve en la representación gráfica siguiente (Duda, 1977):

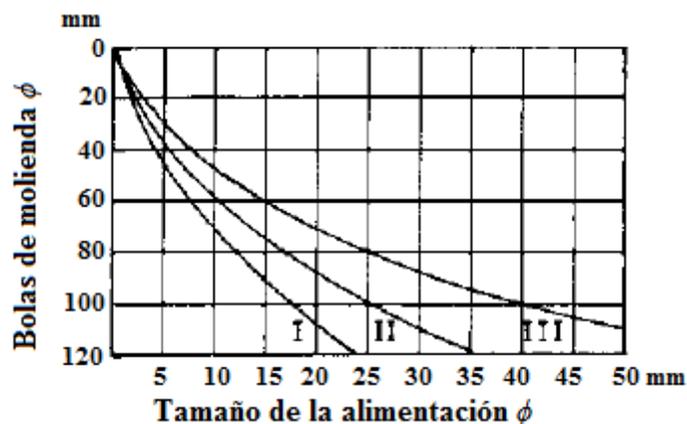


Figura 1.11. Elección del tamaño de las bolas. Las curvas y rectas de las representaciones significan: I, material duro; II, material de dureza media; III, material blando.

Fuente: (Duda, 1977).

Para aprovechar mejor los huecos entre las bolas, estas son de distintos tamaños. Un determinado promedio del tamaño de bolas puede moler ciertos materiales dentro de un margen bastante amplio para su granulometría, sin que influya de modo esencial el caudal de entrada del molino.

Un molino de bolas debe tener una distribución correcta de su carga moledora para que pueda generar un producto con la granulometría requerida. No obstante, una desviación importante de la dimensión óptima de las bolas resta la eficiencia a la molienda. Bolas demasiado pequeñas suponen granos sobredimensionados en el producto, bolas demasiado gruesas originan superficies específicas demasiado pequeñas.

Los siguientes métodos son los más usados para distribuir correctamente la carga moledora:

- Método de Taggart: se usan cuando hay cuatro tamaños de bolas para elegir las cuales se distribuyen en 40%, 30%, 20% y 10%. Con este método hay uniformidad en la carga moledora lo cual es muy útil en remolienda (mineral fino).
- Método de Bond: se usan cuando hay varios tamaños de bolas a elegir. Con este método hay más bolas grandes en la carga moledora lo cual es muy útil en molienda primaria (mineral grueso). La fórmula que propone Bond para distribuir la carga moledora en un molino de bolas es:

$$F(d) = 100 * \frac{(d)^{3,84}}{(B)} \quad (1.6)$$

Donde:

$d$ ; Diámetro de la bola (pulg).

$F(d)$ ; Porcentaje del diámetro “ $d$ ”.

$B$ ; Diámetro de la bola de recarga (pulg)

- Método de los diámetros: es similar al método de Bond (Jaico, 2009).

### 1.4.3. Velocidad

La velocidad crítica se puede definir como la velocidad de rotación del molino a la cual las bolas centrifugan en las paredes del molino y no son lanzadas al interior del molino.

Igualando la fuerza de atracción y la energía centrífuga sobre una bola en la pared del molino, la fórmula de la velocidad crítica es (Austin & Concha, 1994):

$$\text{Velocidad crítica} = \frac{42,2}{\sqrt{D-d}} \quad (1.7)$$

La velocidad crítica estará en RPM.

$D$ ; Diámetro interno del molino, en metros.

$d$ ; Diámetro máximo de las bolas, en metros.

### *Velocidad de operación*

Es el porcentaje de la velocidad crítica y es cuando los medios de molienda son elevados en el lado ascendente del molino hasta que se logra una situación de equilibrio dinámico donde los cuerpos de molienda caen en cascada y en catarata sobre la superficie libre de los otros cuerpos, alrededor de una zona muerta donde ocurre poco movimiento hasta el pie de la carga del molino.

La tendencia de la carga del molino a ser levantado por la acción de rotación de las paredes del molino y a caer o deslizarse hacia atrás cambia según la velocidad con que se opere.

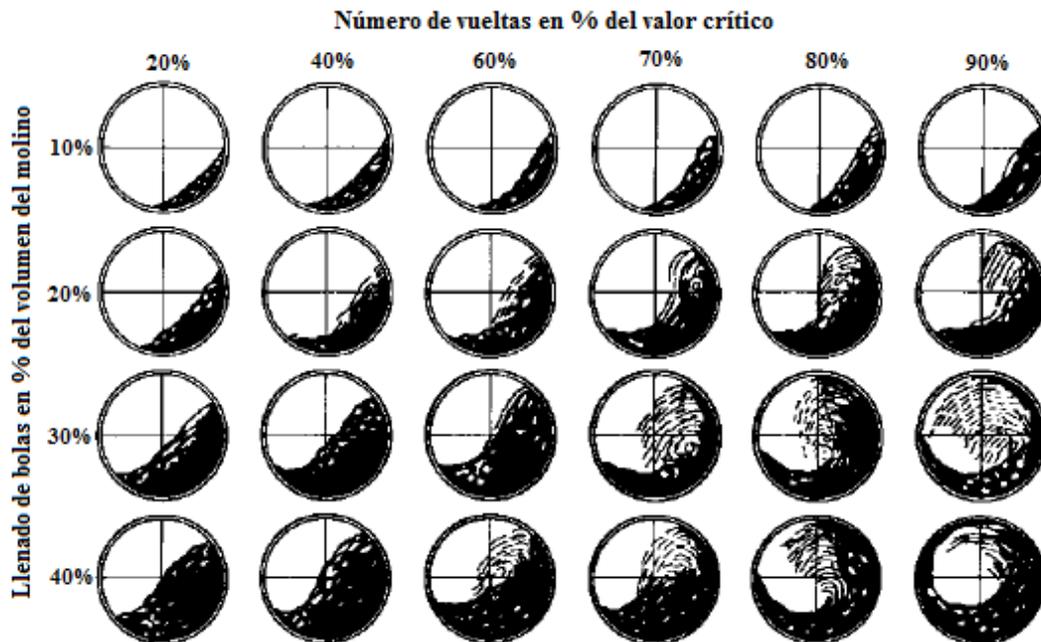


Figura 1.12. Relación de los parámetros de Factor de Llenado y Porcentaje de la Velocidad Crítica.

Fuente: (Duda, 1977).

En la figura se muestra el movimiento de los cuerpos moledores en los molinos de tubos para distintas velocidades y diferentes grados de llenado. A una velocidad de operación baja el movimiento de las bolas es suave, con tendencia a deslizarse hacia atrás, la conminución que ocurre es principalmente abrasiva. A medida que se aumenta la velocidad algunas bolas empiezan a brincar en la superficie inclinada de la masa moledora, esta caída, denominada cascada, origina una molienda más fina, con gran producción de polvo. A una velocidad de rotación más alta las bolas empiezan a dar tumbos, y a transferir los esfuerzos mediante colisiones con otras bolas, el lecho está en un estado de catarata, produce conminución por impacto y genera más grueso; el lecho de bolas se expande permitiendo a las partículas penetrar entre las bolas. La fracción de velocidad crítica a la cual estos procesos ocurren depende de las condiciones de llenado. En la representación se muestra que, además, para grados de llenado pequeños, solo en velocidades de 60-70% de la velocidad crítica, se logra un movimiento con lanzamiento de bolas y con ello una intensa acción demolidora por los cuerpos molturadores, mientras que para grados de llenado altos, los cuerpos moledores realizan un trabajo de rozamiento más intenso (Duda, 1977).

#### 1.4.4. Área específica.

El área específica de molienda es la superficie total de las bolas que están expuestas para el impacto o fricción con el material. Se calcula con la siguiente fórmula (Jaico, 2009):

$$\text{Área} = \frac{8000 * (1 - \%f)}{B} \quad (1.8)$$

*Área*; De la carga moledora.

*%f*; Porcentaje de espacios vacíos entre bolas.

*B*; Diámetro de la bola de recarga.

Muranda demostró que el área específica de las bolas es la única variable que controla el efecto del lecho de bolas sobre los parámetros cinéticos de la molienda. Lo que significa que los volúmenes de llenado con similares áreas específicas tendrán efectos cinéticos iguales sobre la carga de material (Jaico, 2009).

Cuando el molino se recarga con bolas de dos tamaños diferentes, el área específica de la mezcla se calcula con las siguientes formulas (Jaico, 2009):

$$\text{Área} = v_1 * \text{Área}_1 + (1 - v_1) * \text{Área}_2 \quad (1.9)$$

$$v_1 = \frac{(r_1 * \text{Área}_2)}{[(1 - r_1) * \text{Área}_1] + (r_1 * \text{Área}_2)} \quad (1.10)$$

Donde:

$r_1$ ; Radio de la bola de recarga más grande (mm)

$\text{Área}_1$ ; Área específica de la bola más grande ( $\text{m}^2/\text{m}^3$ )

$\text{Área}_2$ ; Área específica de la bola más pequeña ( $\text{m}^2/\text{m}^3$ )

### 1.5. Distribución de tamaño de partículas

El diámetro del material molido, que rara vez tiene un solo tamaño, si no que más bien, es una distribución de varios tamaños, por lo tanto, se lo considera con un conjunto de partículas diferentes entre sí, se controla con ayuda de un tamiz de control que tiene orificios de dimensiones correspondientes al grosor máximo de desmenuzamiento. Los granos pasados por el tamiz con un tamaño de control para la calidad forman el producto acabado. El resto en el tamiz de control representa en si la clase gruesa no desmenuzada hasta el final.

Al material que entra al proceso de desmenuzamiento se le es posible controlar el tamaño, tanto bien se puede dejar pasar una mezcla de la clase gruesa y material con el tamaño de acabado o permitir exclusivamente granos de clase gruesa, todo depende del objetivo que se tenga. Sin embargo, aun la fragmentación de partículas de un solo tamaño produce una cierta variedad de tamaños del producto. Es claro que la comprensión razonablemente detallada del funcionamiento del molino involucra el conocimiento de la distribución de tamaño de la progenie, esto es, de la función de distribución de fractura primaria.

A la distribución de tamaños tanto de la alimentación como del producto se le puede representar mediante curvas granulométricas. Estos gráficos pueden mostrar la disminución de la cantidad de material de la clase gruesa, desmenuzado, y tiene una forma de curva hiperbólica común para todos los minerales, lo que indica la existencia de la

relación estable entre la cantidad de material no desmenuzado hasta el final y el tiempo de desmenuzamiento (Garrido Arias, 2018).

Con las distribuciones granulométricas se hacen los cálculos del F80, P80, tiempo de molienda, eficiencia de clasificación, etc. Una distribución granulométrica se puede representar con un gráfico semilogarítmico o con un modelo matemático que tenga una buena correlación con los datos reales, los modelos matemáticos más utilizados son el modelo de Gates-Gaudin-Schuhmann y el modelo de Rosin Rammler (Jaico, 2009).

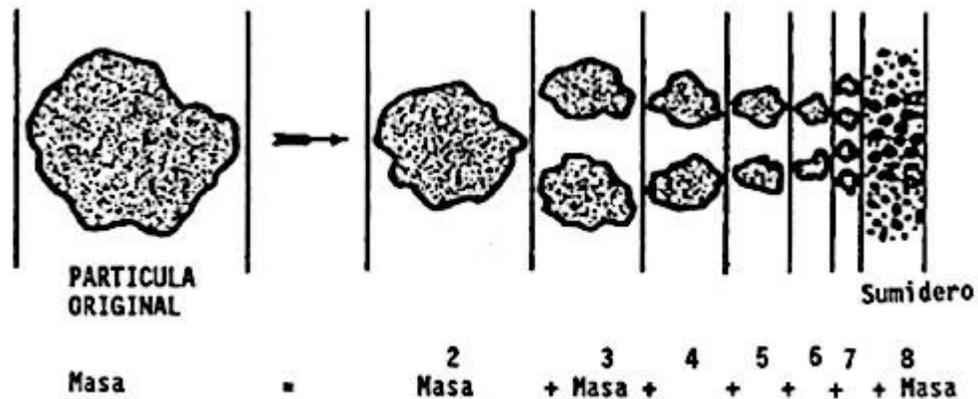


Figura 1.13. Ilustración de la fracción de material fracturado desde un monotamaño, que queda en un intervalo de tamaño determinado.

Fuente: (Austin & Concha, 1994).

### 1.5.1. Tamizado

Es un proceso probabilístico de separación de las partículas de acuerdo con su tamaño. Se denomina separación a la operación de clasificación de los componentes de una mezcla de partículas en dos o más fracciones de acuerdo a su tamaño, siendo cada cantidad retenida más uniforme que la mezcla original.

Separación por vibración: Esta forma se usa generalmente para tamaños de partículas grandes y depende principalmente de:

- La cantidad de partículas alimentada.
- La frecuencia de vibración.
- El tiempo de tamizado (Abad & Martínez, 2009).

En un análisis granulométrico se utilizan tres términos básicos que son:

- Porcentaje retenido; es la medida reportada que pasa cierta malla “x”.
- Porcentaje retenido acumulado; es el porcentaje del material que no pasa cierto tamiz “x”, sumado los porcentajes de los otros tamices por encima de este.
- Porcentaje peso pasante; es lo que pasa cierta malla “x”.

Los anteriores términos son complementarios entre si y tienen diferentes aplicaciones en el proceso de una planta de conminución. Así se puede tener el perfil de distribución de gránulos en el tamizador de manera gráfica. El análisis de la distribución de tamaño se utiliza sobre todo para obtener datos cuantitativos sobre la distribución dimensional individual de partículas en los flujos de un circuito de molienda. Esto es importante para conocer en todo momento la calidad de la molienda y el tamaño óptimo de la alimentación, para sacar de los procesos su máxima eficacia.

Es conveniente usar intervalos de tamaño en una progresión geométrica correspondiente a la secuencia normalizada de tamices. No es fácil encontrar tamaños de partículas menores a 38µm (malla 400), debido a la dificultad de medir con exactitud estos tamaños pequeños. Por eso se suele al tamaño final, el material que pasa el tamiz con malla más fina, recibirle en el sumidero (Austin & Concha, 1994).

### 1.5.2. Rosin Rammler

Este modelo se encuentra representado por la siguiente ecuación:

$$F(x) = 1 - e \left\{ - \left( \frac{x}{K_{RR}} \right)^m \right\} \quad (1.11)$$

$m$ ; Parámetro de distribución

$K_{rr}$ ; Constante de Rosin Rammler (Tamaño característico de la distribución)

$x$ ; Tamaño de la partícula. (Bustamante, 2006)

Este modelo de distribución permite buscar el patrón de comportamiento de un conjunto de datos. Una vez descrito dicho patrón es posible generar un modelo que permita el pronóstico de valores futuros dependientes de la relación existente entre las variables que describen el problema (Mora Espinoza, 2015).

La pendiente y el parámetro de posición son valores que definen a una distribución y junto con la superficie específica se utiliza para describir las características del cemento (Abad & Martínez, 2009).

### **1.6. Molienda circuito cerrado**

En muchas plantas de conminución, el producto deseado debe ser menor que un cierto tamaño determinado, el producto va a tener unos porcentajes de gruesos, tamaños intermedios y finos, pero la presencia de un exceso de finos, a veces se puede volver indeseable. Este problema indeseable, de exceso de producción de finos, se puede solucionar evacuando lo más rápidamente posible todo el material que ya está suficientemente fino, evitando de esta manera la sobremolienda.

Una manera de solucionar este problema consiste en añadir un clasificador, al final de la salida del material, el material molido que descarga el molino es separado por el clasificador en una fracción fina y una gruesa. La adición de un clasificador al circuito, y cerrándole a este, significará la disminución del tiempo de residencia de las partículas en cada paso por el molino.

A este tipo de proceso se le denomina “molienda en circuito cerrado” y es común para la industria cementera ya que el producto molido tiene especificaciones estrictas de tamaño y requiere un clasificador. Este proceso consiste de uno o más molinos y clasificadores, y producirá en forma eficiente un producto con un tamaño máximo controlado y con un mínimo de material sobremolido.

Bajo condiciones opuestas a la molienda en circuito cerrado, en circuito abierto, sin clasificación o realimentación, el material ya suficientemente fino permanece todavía en el molino, y es reducido más finamente por debajo del tamaño requerido, al mismo tiempo que el material grueso. En un proceso de molienda a circuito cerrado la proporción del material fino que se encuentra en proceso de conminución es menor, comparado con la molienda en circuito abierto. Otro punto a su favor es que puede operar con flujos de masa mayores. En la operación en circuito cerrado no se intenta alcanzar toda la reducción de tamaño en una pasada por el molino, el énfasis se concentra en tratar de sacar el material del circuito tan pronto alcanza el tamaño requerido.

Si los flujos de alimentación fresca que ingresan al molino se los denomina  $Q$ , en toneladas por hora, y el producto de gran tamaño retornado al molino por el clasificador es  $T$ , también en toneladas por hora; el flujo de alimentación que pasa al molino consiste en la suma de  $Q + T$  (Austin & Concha, 1994). El beneficio de este método es que el producto va permanecer en un tamaño controlado, lo que también significa que la pendiente de la curva de la distribución del producto va a tender a 1. Por otro lado, producto se torna alta en proporción de gruesos cuando se aumenta el flujo de alimentación al molino.

En los circuitos cerrados es importante el concepto de la razón de recirculación, que es la relación entre la recirculación y la alimentación fresca. También es importante el concepto de carga circulante que se define como el cociente entre la alimentación fresca más el reciclo sobre la alimentación fresca. Las siguientes expresiones dan la razón de recirculación, y la carga circulante respectivamente (Austin & Concha, 1994):

Razón de recirculación:

$$T/Q = C \quad (1.12)$$

Carga circulante:

$$(Q + T)/Q \quad (1.13)$$

### 1.7. Modelos matemáticos

El modelo de balance de población permite desarrollar expresiones matemáticas que describen el proceso de molienda continua y por lotes (batch), para ambos casos es necesario tomar en cuenta los conceptos de desaparición y generación de partículas que se relacionan con las funciones de fractura y cinética de fractura. También es necesario tomar en cuenta la influencia de las variables que pueden ser de utilidad para el escalamiento (Austin & Concha, 1994).

### 1.8. Molienda por lotes (Batch)

En el caso de la molienda por lotes no hay ingreso o salida de partículas por lo que la cantidad neta de partículas es igual. Esta teoría introduce dos nuevos conceptos:

- Función Selección ( $S_i$ )

- Función Fractura ( $B_{ij}$ )

La primera denominada también Moliendabilidad, guarda relación con la cinética, es decir la velocidad de fractura de cada partícula independiente, la segunda está referido a la distribución de fragmentos primarios o la distribución granulométrica de los fragmentos producidos como consecuencia de un evento dado de fractura.

### 1.9. Cinética de molienda

La teoría de fractura puede ser insuficiente para describir totalmente el proceso de reducción de tamaño, que se da en un molino de bolas, por lo que han desarrollado, en las últimas décadas, muchos investigadores, formulas y conceptos para verificar empíricamente relaciones matemáticas semiteóricas que caractericen a dichos mecanismos de fractura. Conceptos como cinética de fractura, función de fractura, tiempos de residencia, función de clasificación, todos estos se enmarcan dentro del modelo general del balance de población y con ello es posible obtener una descripción más detallada del proceso de reducción de tamaño (Sohn & Wadsworth, 1986, como se citó en Garrido Arias, 2018).

Esos estudios son de importante relevancia, especialmente la cinética, para la práctica, pudiendo servirse para procesos como:

- Optimización operacional de circuitos de molienda existentes.
- Dimensionamiento óptimo de nuevas instalaciones.
- Control digital de los procesos (Heredia Tejada, 2016).

Se denomina cinética a la regularidad con que el material es fracturado dentro del molino, es decir, a la variación de la composición granulométrica del material que se somete a la molienda. Para controlar el proceso de desmenuzamiento en el molino de bolas y para saber las condiciones más eficientes en el trabajo de la molienda de clínker es importante conocer cómo se efectúa el proceso en el tiempo.

En la cinética del proceso de molienda se propone que la velocidad de variación de la clase gruesa es directamente proporcional a la cantidad de esta clase en el momento  $t$  en

el interior del molino, considerando el molino como un reactor de mezcla perfecta (Austin & Concha, 1994).

Para los intervalos determinados de tiempo, se muelen la misma cantidad de material en el molino de bolas y luego el material molido es sometido a la determinación de la masa de la clase gruesa. Es posible representar los resultados en un gráfico obteniéndose líneas curvas que indican la dependencia de la masa de la clase gruesa de la duración del desmenuzamiento. La forma de la curva granulométrica del producto depende de las propiedades del material que se muele y además puede ser modificado por las condiciones de operación del circuito de molienda.

Haciendo una combinación de los parámetros mencionados, en esta tesis, y aplicándolos a las pruebas de molienda a escala laboratorio se llegará a obtener información acerca de las velocidades de fractura. En la molienda por lotes se apreciara la reducción de tamaño por la variación exclusivamente del lecho de bolas.

Los ensayos de molienda aplicados a diversos materiales, han demostrado que la cantidad de material dentro de un intervalo de tamaño que se fractura guarda proporcionalidad con la cantidad presente en el interior del molino. Esta aseveración es cierta cuando los parámetros operacionales no cambian con el tiempo y están ajustados dentro del rango normal de operación del equipo. Cumpliendo con estas condiciones es posible obtener una relación matemática llamado también: hipótesis de molienda de primer orden (Austin & Concha, 1994).

$$-\frac{dw_i}{dt} \propto w_i \quad (1.14)$$

Donde  $w_i$  es la cantidad de material en el interior del molino que pertenece al intervalo de tamaño  $i$ , el signo negativo de la parte izquierda de la ecuación representa la cantidad de material de tamaño  $i$  que desaparece en función del tiempo. Si agregamos una constante de proporcionalidad, la ecuación anterior se convierte en (Austin y Concha, 1994):

$$-\frac{dw_i}{w_i} = k * dt \quad (1.15)$$

Esta es una ecuación diferencial ordinaria, de primera orden, homogénea, cuya constante de proporcionalidad se le conoce como velocidad específica de fractura y tiene unidades de  $t^{-1}$ .

## CAPÍTULO II

### MATERIALES Y MÉTODOS

La adecuada selección de los métodos y los materiales influye fundamentalmente en todos los trabajos de investigación, así como el manejo de los resultados obtenidos. Para materializar los trabajos investigativos es de vital importancia que los materiales y los métodos trabajen para el cumplimiento de los objetivos de la investigación, y así garantizar su desarrollo de manera eficaz y a la vez la veracidad de los resultados. Entre los objetivos esta analizar la granulometría de salida, y que combinación de los parámetros de factor de llenado y distribución de elementos moledores ha de dar la mejor velocidad de fracturamiento.

Cabe decir que la investigación se realizó a escala laboratorio, específicamente el laboratorio de la Escuela de Ingeniería en Minas de la Universidad del Azuay.

#### 2.1. Descripción del molino de bolas del laboratorio

El equipo que fue utilizado para la molienda de clínker a nivel de laboratorio es un molino horizontal de una sola cámara y su circuito es abierto, las especificaciones técnicas son las siguientes:

Tabla 2.1. Especificaciones técnicas del molino de laboratorio.

ESPECIFICACIONES TÉCNICAS		
Longitud total	22	cm
Diámetro	21	cm
Volumen	7619.93	cm <sup>3</sup>
Potencia del motor	1.5	kW
Velocidad del Molino	92	rpm
Revestimiento interno	Acero	

#### *Carga moledora*

Como se vio en el anterior numeral el porcentaje de la carga moledora varía entre el 28% y el 45%. Para este proyecto se puso una masa de bolas de acero constante, para todas las

pruebas, de 10 Kg, lo que equivale, con una densidad de  $7.85 \text{ g/cm}^3$ , a  $1273.88 \text{ cm}^3$ , el 16.72% del volumen del molino, sin contar con los espacios entre las bolas, de ser así tendríamos un volumen aparente de 32,15%. En el cálculo se aplicaron las formulas (2) y (3).

### ***Carga de material***

Para el ingreso del material al molino de laboratorio, antes se pasó el material inicial por la trituradora de mandíbulas. Una vez que el material ha sido reducido a un tamaño menor a  $\frac{3}{4}$  pulg, se tomó tres variables de peso para las pruebas de molienda; el primero de 800 gr, el segundo de 1000 gr y el tercero de 1200 gr. Durante la preparación previa del material, con el objetivo de lograr una mayor representatividad, el material fue homogenizado mediante el método de cuarteo.

Tabla 2.2. Relación entre el peso de las bolas de acero y el peso del material.

	Para 800 gr	Para 1000 gr	Para 1200 gr
Relación Peso Bolas : Peso clínker	12,5:1	10:01	8,33:1

### ***Factor de llenado (J)***

Ya con el dato de la cantidad de elementos moledores y de material a moler se procedió a determinar el factor de llenado, para ello se sumó los volúmenes del material y el de los elementos moledores y se dividió para el volumen del molino.

Como el volumen de elementos moledores se mantuvo constante y el valor que vario fue el volumen de clínker se obtuvieron tres variables J. Los resultados se expresan en el siguiente recuadro:

Tabla 2.3. Variables del Factor de Llenado.

	Para 800 gr	Para 1000 gr	Para 1200 gr
	J1	J2	J3
Carga moledora (10000 gr)	24,79%	26,81%	28,83%

### ***Distribución de las bolas***

Hay diferentes criterios para una eficaz distribución de elementos moledores, mas no se tomó uno en concreto. Para los ensayos se tuvo 3 tamaños de bolas de acero que poseen diámetros de 37mm, 25mm y 15mm; las cuales se distribuyeron de tres maneras diferentes como lo indica el recuadro siguiente:

Tabla 2.4. Distribución del tamaño de las bolas.

	Diámetro (mm)		
	37	25	15
Distribución 1	80%	10%	10%
Distribución 2	10%	80%	10%
Distribución 3	10%	10%	80%

### ***Velocidad del molino***

Se calcula la velocidad crítica del molino del laboratorio utilizando la ecuación (5). Donde se obtiene una velocidad crítica igual a 102.59 rpm, de este valor la velocidad óptima con la que debe trabajar el molino se encuentra en un rango del 65% al 90%, lo que corresponde a 66.69 rpm y 92.33 rpm, respectivamente; actualmente el molino del laboratorio trabaja con una velocidad de 92 rpm, lo que significa que está dentro del rango de la velocidad óptima del molino. El molino trabajara a una velocidad constante.

### ***Tiempo de residencia***

El tiempo de molienda fue necesario para encontrar los valores de la cinética de molienda y dividir el periodo en cuatro etapas sirvió para observar la variación de los resultados a través del vector tiempo. Para las pruebas realizadas no fue necesario que el material llegue a un tamaño muy fino, por lo tanto se tomaron tiempos muy cortos, pero si fue importante que la masa de material se mantuviera igual a través de cada uno de los tiempos. El primer tiempo fue de 3 minutos, se agregó 3 minutos más a este, seguido de 4 y finalmente 5 minutos; brindando datos a los 3, 6, 10 y 15 minutos.

## 2.2. Matriz de experimentación

Para la realización de los experimentos se modificaron dos parámetros de molienda que son: factor de llenado y método de distribución de los cuerpos molidores, como se vio anteriormente, con los cuales se obtuvo la siguiente matriz de experimentación, donde de cada combinación se tomó datos en cuatro tiempos.

Tabla 2.5. Matriz de Experimentación.

Matriz de Experimentación					
	%	Diámetro (mm)	Factor de llenado		
			J1 (24,8 %)	J2 (26,8 %)	J3 (28,8 %)
Distribución 1	80%	37	J1	J2	J3
	10%	25	Distribución	Distribución	Distribución
	10%	15	(1)	(1)	(1)
Distribución 2	10%	37	J1	J2	J3
	80%	25	Distribución	Distribución	Distribución
	10%	15	(2)	(2)	(2)
Distribución 3	10%	37	J1	J2	J3
	10%	25	Distribución	Distribución	Distribución
	80%	15	(3)	(3)	(3)

## 2.3. Diseño de la Investigación

A continuación, se presenta la metodología a seguir de cada muestra de la matriz de experimentación (tabla 2.5):

1. El material (clínker) traído de la planta cementara fue llevado a fracturar en la trituradora de mandíbulas con la intención de obtener un diámetro ideal en relación con el diámetro de las bolas que operan en el molino del laboratorio.



Figura 2.1. Trituración clínker.

2. El material de clínker, ya fracturado y con un tamaño menor a  $\frac{3}{4}$  pulg, se colocó sobre un plástico para ser cuarteado y conseguir homogenizar los diferentes tamaños de las partículas en que se encuentran y que al momento de tomar una muestra, esta sea representativa de los tamaños del material.



Figura 2.2. Clínker homogenizado.

3. Se pesaron las muestras según las tres variables de masa de clínker y para cada tipo de distribución de elementos moledores, según la tabla (2.5). Para el desarrollo de la investigación fue necesario estimar la composición granulométrica del material (clínker) que va a ingresar al molino, por lo tanto además de las nueve pruebas, se tomó una más para el cálculo de la granulometría de entrada.
4. Luego se pesan las bolas de acero de acuerdo al porcentaje de cada distribución de bolas que cada tamaño debe obtener de los 10 kg, según la tabla (2.4).



Figura 2.3. Pesaje de las bolas.

5. Seguidamente se procedió a la molienda colocando el material y las bolas de acero, anteriormente pesadas, en el molino.



Figura 2.4. Molino y material.

6. Luego se empezó a moler, cada muestra pasó en el molino un periodo de 15 min, deteniéndolo en los lapsos de 3, 6 y 10 minutos, para tamizarlas y así tener información de cómo varió en el tiempo. Siempre se devolvió la misma cantidad de material al molino.

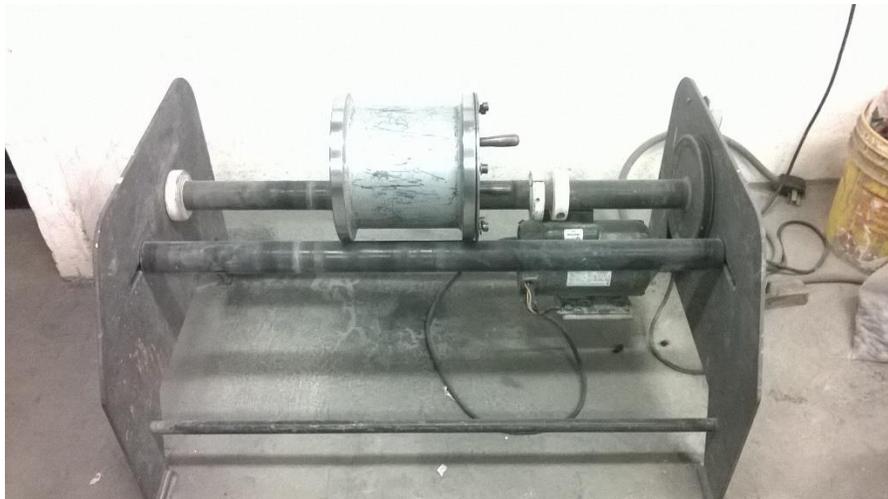


Figura 2.5. Molino de bolas.

- Entre los periodos de tiempo, el material es tamizado. El tamizado consiste en cernir la muestra a través de un juego estándar de tamices y en determinar el porcentaje de residuos en cada uno de estos, con respecto a la muestra de la masa inicial, para obtener los datos de la curva granulométrica. El análisis granulométrico del material obtenido de la molienda se realizó por vía seca empleando la escala de tamices de 3/4 pulg; 1/2 pulg; 3/8 pulg; 4; 10; 30; 50; 100; 200; normalizados en forma descendente.



Figura 2.6. Tamizado.

- Se determinó el retenido de cada tamiz y su pasante acumulado, que equivale a la cantidad de material menor al diámetro de su malla. Los resultados obtenidos del análisis de tamices se anotan en una tabla. Posteriormente con los datos de las curvas se procede a realizar los cálculos de la cinética de molienda donde se representará el porcentaje de tamaño de partícula y las variaciones en el tiempo, que dependen de las condiciones de molienda y las características del material.

#### **2.4. Generación de datos y curvas granulométricas**

Los resultados obtenidos del tamizado dan un porcentaje de masa de acuerdo con el tamaño de partículas retenidas en cada número de malla, con esta información se procede a generar tablas granulométricas con porcentaje retenido acumulado y porcentaje pasante

acumulado y así obtener las curvas granulométricas respectivas. Las curvas granulométricas de las nueve pruebas de cada combinación de la matriz de experimentación se presentan a continuación:

Tabla 2.6. J1 y Distribución de llenado 37 mm, 80%; 25 mm, 10%; y 15 mm, 10%.

J1 y Distribución de Llenado 37 mm, 80%; 25 mm, 10%; y 15 mm, 10%				
Tamaño ( $\mu\text{m}$ )	3min	6min	10min	15min
	% Pasante Acumulado			
19000	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%
12500	79,43%	83,19%	85,43%	88,27%
9500	68,33%	74,03%	76,63%	79,95%
4750	45,89%	53,20%	59,05%	64,57%
2000	38,28%	47,80%	55,78%	62,55%
600	36,04%	46,55%	55,15%	62,30%
300	32,79%	45,30%	54,65%	62,04%
150	24,69%	38,39%	51,01%	60,03%
75	15,59%	26,10%	37,31%	48,17%

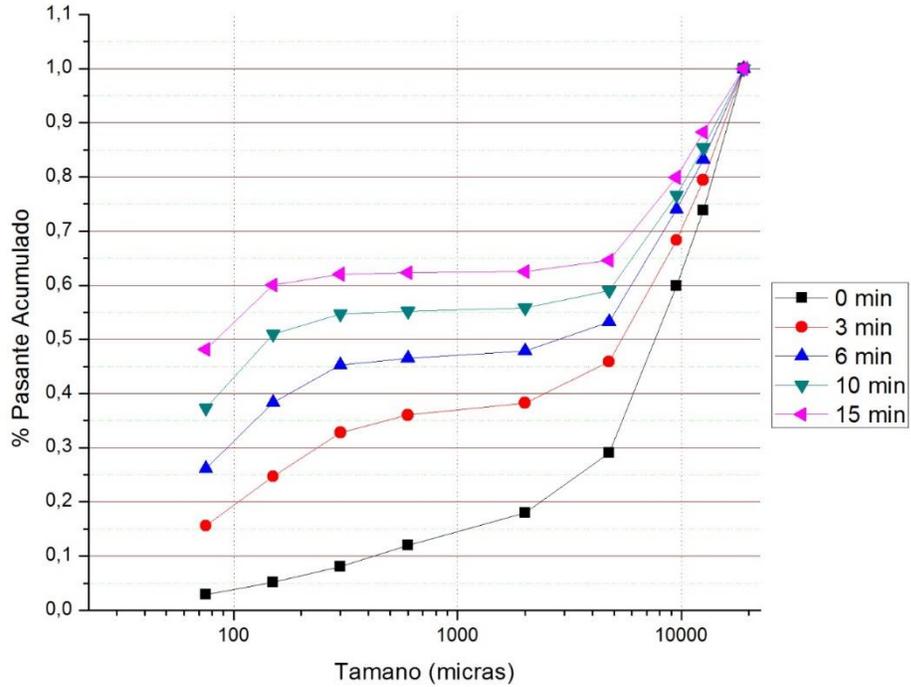


Figura 2.7. J1 y Distribución de llenado 37 mm, 80%; 25 mm, 10%; y 15 mm, 10%.

Tabla 2.7. J1 y Distribución de Llenado 37 mm, 10%; 25 mm, 80%; y 15 mm, 10%.

J1 y Distribución de Llenado 37 mm, 10%; 25 mm, 80%; y 15 mm, 10%				
Tamaño ( $\mu\text{m}$ )	3min	6min	10min	15min
19000	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%
12500	79,08%	83,56%	86,42%	89,19%
9500	66,38%	69,74%	72,08%	75,19%
4750	42,84%	48,32%	53,59%	61,45%
2000	33,00%	40,72%	47,93%	57,13%
600	31,26%	39,85%	47,42%	55,98%
300	30,01%	39,23%	47,17%	55,22%
150	23,79%	35,62%	45,28%	54,33%
75	14,94%	25,41%	36,10%	43,51%

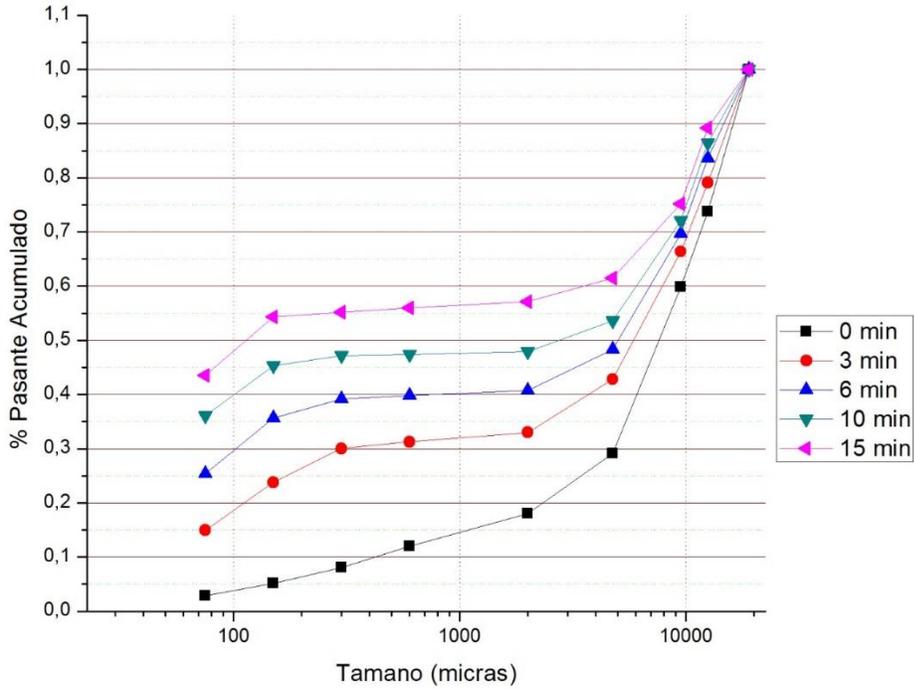


Figura 2.8. J1 y Distribución de Llenado 37 mm, 10%; 25 mm, 80%; y 15 mm, 10%.

Tabla 2.8. J1 y Distribución de Llenado 37 mm, 10%; 25 mm, 10%; y 15 mm, 80%.

J1 y Distribución de Llenado 37 mm, 10%; 25 mm, 10%; y 15 mm, 80%				
Tamaño ( $\mu\text{m}$ )	3min	6min	10min	15min
	% Pasante Acumulado			
19000	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%
12500	78,77%	79,98%	80,37%	81,45%
9500	67,16%	68,73%	70,68%	73,23%
4750	40,62%	51,04%	53,09%	56,98%
2000	30,00%	34,61%	39,51%	44,37%
600	27,90%	33,38%	38,51%	43,34%
300	27,04%	33,00%	38,39%	43,09%
150	23,33%	32,02%	37,76%	42,47%
75	15,68%	25,83%	35,16%	40,35%

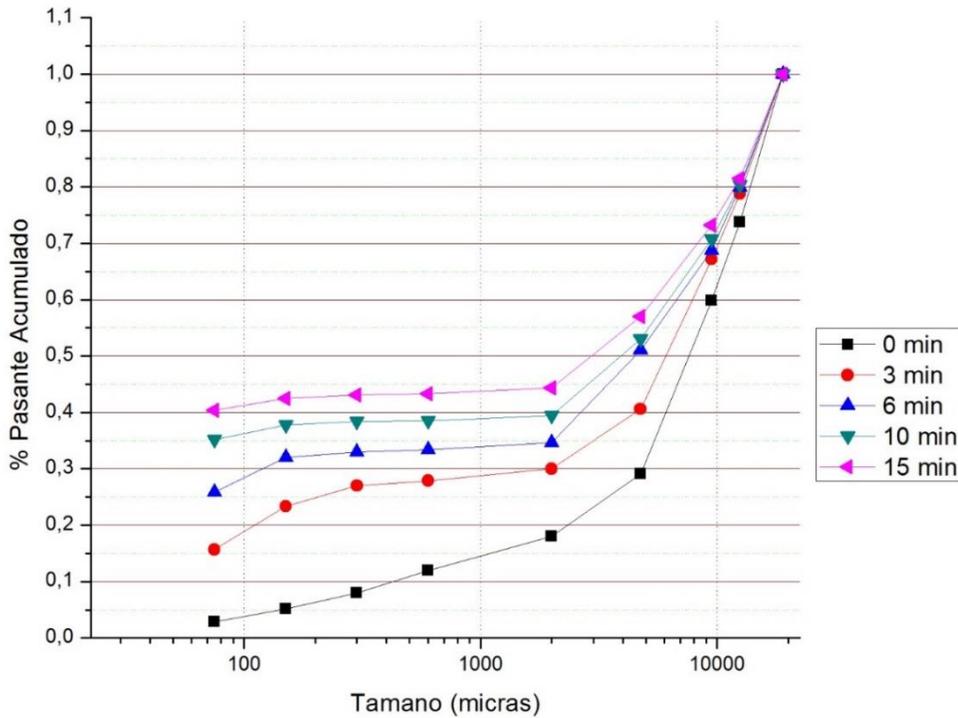


Figura 2.9. J1 y Distribución de Llenado 37 mm, 10%; 25 mm, 10%; y 15 mm, 80%.

Tabla 2.9. J2 y Distribución de Llenado 37 mm, 80%; 25 mm, 10%; y 15 mm, 10%.

J2 y Distribución de Llenado 37 mm, 80%; 25 mm, 10%; y 15 mm, 10%				
Tamaño (µm)	3min	6min	10min	15min
	% Pasante Acumulado			
19000	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%
12500	80,46%	82,93%	84,44%	86,24%
9500	69,64%	72,99%	75,96%	78,19%
4750	51,41%	56,02%	64,08%	69,46%
2000	38,43%	48,39%	56,66%	63,26%
600	34,57%	43,78%	55,66%	62,69%
300	30,46%	41,27%	54,55%	62,18%
150	21,54%	34,84%	47,17%	57,49%
75	13,73%	24,40%	32,12%	42,81%

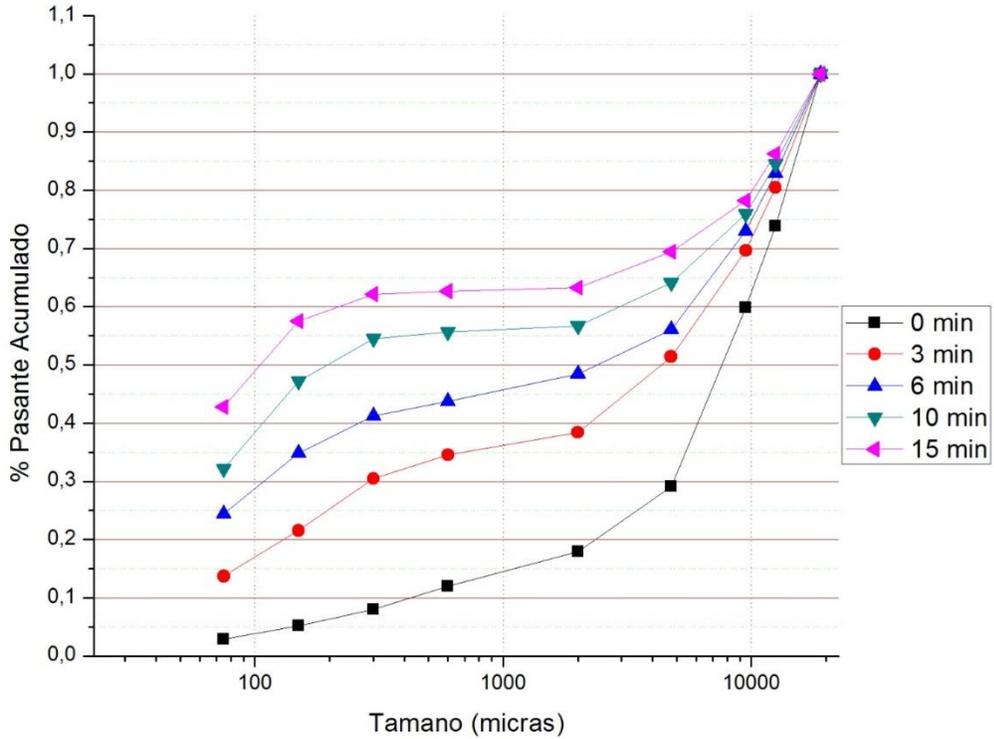


Figura 2.10. J2 y Distribución de Llenado 37 mm, 80%; 25 mm, 10%; y 15 mm, 10%.

Tabla 2.10. J2 y Distribución de Llenado 37 mm, 10%; 25 mm, 80%; y 15 mm, 10%.

J2 y Distribución de Llenado 37 mm, 10%; 25 mm, 80%; y 15 mm, 10%				
Tamaño (µm)	3min	6min	10min	15min
	% Pasante Acumulado			
19000	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%
12500	79,57%	82,36%	84,40%	87,46%
9500	69,60%	73,34%	76,10%	78,67%
4750	52,43%	57,55%	61,23%	65,98%
2000	34,75%	42,32%	48,90%	55,41%
600	32,18%	40,83%	48,10%	54,90%
300	29,91%	40,04%	47,70%	54,60%
150	22,41%	34,49%	44,90%	53,19%
75	14,22%	23,19%	33,20%	42,47%

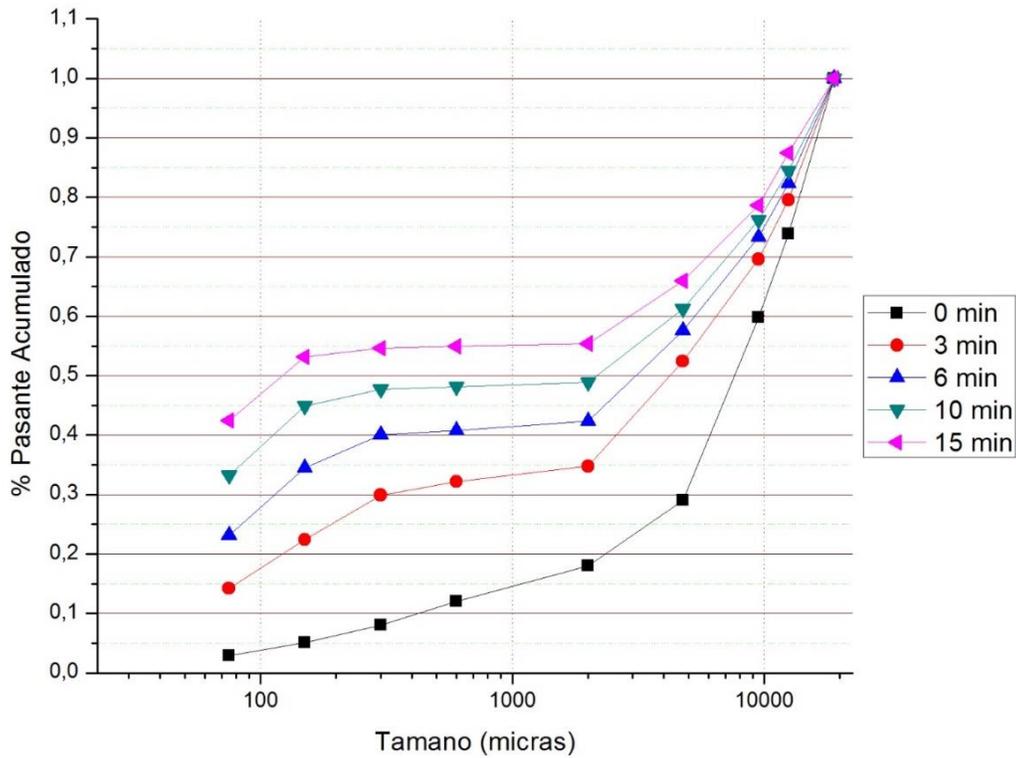


Figura 2.11. J2 y Distribución de Llenado 37 mm, 10%; 25 mm, 80%; y 15 mm, 10%.

Tabla 2.11. J2 y Distribución de Llenado 37 mm, 10%; 25 mm, 10%; y 15 mm, 80%.

J2 y Distribución de Llenado 37 mm, 10%; 25 mm, 10%; y 15 mm, 80%				
Tamaño	3min	6min	10min	15min
( $\mu\text{m}$ )	% Pasante Acumulado			
19000	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%
12500	79,78%	81,63%	83,43%	83,67%
9500	67,57%	69,08%	71,08%	72,08%
4750	37,64%	50,32%	52,09%	54,06%
2000	28,43%	32,41%	37,50%	40,91%
600	26,13%	31,83%	36,65%	40,52%
300	25,03%	31,43%	36,45%	40,32%
150	21,32%	29,92%	35,84%	39,92%
75	14,31%	23,29%	30,82%	37,90%

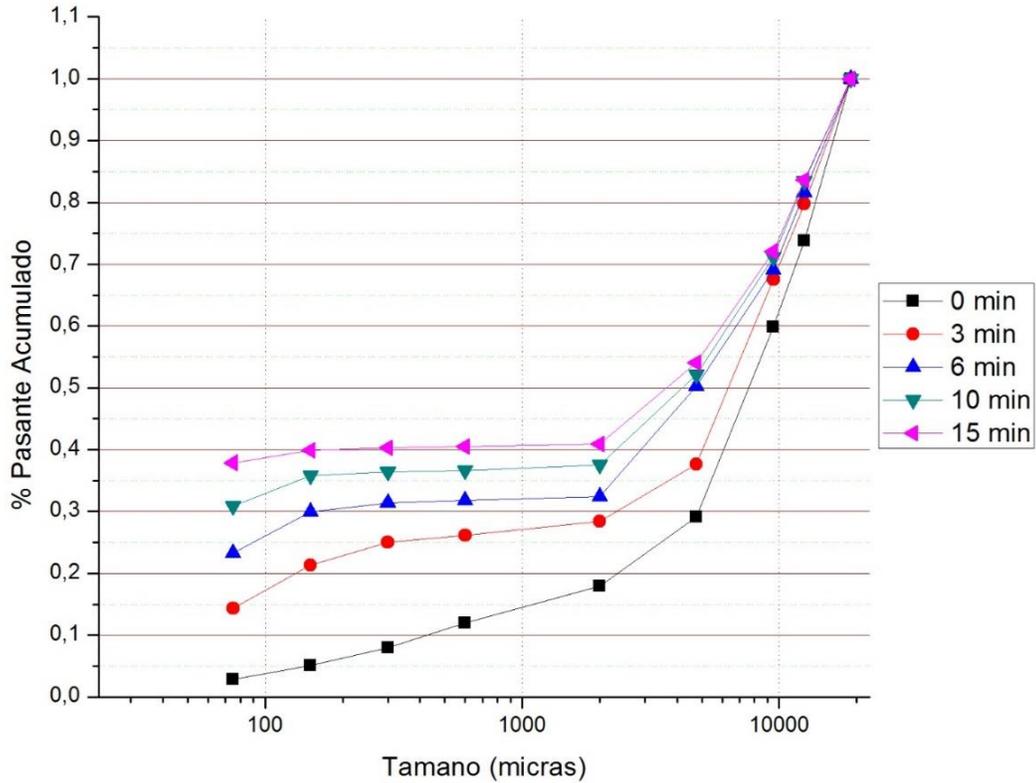


Figura 2.12. J2 y Distribución de Llenado 37 mm, 10%; 25 mm, 10%; y 15 mm, 80%.

Tabla 2.12. J3 y Distribución de Llenado 37 mm, 80%; 25 mm, 10%; y 15 mm, 10%.

J3 y Distribución de Llenado 37 mm, 80%; 25 mm, 10%; y 15 mm, 10%				
Tamaño (µm)	3min	6min	10min	15min
19000	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%
12500	80,08%	82,05%	86,44%	89,48%
9500	68,45%	72,23%	76,27%	78,54%
4750	46,53%	53,94%	60,68%	65,99%
2000	37,66%	47,90%	56,27%	63,19%
600	33,72%	45,64%	55,00%	62,51%
300	28,87%	42,20%	53,48%	61,75%
150	20,42%	32,22%	44,83%	55,81%
75	12,80%	20,97%	30,85%	40,80%

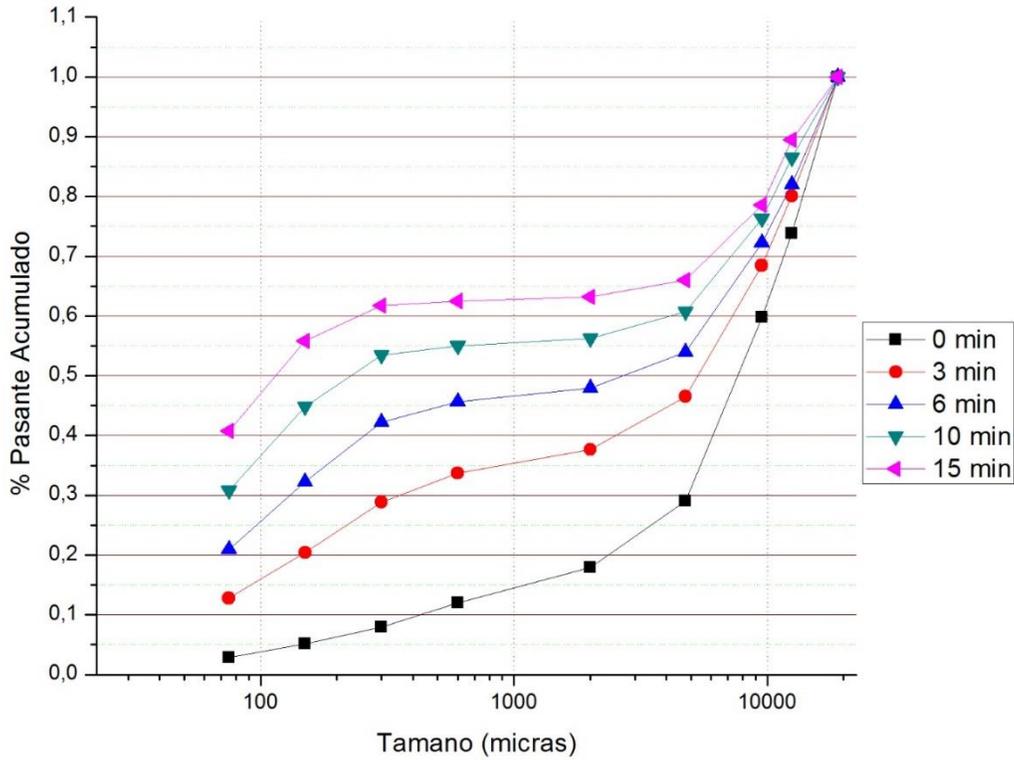


Figura 2.13. J3 y Distribución de Llenado 37 mm, 80%; 25 mm, 10%; y 15 mm, 10%.

Tabla 2.13. J3 y Distribución de Llenado 37 mm, 10%; 25 mm, 80%; y 15 mm, 10%.

J3 y Distribución de Llenado 37 mm, 10%; 25 mm, 80%; y 15 mm, 10%				
Tamaño (µm)	3min	6min	10min	15min
	% Pasante Acumulado			
19000	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%
12500	80,57%	82,92%	85,75%	88,01%
9500	67,11%	69,92%	73,01%	75,19%
4750	44,27%	50,50%	56,16%	60,69%
2000	33,97%	41,75%	49,46%	56,08%
600	30,81%	39,75%	48,28%	55,32%
300	27,91%	38,08%	47,53%	54,99%
150	20,76%	31,33%	43,09%	52,56%
75	13,12%	21,00%	31,35%	40,15%

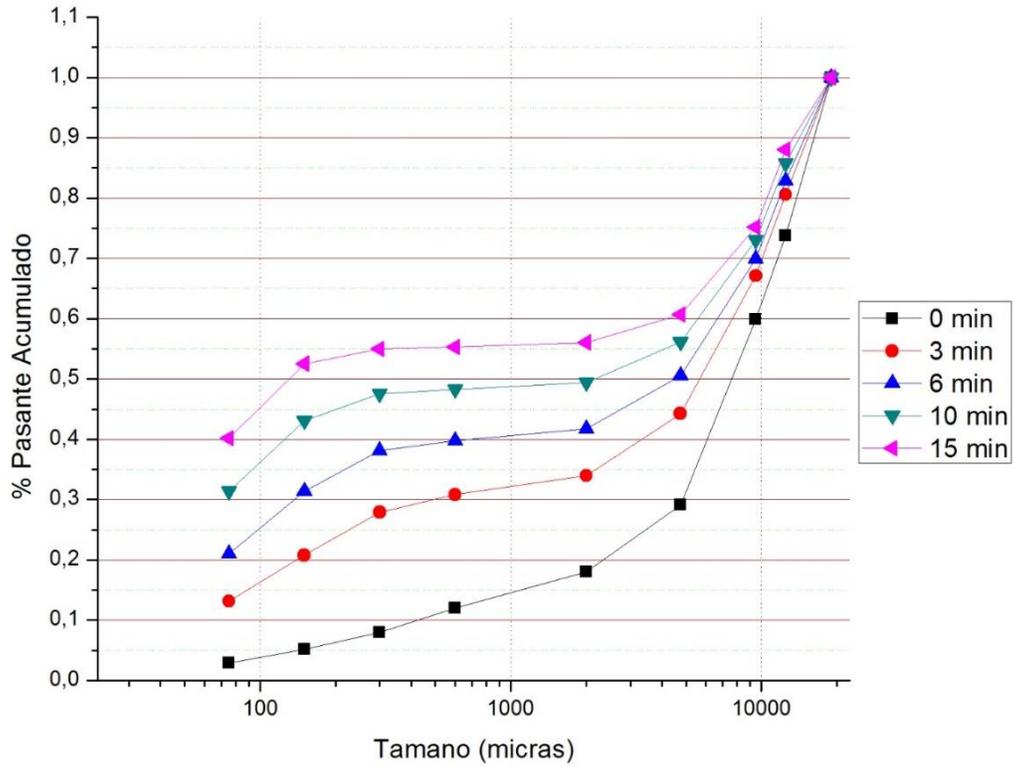


Figura 2.14. J3 y Distribución de Llenado 37 mm, 10%; 25 mm, 80%; y 15 mm, 10%.

Tabla 2.14. J3 y Distribución de Llenado 37 mm, 10%; 25 mm, 10%; y 15 mm, 80%.

J3 y Distribución de Llenado 37 mm, 10%; 25 mm, 10%; y 15 mm, 80%				
Tamaño (µm)	3min	6min	10min	15min
	% Pasante Acumulado			
19000	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%
12500	77,94%	80,52%	81,49%	83,70%
9500	64,12%	67,94%	70,33%	72,27%
4750	45,65%	48,61%	51,23%	54,44%
2000	27,33%	32,72%	37,04%	41,81%
600	25,19%	31,14%	35,93%	41,09%
300	23,79%	30,48%	35,59%	40,84%
150	19,18%	27,89%	34,32%	40,08%
75	12,92%	20,90%	28,57%	35,55%

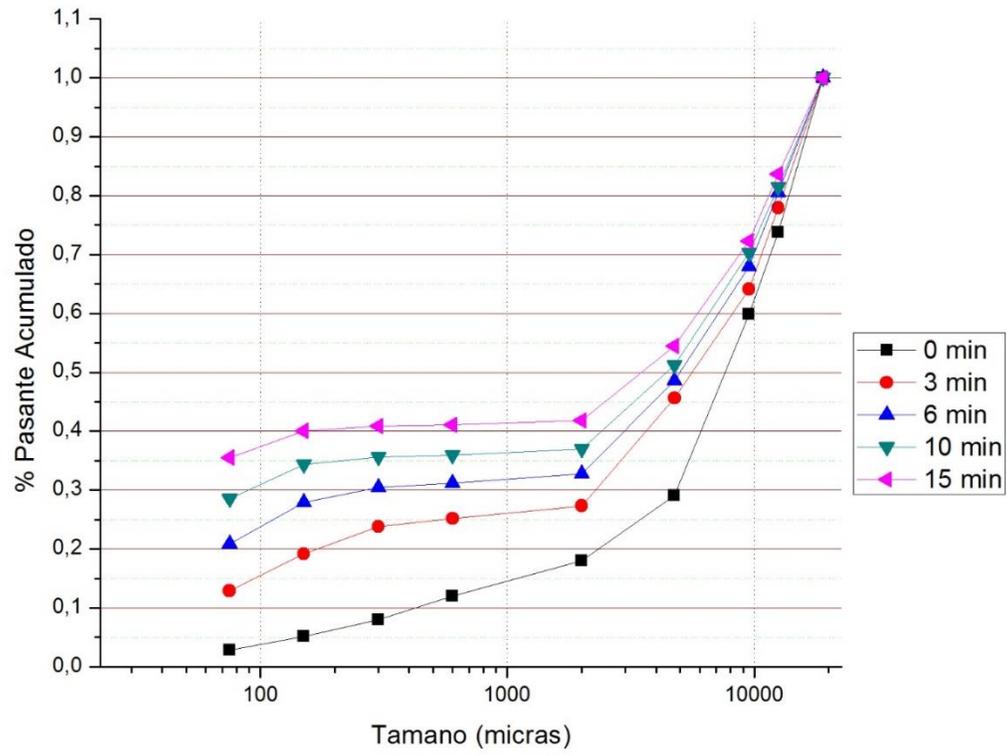


Figura 2.15. J3 y Distribución de Llenado 37 mm, 10%; 25 mm, 10%; y 15 mm, 80% .

### CAPÍTULO III

#### ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS

Para la determinación de los parámetros de los modelos de los materiales ensayados, primeramente, fue investigada la granulométrica inicial del material (para  $t = 0$ ) y luego se procedió a realizar la molienda de las muestras para en diferentes tiempos.

Tabla 3.1. Granulometría inicial.

Granulometría de entrada				
# Tamiz	Tamaño ( $\mu\text{m}$ )	Masa Retenida	% Retenido	% Pasante Acumulada
1"	25000	0	0,00%	100,00%
3/4"	19000	0	0,00%	100,00%
1/2"	12500	262	26,21%	73,79%
3/8"	9500	140	13,97%	59,82%
4	4750	307	30,74%	29,08%
10	2000	111	11,10%	17,98%
30	600	60	5,97%	12,01%
50	300	40	4,00%	8,01%
100	150	29	2,87%	5,14%
200	75	23	2,27%	2,87%
Sumidero		29	2,87%	0,00%
TOTAL:		1001	100,00%	

#### 3.1. Análisis de resultados

Basándose en los resultados de las granulometrías conseguidas en las nueve diferentes pruebas de las que se combina los parámetros de factor de llenado y distribución de elementos moledores, se obtiene que las mejores condiciones para disminuir más rápidamente las partículas gruesas, es decir, alcanzar el tamaño más fino en el menor tiempo fueron las siguientes:

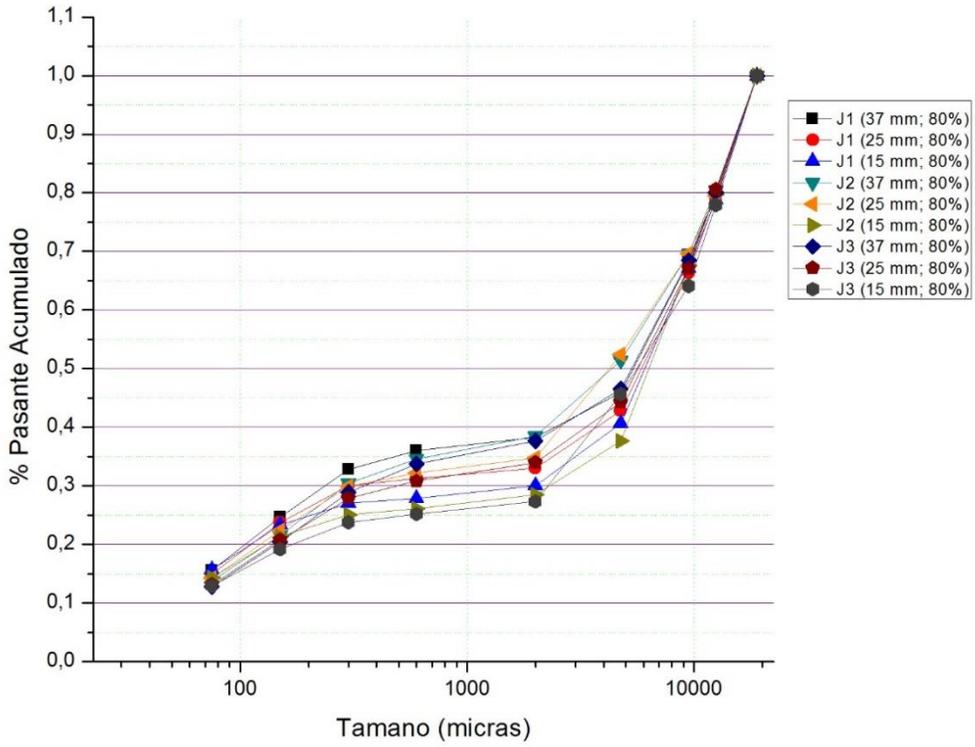


Figura 3.1. Granulometría de las pruebas a los tres minutos.

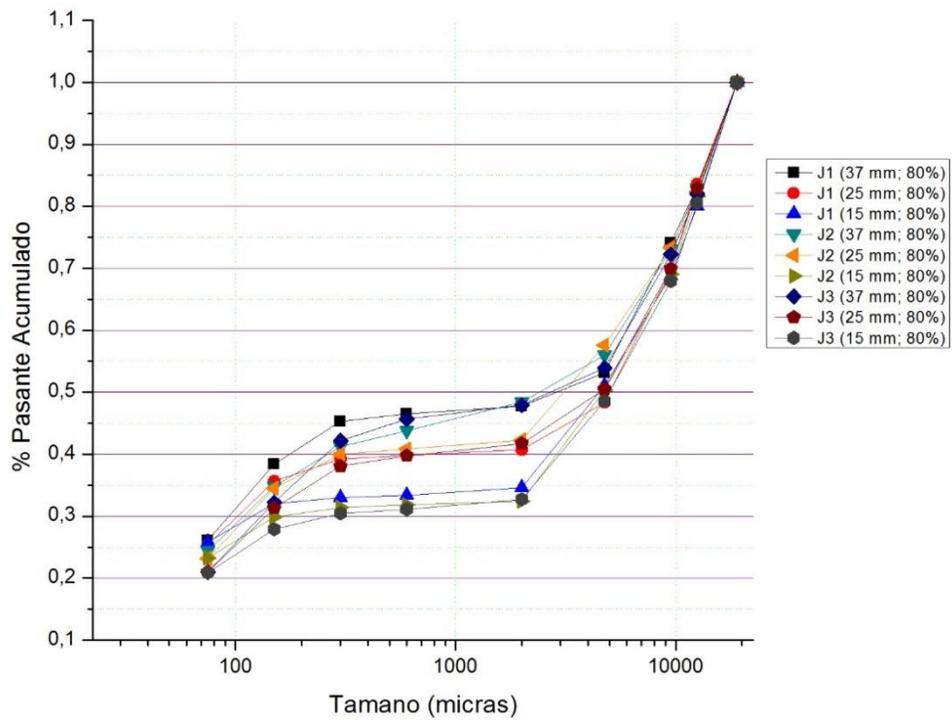


Figura 3.2. Granulometría de las pruebas a los seis minutos.

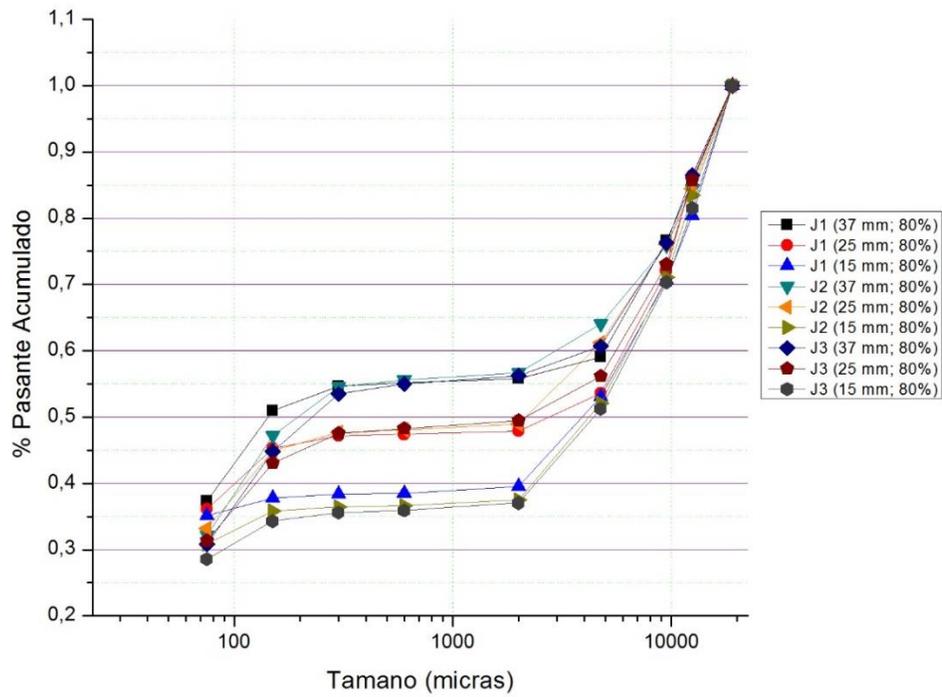


Figura 3.3. Granulometría de las pruebas a los diez minutos.

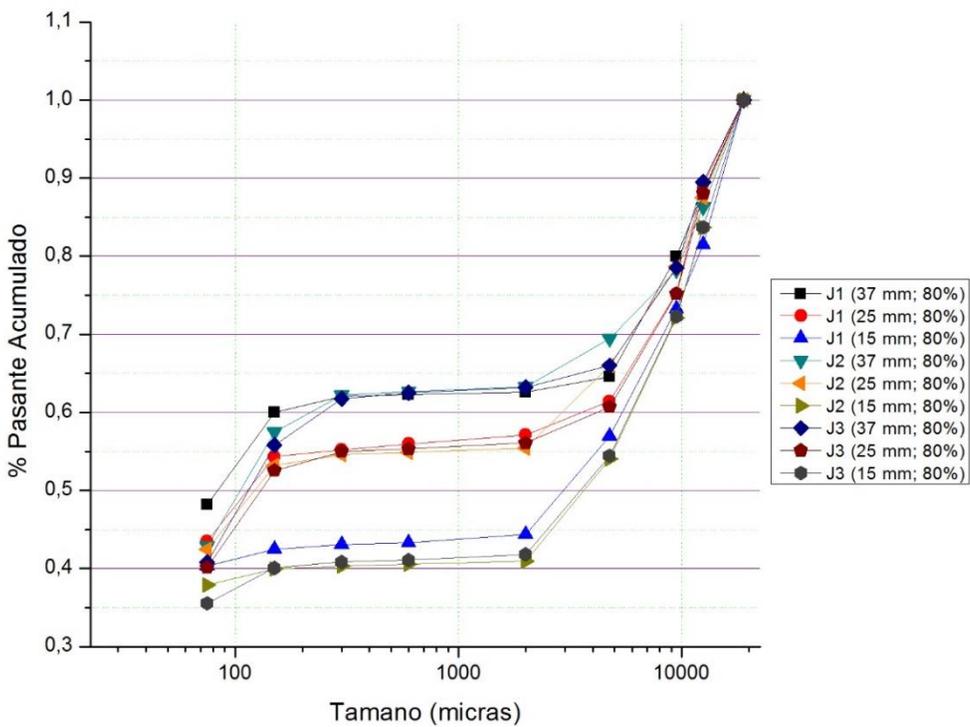


Figura 3.4. Granulometría de las pruebas a los quince minutos.

Como se observa en los gráficos anteriores, la distribución de bolas con el mayor porcentaje de bolas de 37 mm dio los mejores resultados debido a que sus porcentajes pasantes son mayores al resto de distribuciones.

Tabla 3.2. Análisis comparativo de la distribución con el 80% de bolas de 37 mm.

Tamaño ( $\mu\text{m}$ )	J1 (24,8 %)	J2 (26,8 %)	J3 (28,8 %)
	% Pasante Acumulado		
75	48,17%	42,81%	40,80%

Como se observa en la tabla 3.2, para la distribución número uno (37 mm, 80%; 25 mm, 10%; 15 mm, 10%), el método con mejor resultado, debido a que tiene el mayor porcentaje de pasante acumulado (48,17%), es la que tuvo menor cantidad de material y menor factor de llenado, es decir el J1.

### 3.2. Comparación de datos

Si bien se dijo en los párrafos anteriores que el porcentaje pasante acumulado sobre el tiempo de molienda, es decir, la velocidad de fracturamiento, de las partículas mayores a 75 micras, de mayor valor fue el de la combinación de J1 y la distribución de bolas con el 80% de bolas de 37 mm. Sin embargo, cabe recalcar que la variable del factor del llenado tuvo incidencia en la cantidad de material que se ponía en las pruebas, hubo tres diferentes pesos, y que comparadas la cantidades de material fino que se producían de la molienda a lo largo de los lapsos de tiempo se observa que los valores de las combinaciones J3, distribución con 80% de bolas de 37 mm, y J3, distribución de bolas con 80% de bolas de 25 mm, dan una mayor cantidad de polvo de fino menor a 75 micras.

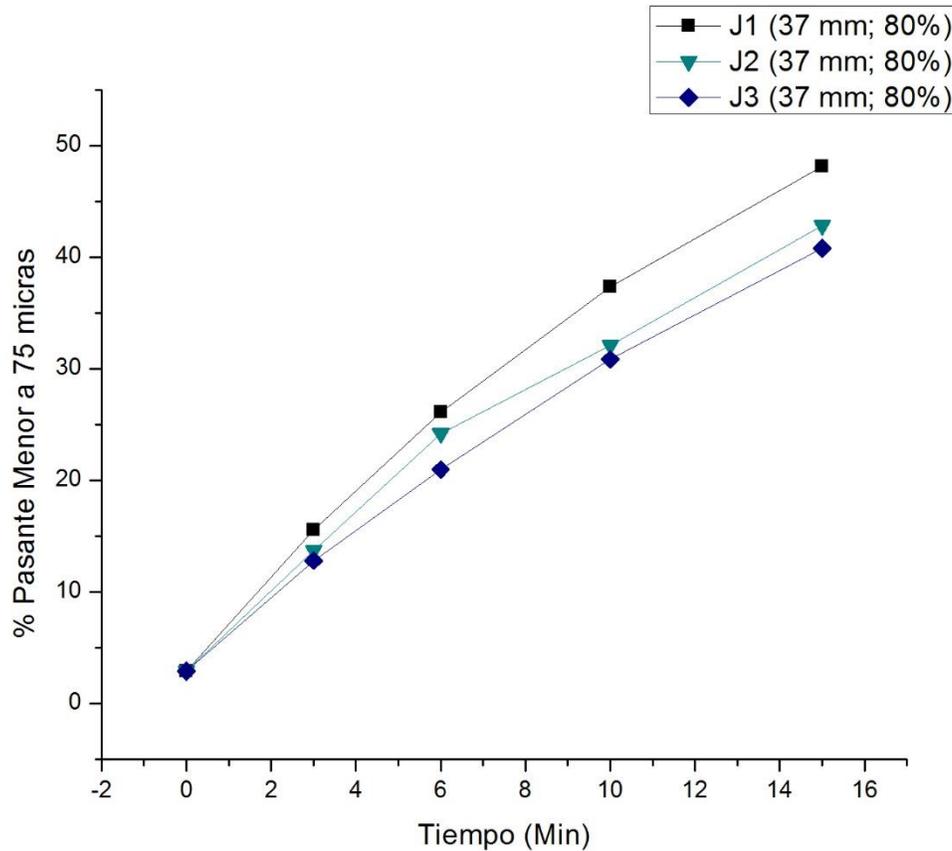


Figura 3.5. Variación del porcentaje de masa menor a 75 micras a través del tiempo.

### 3.3. Discusión de resultados

Los experimentos realizados pudieron dar un resultado explicativo de las diferentes teorías de molienda, y además brindaron el hallazgo de diferentes velocidades de fractura que dependieron claramente de la distribución de los elementos moledores y del factor de llenado, estas velocidades a la vez permitieron identificar el entorno más eficiente para la molienda dependiendo de sus circunstancias.

Luego del análisis comparativo y de selección el mejor resultado para la distribución de bolas tenemos que el método de distribución con el 80% de bolas de 37 mm fue más efectivo que sus otras dos variables que tuvieron más bolas de menor tamaño.

De la variable anterior y según sus tres combinaciones de diferentes factores de llenado, la que tuvo el mayor porcentaje de finos fue el J1 (24,8%) con un valor del 48%.

En los gráficos anteriores además de constatar la variable de combinación más adecuada se puede analizar cómo han ido cambiando la información en el tiempo. En el gráfico (3.6) se puede observar como las curvas a pesar de estar paralelas en ciertos rangos de tamaño de partículas, en otros existe una gran variación. Este efecto causado mayormente por la relación del diámetro de bola con el de la partícula ha sido decisivo para los resultados. Entre el tamaño de 4.75 mm y 2 mm (malla 4 y 10), el retenido de los tamices de las curvas con el 80% de bolas grandes ha sido menor que las otras distribuciones, debido a que ha sido más eficiente en el fracturamiento; pero, llegando al rango de 0.15 mm y 0.075 mm (malla 100 y 200) vemos como la distancia entre las curvas se empieza a acortar, debido a un mejoramiento de la eficiencia de las distribuciones 2 y 3, en la relación de tamaño de bola y partícula.

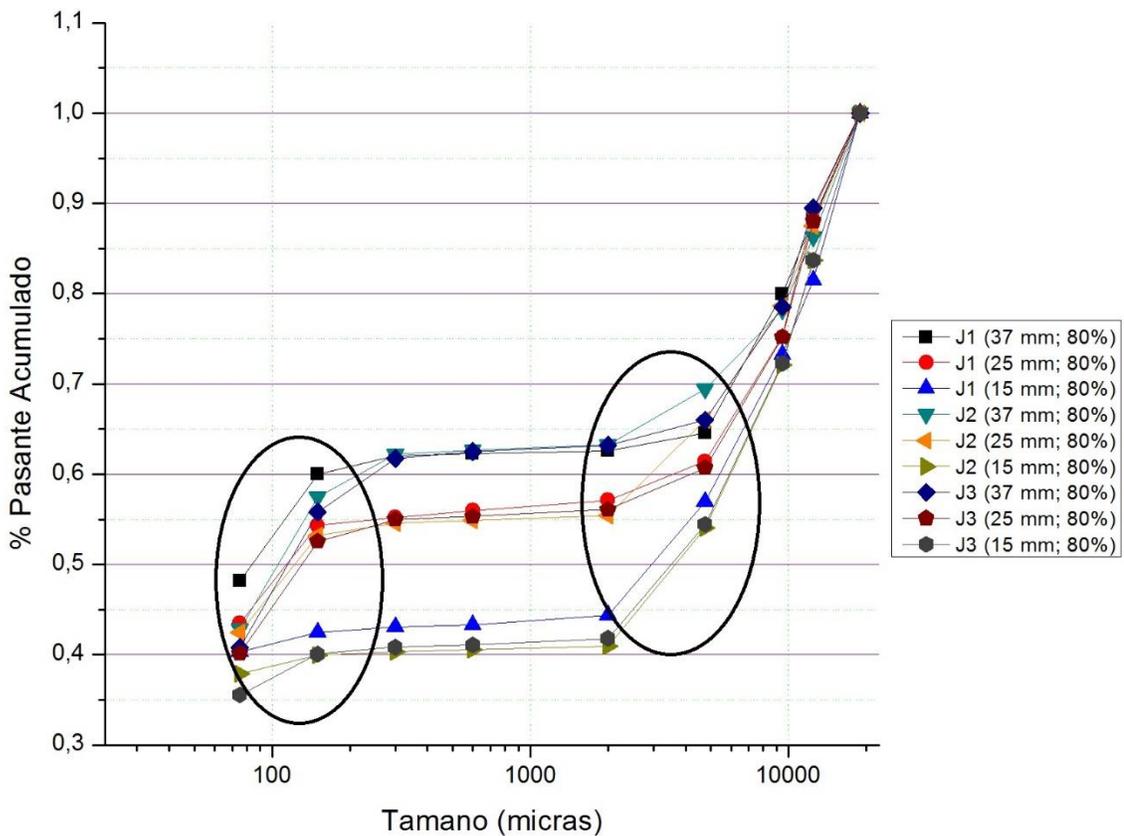


Figura 3.6. Rangos de tamaño de variación, a los 15 minutos de molienda.

Si bien las curvas se ven muy diferenciadas con respecto a su distribución de bolas, los valores del factor de llenado no variaron unas de otras tan notablemente. Existe una

distribución con la mayor velocidad de fracturamiento, si nos dirigimos a comparar las masas que cada combinación produce, el J1, que tiene la menor carga de material, tiene una menor cantidad de finos menores a 75 micras (malla 200) que el J3, que tiene la mayor carga de material, a pesar de que el primero tenga mayor velocidad de fractura.

La distribución de tamaño de las partículas de la alimentación, uno de los parámetros estables de la molienda, que si bien no tuvo muchos finos, la cantidad de gruesos ayudo en la relación diámetro de bola con la de la partícula que presentaba la distribución 1 sea la más eficiente y consiguiera los mejores porcentajes pasantes. Por ende el tipo de fracturamiento por abrasión fue el menos eficiente, y fue el que mayormente estaba ligado a la distribución del 80% de bolas de 15 mm; en cambio el fracturamiento de impacto de la distribución 1 tuvo un mejor efecto sobre el material y dio la velocidad más alta de reducción.

Otro punto que vale resaltar es la gran diferencia de fracturamiento en los primeros tres minutos comparados con los demás lapsos de tiempo. En el capítulo uno se explica este fenómeno por el incremento de finos que empiezan a obstaculizar el fracturamiento de las partículas más grandes.

## CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

### Conclusiones:

El presente proyecto se ha dedicado a la experimentación mediante la variación de dos parámetros de molienda con el objetivo de analizar las diferentes alternativas que permitan la molienda, hasta alcanzar un tamaño fino, más rápidamente y en base a los experimentos realizados se puede concluir que:

- Se comparó las granulometrías de cada experimento, en base al porcentaje pasante acumulado, donde se logró obtener el mejor método de distribución de cuerpos moledores para cada factor de llenado, siendo el método de distribución con el 80% de bolas de 37 mm el mejor, ya que se pudo demostrar que para factores de llenado de 24.8%, 26.8% y 28.8% presenta los mejores resultados en comparación con los métodos de 80% de 25 mm y 15 mm, la distribución 2 y la distribución 3 respectivamente.
- La mejor alternativa para tener velocidades de fracturamiento más altas, corresponde a la combinación del 24.8% de factor de llenado, consiguiendo un porcentaje pasante del 48,17%.
- Como lo anuncia Osorio, Restrepo, & Marín (2009) en su trabajo, a cerca de la influencia de los cuerpos moledores, en la molienda de clínker, no varía significativamente con cambiar la carga, si los rangos evaluados son relativamente estrechos. En este experimento se puede constatar como la distribución de bolas, que tuvo un rango amplio, afecto en mayor medida la cinética de molienda, comparado con el factor de llenado que tuvo variables pequeñamente diferentes.
- Como se puede observar en la figura 3.6 (Rangos de tamaño de variación, a los 15 minutos de molienda), y como lo afirma Austin & Concha (1994), con sus pruebas de monotamaños, existen puntos críticos en la granulometría del material donde su velocidad de fractura es más elevada para ciertos tamaños de bola.

### Recomendaciones:

- Se recomienda trabajar con una distribución de elementos moledores que tengan una adecuada relación con el tamaño de partículas de la alimentación.

- De acuerdo con la velocidad de operación, se recomienda utilizar una velocidad cercana al límite inferior del rango propuesto de la velocidad crítica, ya que, a mayor velocidad, mayor generación de partículas finas.
- Se recomienda incrementar los tiempos molienda y analizar si las curvas granulométricas mantendrán la misma forma y a si alguna combinación alcanza su límite de fracturamiento o que combinación de variables llega más rápido a ese límite.
- Se recomienda aumentar la carga de material y analizar hasta qué punto es recomendable llegar para tener una molienda eficaz.
- Se recomienda realizar un estudio que abarque otros parámetros de molienda como velocidad molienda y carga de bolas, para determinar la incidencia de estos en la generación de partículas finas.

**BIBLIOGRAFÍA**

- Abad, K. d., & Martínez, W. A. (2009). Influencia de las variables de molienda, para la predicción de la resistencia a la compresión del cemento portland tipo I. Tesis de Ingeniero Químico. Universidad Nacional de Ingeniería. Lima, Perú.
- Alcántara, J. R. (2008). Diseño práctico de un molino de bolas. Tesis de Ingeniero Mecánico. Instituto Politécnico Nacional. México. D.F., México.
- alibaba.com. (s.f.). Obtenido de <https://spanish.alibaba.com/product-detail/2200-x-3600-powder-making-ball-mill-coal-mill-pulverizer-dolomite-powder-mill-60279626996.html>
- Austin, L., & Concha, F. (1994). Diseño y simulación de circuitos de molienda y clasificación. CYTED. Programa Iberoamericano de Ciencia y Tecnología para el Desarrollo. Subprograma de Tecnología Mineral. Red de Fragmentación XIII-A. Chile.
- Blanco, E. A., & Calvo, E. A. (2016). Apuntes de mineralurgia y tecnología mineralúrgica.
- Duda, W. H. (1977). Manual Tecnológico del Cemento. Editores Tecnicos Asociados, S.A. Barcelona, España.
- Evaluación Ambiental Dirección General de Calidad, Canales, C., Giménez, Ó., & Avellaneda, A. (2003). Guía de mejores técnicas disponibles en España de fabricación de cemento. Ministerio de Medio Ambiente, Centro de Publicaciones. España.
- Garrido Arias, Y. (2018). Influencia del contenido de serpentina en la cinética de la molienda de las mezclas lateríticas. Tesis de de Ingeniero en Metalurgia y Materiales. Moa.
- Heredia Tejada, H. J. (2016). Simulación y obtención de parámetros óptimos para la optimización de los revestimientos del molino SAG 36 ft x 26.6 ft de la minera constancia – hudsonbay. Tesis de Ingeniero Metalurgista. Universidad Nacional de San Agustín. Arequipa, Perú.
- Jaico, J. E. (2009). Problemas de procesamiento de minerales. Trujillo, Perú.
- Mora Espinoza, F. A. (2015). Modelización del sistema de molienda de cemento, con orientación al diseño de un optimizador energético de la operación en estado estable, caso de estudio ucem-planta Guapán. Tesis de Magister. Universidad Politécnica Salesiana. Cuenca, Ecuador.
- Osorio, A., Peláez, J. F., Sánchez, R., Rodríguez, N., Fidelgranda, C., & Restrepo, G. (2007). Elaboración de nomogramas de propiedades e implementación del índice

de trabajo de bond para la molienda de clinker de cemento. *Scientia et Technica*, 13(36).

Osorio, A., Restrepo, G., & Marín, J. (2009). Molienda de clinker de cemento: evaluación de la influencia de la velocidad de giro del molino, el tiempo de residencia y la carga de los medios de molienda. *Dyna*. Medellín, Colombia.

Porras Alzate, L. M. (2019). Estudio del consumo de energía en molienda húmeda de un mineral considerando reología de suspensiones. Tesis de Magister. Universidad Nacional de Colombia. Medellín, Colombia.

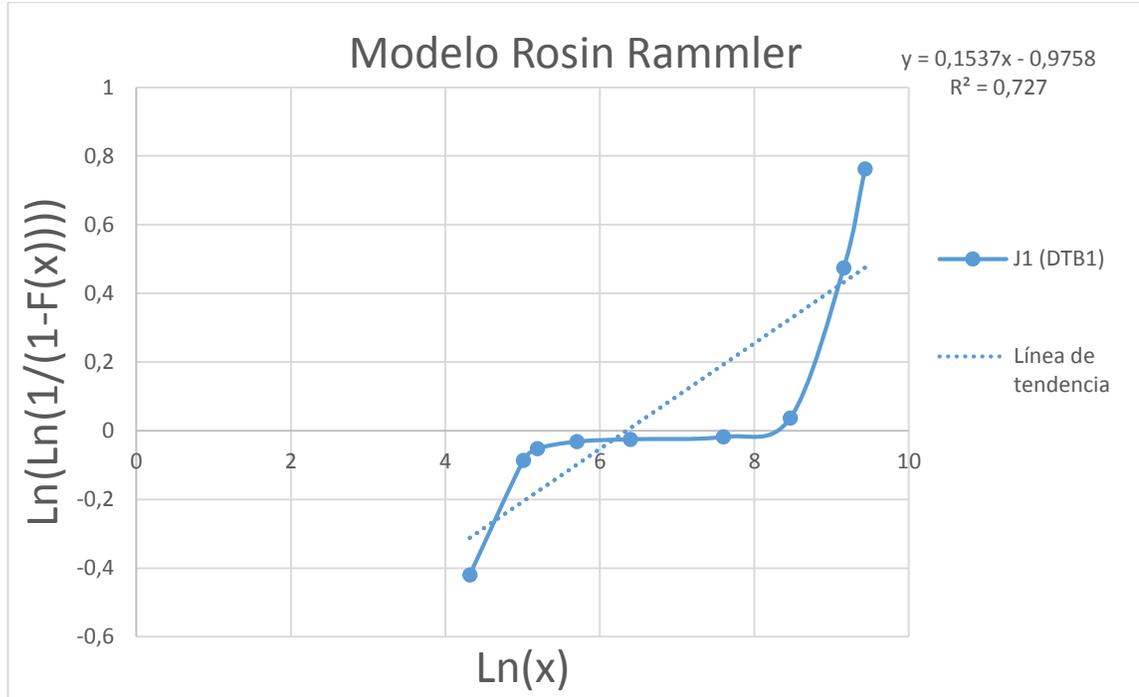
procesaminerales.blogspot.com. (s.f.). Obtenido de <https://procesaminerales.blogspot.com/2012/09/variables-operacion-molino.html>

Ramírez, R. M. (2006). Efecto de la distribución de tamaño de bola en la molienda de Cu, CuO y el aleado mecánico de Cu – 15 % atómico de al en un molino horizontal de bolas. Tesis de Ingeniero Metalúrgico. Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo. Pachuca, México.

Slideshare.net. (s.f.). Obtenido de <https://es.slideshare.net/miguelangelarriagada/molienda-24994633>

**ANEXOS**

Anexo 1. Modelo Rosin Rammler de la combinación J1 - (DTB1), a los 15 minutos.



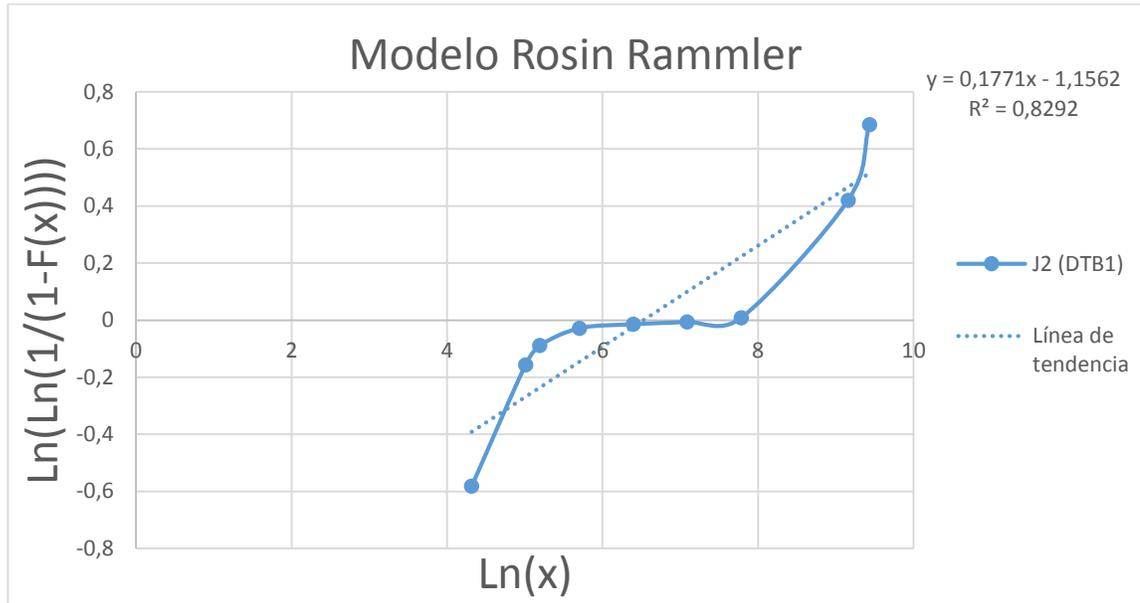
Fuente: Propia.

Anexo 2. Tabla de los datos del Modelo de Rosin Rammler de la combinación J1 - (DTB1), a los 15 minutos. Ecuación

Datos del Modelo de Rosin Rammler	
Parámetro de distribución	0,1537
Constante de Rosin Rammler	571,766845 $\mu\text{m}$
Ecuación	$F(x) = 1 - \exp\left(-\frac{x}{571,77}\right)^{0,1537}$

Fuente: Propia.

Anexo 3. Modelo Rosin Rammler de la combinación J2 - (DTB1), a los 15 minutos.



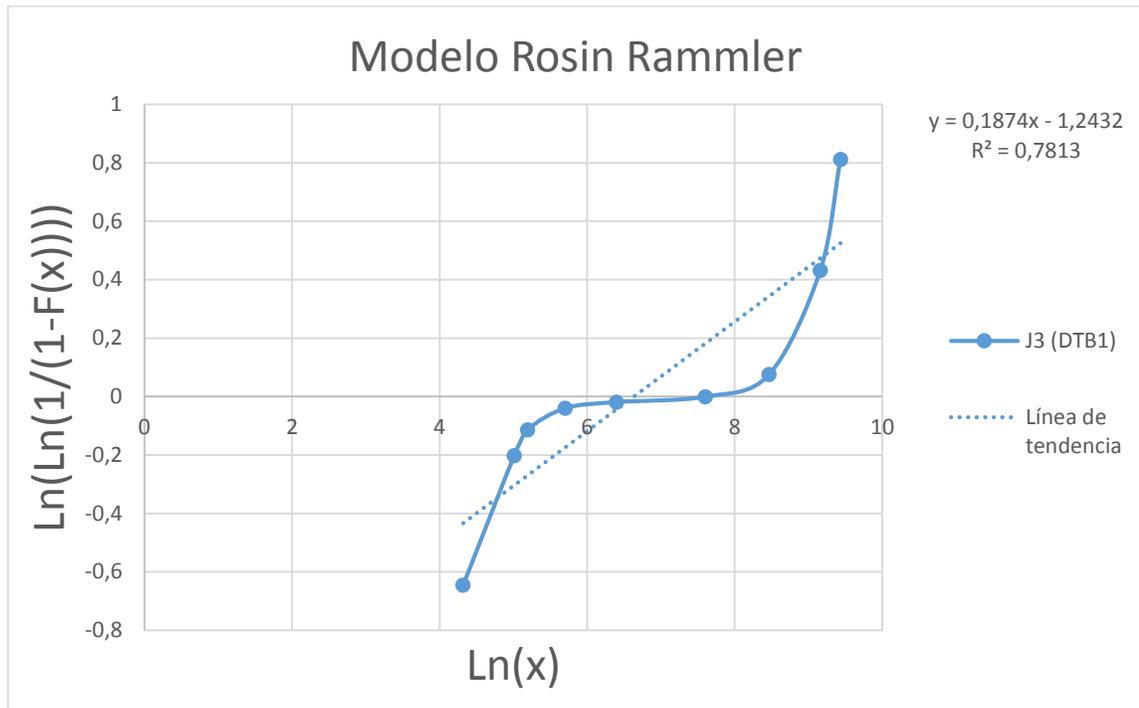
Fuente: Propia.

Anexo 4. Tabla de los datos del Modelo de Rosin Rammler de la combinación J2 - (DTB1), a los 15 minutos.

Datos del Modelo de Rosin Rammler	
Parámetro de distribución	0,1771
Constante de Rosin Rammler	684,381125 $\mu\text{m}$
Ecuación	$F(x) = 1 - \exp\left(-\frac{x}{684,38}\right)^{0,1771}$

Fuente: Propia.

Anexo 5. Modelo Rosin Rammler de la combinación J3 - (DTB1), a los 15 minutos.



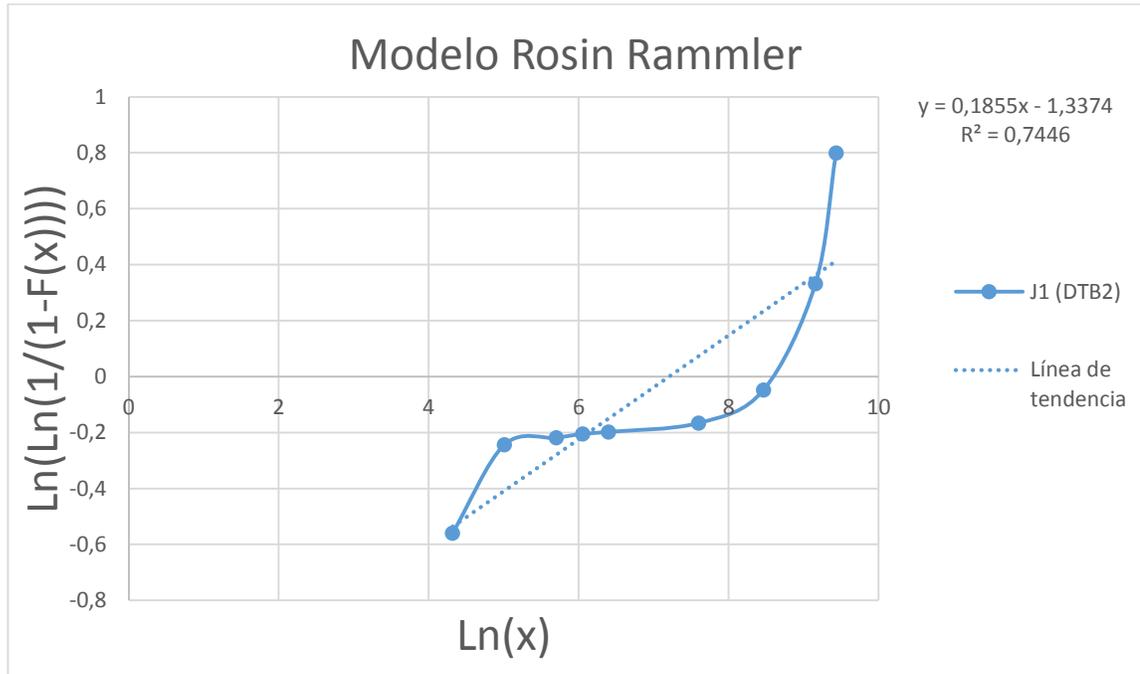
Fuente: Propia.

Anexo 6. Tabla de los datos del Modelo de Rosin Rammler de la combinación J3 - (DTB1), a los 15 minutos.

Datos del Modelo de Rosin Rammler	
Parámetro de distribución	0,1874
Constante de Rosin Rammler	760,4710929 $\mu\text{m}$
Ecuación	$F(x) = 1 - \exp\left(-\frac{x}{760,47}\right)^{0,1874}$

Fuente: Propia.

Anexo 7. Modelo Rosin Rammler de la combinación J1 - (DTB2), a los 15 minutos.



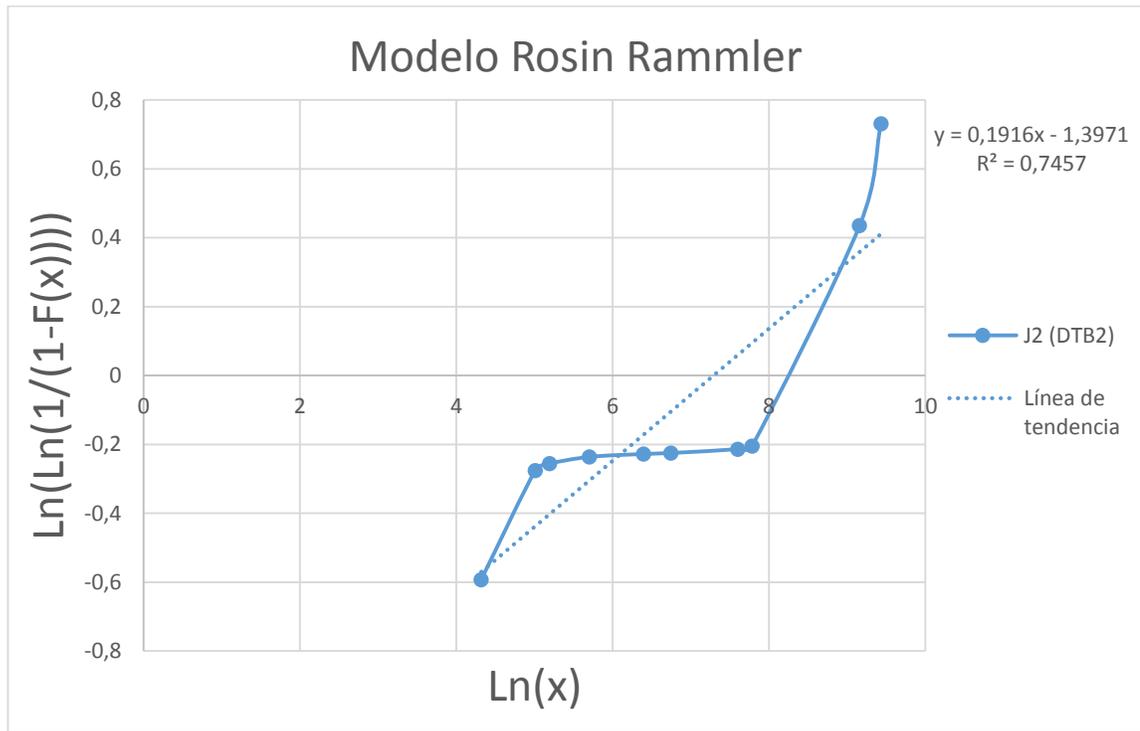
Fuente: Propia.

Anexo 8. Tabla de los datos del Modelo de Rosin Rammler de la combinación J1 - (DTB2), a los 15 minutos.

Datos del Modelo de Rosin Rammler	
Parámetro de distribución	0,1855
Constante de Rosin Rammler	1352,4912 $\mu\text{m}$
Ecuación	$F(x) = 1 - \exp\left(-\frac{x}{1352,5}\right)^{0,1855}$

Fuente: Propia.

Anexo 9. Modelo Rosin Rammler de la combinación J2 - (DTB2), a los 15 minutos.



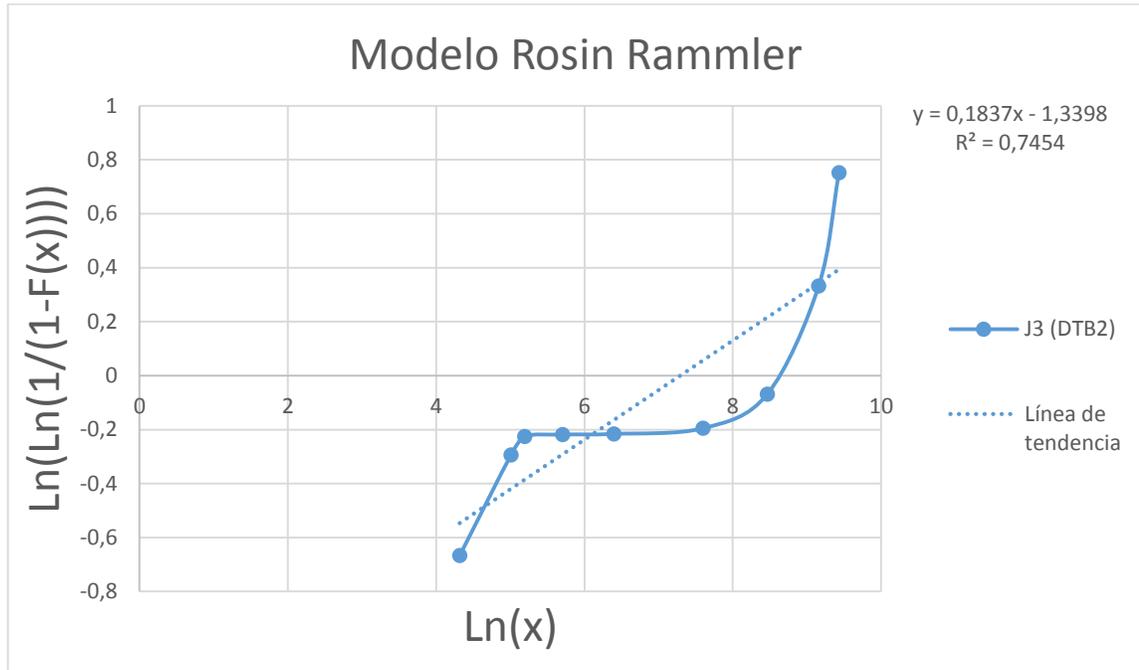
Fuente: Propia.

Anexo 10. Tabla de los datos del Modelo de Rosin Rammler de la combinación J2 - (DTB2), a los 15 minutos.

Datos del Modelo de Rosin Rammler	
Parámetro de distribución	0,1916
Constante de Rosin Rammler	1468,1431 $\mu\text{m}$
Ecuación	$F(x) = 1 - \exp\left(-\frac{x}{1468,14}\right)^{0,1916}$

Fuente: Propia.

Anexo 11. Modelo Rosin Rammler de la combinación J3 - (DTB2), a los 15 minutos.



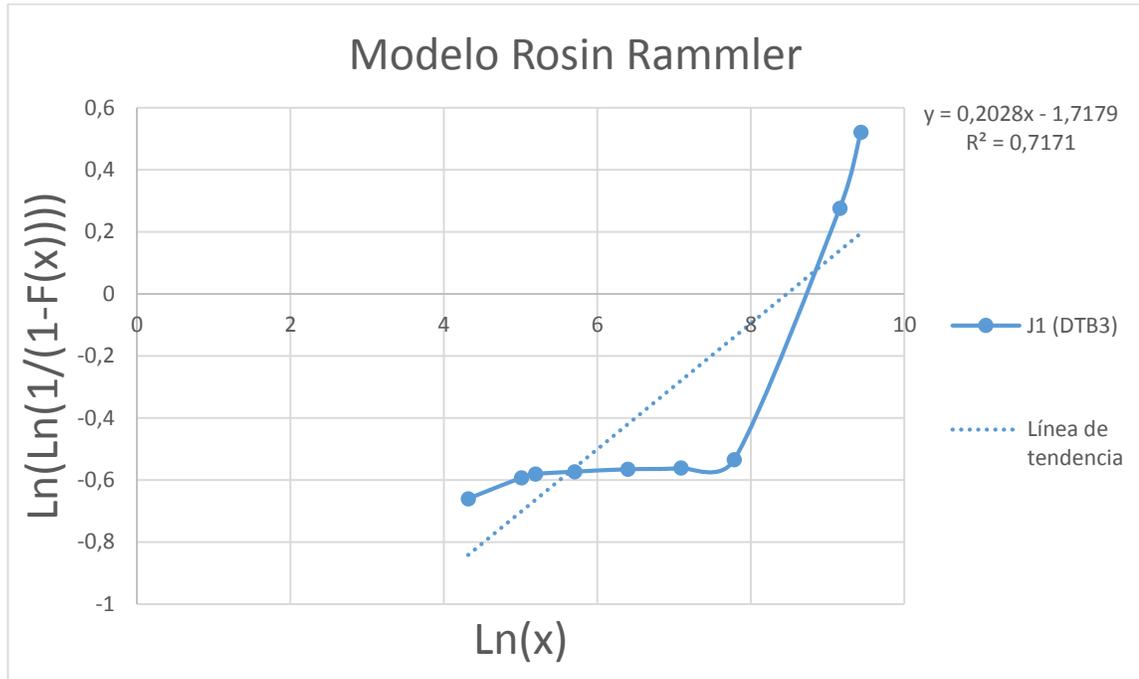
Fuente: Propia.

Anexo 12. Tabla de los datos del Modelo de Rosin Rammler de la combinación J3 - (DTB2), a los 15 minutos.

Datos del Modelo de Rosin Rammler	
Parámetro de distribución	0,1837
Constante de Rosin Rammler	1470,581491 $\mu\text{m}$
Ecuación	$F(x) = 1 - \exp\left(-\frac{x}{1470,58}\right)^{0,1837}$

Fuente: Propia.

Anexo 13. Modelo Rosin Rammler de la combinación J1 - (DTB3), a los 15 minutos.



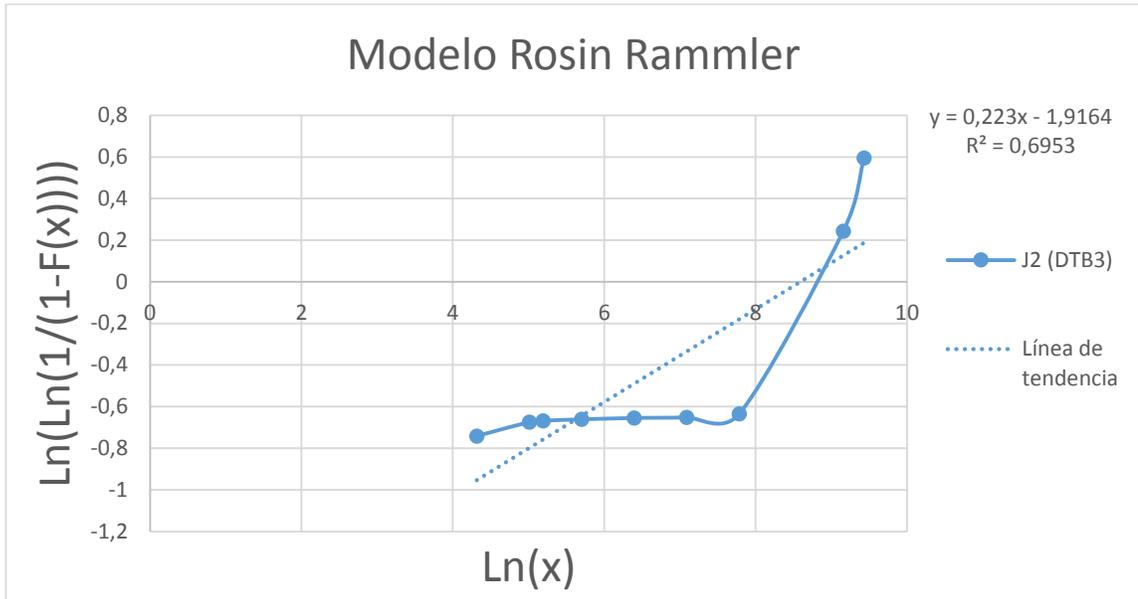
Fuente: Propia.

Anexo 14. Tabla de los datos del Modelo de Rosin Rammler de la combinación J1 - (DTB3), a los 15 minutos.

Datos del Modelo de Rosin Rammler	
Parámetro de distribución	0,2028
Constante de Rosin Rammler	4773,844804 $\mu\text{m}$
Ecuación	$F(x) = 1 - \exp\left(-\frac{x}{4773,85}\right)^{0,2028}$

Fuente: Propia.

Anexo 15. Modelo Rosin Rammler de la combinación J2 - (DTB3), a los 15 minutos.



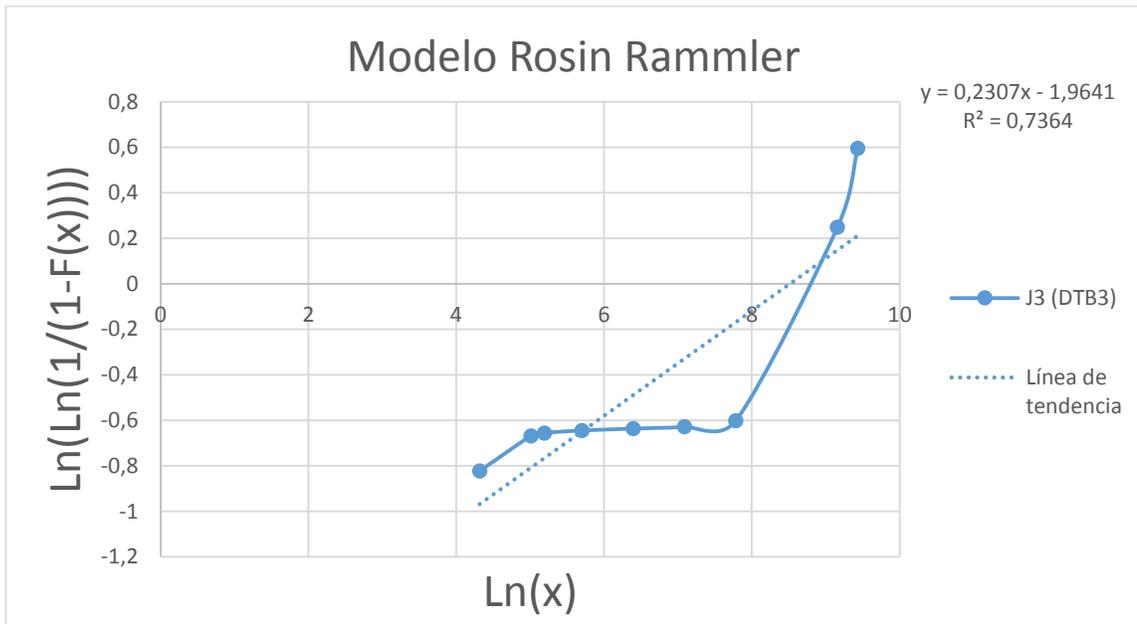
Fuente: Propia.

Anexo 16. Tabla de los datos del Modelo de Rosin Rammler de la combinación J2 - (DTB3), a los 15 minutos.

Datos del Modelo de Rosin Rammler	
Parámetro de distribución	0,223
Constante de Rosin Rammler	5397,666303 $\mu\text{m}$
Ecuación	$F(x) = 1 - \exp\left(-\frac{x}{5397,67}\right)^{0,223}$

Fuente: Propia.

Anexo 17. Modelo Rosin Rammler de la combinación J3 - (DTB3), a los 15 minutos.



Fuente: Propia.

Anexo 18. Tabla de los datos del Modelo de Rosin Rammler de la combinación J3 - (DTB3), a los 15 minutos.

Datos del Modelo de Rosin Rammler	
Parámetro de distribución	0,2307
Constante de Rosin Rammler	4982,3358 $\mu\text{m}$
Ecuación	$F(x) = 1 - \exp\left(-\frac{x}{4982,33}\right)^{0,2307}$

Fuente: Propia.